MAT 1513 – Profa. Daniela

Aula 10/08/2020 - Respostas a dúvidas enviadas por colega.

Oi professora ! Tudo bem ? No decorrer do semestre eu fui fazendo uma lista de dúvidas que foram aparecendo, me atrapalhei muito com algumas matérias e soube que ia esquecer minhas dúvidas.

Teoria de conjuntos

1-Eu li as anotações da aula e li o trecho do livro sobre conjuntos, no entanto não entendi o que seria uma Afirmação Vacuamente Satisfeita.

A palavra "vacuamente" nesse caso vem do conjunto vazio. Veja o próprio exemplo do livro. "*todo aluno com 5 metros de altura vai passar com 10 sem fazer prova*". Essa é uma afirmação verdadeira, pois se A for o conjunto de todos os alunos com 5 metros de altura, então A é o conjunto vazio. Se B é o conjunto dos alunos que tem nota 10, pode até ser não vazio, mas é certo que A está contido em B (já que o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto). Logicamente ele está dizendo a verdade, pois se não fosse verdade, existiria algum aluno com 5 metros de altura que não tem nota 10, mas não existe nenhum aluno com 5 metros de altura.

2-Qual a diferença entre escrever x e {x} o livro mencionou algo sobre mas não entendi muito bem a diferença.

x é qualquer objeto (matemático) que pode pertencer a um conjunto. Já { x } representa o conjunto que possui apenas x como elemento.

Por exemplo: x=10 representa o **número** 10, a quantidade 10, etc… Mas { 10 } representa o **conjunto** que só possui 10 como elemento.

Eu posso dizer que a solução da equação **x-10=0** é **x=10**. Ou então posso dizer que a solução da equação **x-10=0** pertence ao conjunto { 10 }.

3-Na página 8 do Capítulo 1 - conjuntos, teve um exemplo no qual concluímos que P->Q->R->S, então poderíamos afirmar que P->Q e\ou P->S ?

Considere as propriedades:

P: propriedade de uma figura plana ser um quadrado
Q propriedade de uma figura plana ser um retângulo
R: propriedade de uma figura plana ser um paralelogramo
S: propriedade de uma figura plana ser um quadrilátero

Então $P \to Q \to R \to S$. Mas também é verdade que $P \to R$ (todo quadrado é um paralelogramo) ou até que $Q \to S$ (todo retângulo é um quadrilátero).

Considere também os conjuntos formados a partir dessas propriedades:

A: conjunto dos quadrados

B: conjunto dos retângulos
C: conjunto dos paralelogramos
D: conjunto dos quadriláteros

Temos que A c B c C c D, mas também é verdade que A c C ou que B c D.

4-A observação da página 10 do capítulo 1 achei confusa, tratava-se da diferença entre "necessário" e "suficiente". Tem algum exemplo diferente da do livro em que essa diferença fique mais clara?

Essa linguagem é um pouco sutil mesmo. Mas vejamos outro exemplo.

Para ser aprovado na disciplina MAT 1513, precisa ter nota maior ou igual a 5,0 e frequência maior ou igual a 70%. Sendo assim, é **necessário** ter nota maior ou igual a 5, mas não é **suficiente** ter apenas a nota 5,0.

5- Se A c B <-> B^c c A^c (o c=está contido e X^c= conjunto complementar de X), isso significa que A=B^c ou A c B^c ou nenhum dos dois?

Nenhum dos dois. Aqui na verdade é uma equivalência, por causa do símbolo < -- > .

O que está dizendo é que A está contido em B, se, e somente se, o complementar de B está contido no complementar de A.

Ou seja, dizer que A está contido em B (todo elemento de A pertence a B) é a mesma coisa que dizer que B^c está contido em A^c (se um elemento não pertence a B ele não pertence a A).

Funções

1-Eu posso afirmar que a diferença entre Imagem e Contradomínio seria que o Contradomínio são os valores em que o Domínio são satisfeitos e a Imagem seria os valores em que f(x) são satisfeitos?

Mais ou menos… Contradomínio é **um** conjunto no qual os valores f(x) pertencem, e Imagem é **exatamente** o conjunto dos valores f(x).

2-Para provar que uma função é injetora devemos sempre usar a contrapositiva?

Uma função f é injetora se sempre que x ≠ y tivermos f(x) ≠ f(y). Sua contrapositiva é: sempre que f(x)=f(y) implicar em x=y. Como uma afirmação e sua contrapositiva são equivalentes, pode-se usar qualquer uma delas, dependendo da conveniência. Não dá muito para saber qual deve-se usar, depende muito da função… Isso vai de prática, de estudar e fazer exercícios.

3-Qual é um caso em que, através da contrapositiva, a função não é injetora?

Vai ser o caso em que f(x)=f(y) **não implica** que x=y. Por exemplo: f(x)=x^2, domínio: **R**. Temos que f não é injetora pois: f(-2)=f(2) mas -2 ≠ 2.

4-Como provamos que uma função é sobrejetora? Eu sempre substituo y no lugar de x e f(x) (para qualquer função) e tento achar algum f(y)=y. Esse modo serve, ou não está correto?

Vai depender muito da complexidade de cada função, não existe uma fórmula que vale para todas as funções, mas em geral, escrever y=f(x) e, sem seguida, tentar isolar o x, tentando escrever x em função de y, funciona em muitos casos, e inclusive pode dar uma ideia de por que uma determinada função em questão não ser sobrejetora, isto é, não vai ser possível “isolar” o x.

Trigonometria

1- Porque que não podemos dizer que o intervalo -90º<x<90º é igual ao intervalo 270º<x<90º ? Ao fazer uma lista referente ao assunto uma amiga minha afirmou que não eram a mesma coisa e observamos em um dos exercícios que isso realmente não era válido, qual é a explicação para isso?

Isso acontece pois estamos querendo estudar seno e cosseno (e outros conceitos trigonométricos) como funções, com domínio o conjunto dos números reais. Então atribuímos um significado para seno, cosseno, etc, em todos os números reais. Para números reais positivos, atribuímos esses valores com auxílio do círculo trigonométrico, dando voltas em sentido anti-horário, e se um número é maior do que 2π, os valores voltam a se repetir. Se um número é negativo, damos voltas em sentido horário, com a mesma periodicidade. Numericamente, o intervalo [-π/2, π/2] é diferente do intervalo [3π/2,π/2], eles estão situados em posições diferentes na reta real, mas os valores de seno e cosseno irão se repetir pela periodicidade.

2- No material referente às funções trigonométricas, tive dúvida no exercício 2 sobre a circunferência orientada. Quando temos -12 voltas posso montar uma regra de três tal que : -12 está para x e pi está para 180º ? ou deve trabalhar com o intervalo de -pi e -180º?

Aqui (e na sua pergunta anterior) é melhor trabalhar em radianos ao invés de graus.

É que a pergunta desse exercício, não é para dar 12 voltas, e sim quantas voltas daremos para representar o número -12 no círculo trigonométrico. Por exemplo, para representar o número π/2, devemos dar um quarto de volta no sentido anti-horário.

Uma volta no sentido horário representa o número -2π, que é aproximadamente -6,28, então duas voltas (no sentido horário) vai dar (aprox) -12,56. Então devemos dar quase duas voltas, no sentido horário.

3- No mesmo subtítulo da questão 2, como que devo iniciar o exercício 3 e 4?

No 3, esse ponto k irá corresponder a todos os números da forma π/7 + 2kπ, onde k é qualquer número inteiro (pode ser positivo ou negativo), justamente porque aqui se k for positivo, ele representa voltas no sentido anti-horário. E se ele for negativo, ele representa voltas no sentido horário.

Complexos

1- Na sua primeira aula de complexos você falou sobre o elemento neutro da adição/multiplicação. O que são esses valores e como você chegou neles?

O elemento neutro de uma adição é algum elemento (geralmente denotado por 0) que cumpre a+0=a, para todo elemento a do conjunto estudado.
Por exemplo, o elemento neutro dos números reais é o número **0**, o elemento neutro do conjunto das matrizes 2x2 é a matriz nula:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dessa forma, o elemento neutro do conjunto dos números complexos é o número **0+0i**.

O elemento neutro de uma multiplicação (ou elemento identidade) é algum elemento (geralmente denotado por 1) que cumpre a.1=a, para todo elemento a do conjunto estudado.
Por exemplo, o elemento identidade dos números reais é o número **1**, o elemento identidade do conjunto das matrizes 2x2 é a matriz identidade:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dessa forma, o elemento identidade do conjunto dos números complexos é o número **1+0i**.

PIF

1- O exercício 6 resolvido na Aula 1 sobre PIF, não entendi como que você fez para ir de uma igualdade para uma inequação (onde você usou o menor <)

Eu observei isso em uma das últimas aulas de dúvidas. Mas vejamos um exemplo:

(x+1)^2 = x^2+2x+1 > x^2+2x = x(x+2)

Na primeira igualdade, eu apenas desenvolvi a potência. Então as duas expressões são realmente iguais. Depois, temos um sinal de >, pois a terceira expressão não tem mais o número 1, logo ela ficou menor que a anterior. E depois tem outro sinal de =, pois apenas coloquei o x em evidência. E daí podemos concluir que (x+1)^2 > x(x+2).

É que vamos fazendo um raciocínio encadeado. Só não pode misturar, em argumentos deste tipo, os sinais de > e <. Só funciona com “< e =” ou “> e =”.

2- No final dessa mesma aula você resolveu dois exemplos no qual o PIF não funciona sempre. No primeiro exemplo, como que você concluiu que 40(41)+41 = 41^2 ?

Colocando o 41 em evidência: 40(41)+41 = 41(40+1) = 41(41) = 41^2