

Cronograma de aulas

- Aula 1 – conceito de tensão e deformação
- Aula 2 – propriedades mecânicas dos tecidos
- Aula 3 – discussão sobre trabalho 1
- Aula 4 – elastografia por ultrassom
- Aula 5 – discussão sobre o trabalho 2

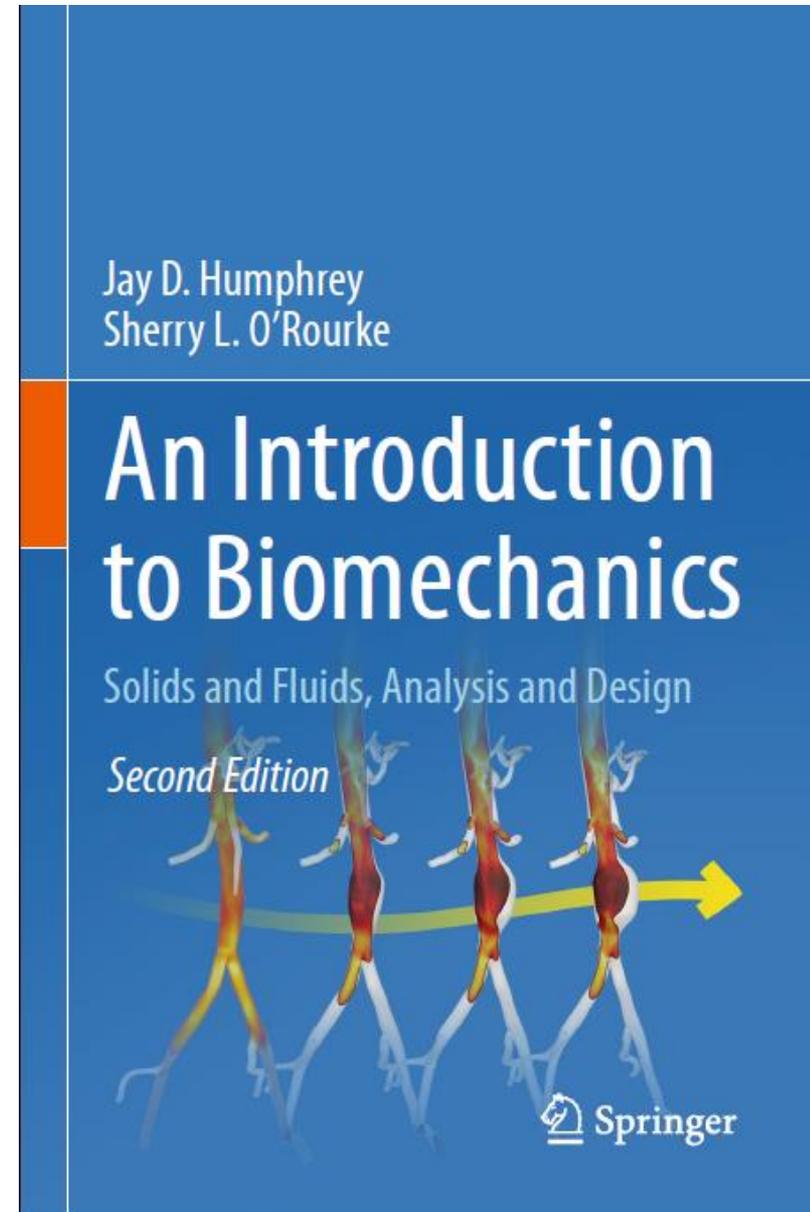
Tensão e deformação

Prof. Theo Z. Pavan

Jay D. Humphrey and Sherry L. O'Rourke
An Introduction to Biomechanics

Cap. 2 - Stress, Strain, and Constitutive Relations

[http://link.springer.com/openurl?genre=book
&isbn=978-1-4939-2623-7](http://link.springer.com/openurl?genre=book&isbn=978-1-4939-2623-7)

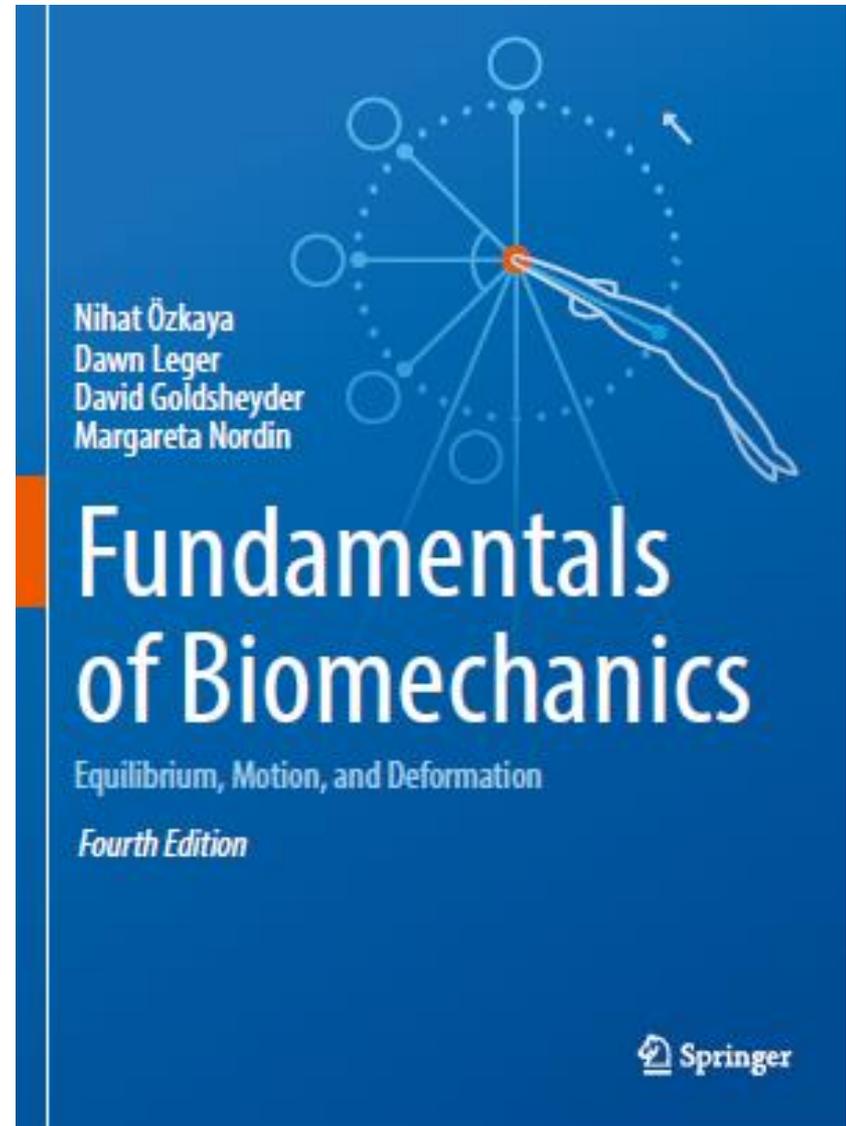


Fundamentals of Biomechanics.

Nihat Özkaya, Dawn Leger, David Goldsheyder, Margareta Nordin, 4th ed. 2017

Capítulos- 12, 13, 14 e 15

<http://link.springer.com/openurl?genre=book&isbn=978-3-319-44738-4>



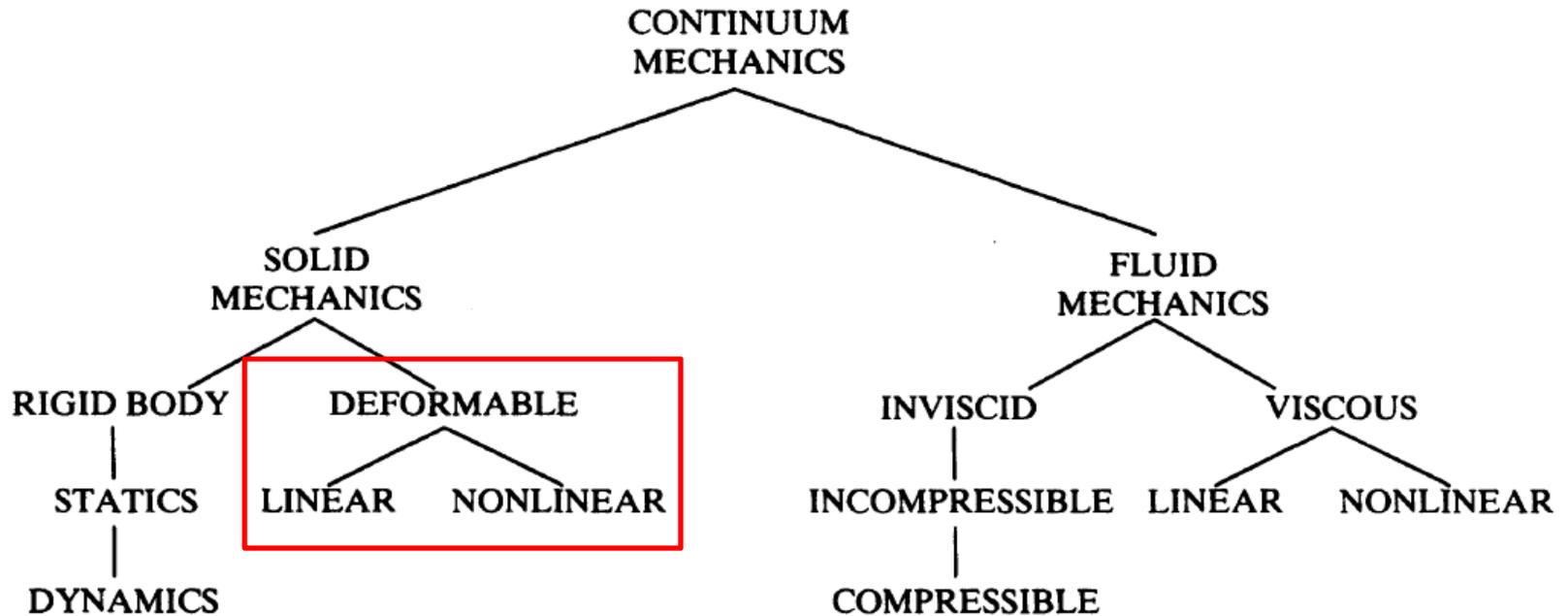


FIGURE 1.4 Flowchart of traditional divisions of study within continuum mechanics. Note that solid mechanics and fluid mechanics focus primarily on solidlike and fluidlike behaviors, not materials in their solid versus fluid/gaseous phases. Note, too, that linear and nonlinear refer to material behaviors, not the governing differential equations of motion. As we shall see in Chap. 11, many materials simultaneously exhibit solidlike (e.g., elastic) and fluidlike (e.g., viscous) behaviors, which gives rise to the study of viscoelasticity and the theory of mixtures, both of which are important areas within continuum biomechanics.

Mecânica dos corpos rígidos

- A suposição básica na mecânica de corpos rígidos é que os corpos envolvidos não se deformam sob cargas aplicadas.
- Essa idealização é necessária para simplificar o problema sob investigação, a fim de analisar forças e momentos externos.

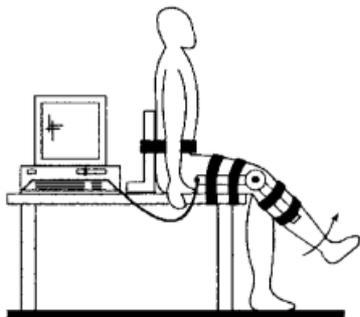


Fig. 10.17 Knee extension

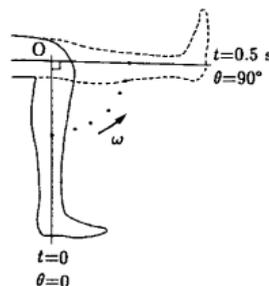


Fig. 10.18 Movement of the lower leg

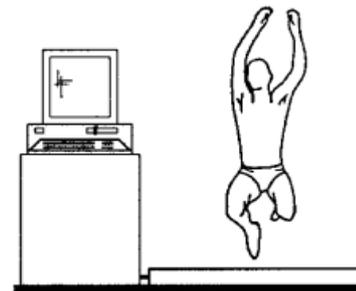


Fig. 11.8 A force platform

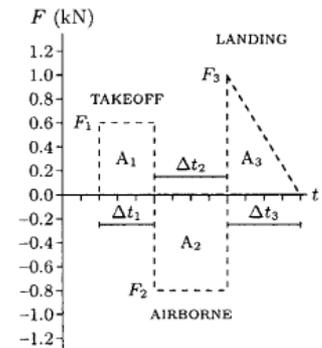


Fig. 11.9 Normalized force versus time plot for the athlete (1 kN = 1000 N)

Mecânica do corpo deformável

- O campo da mecânica do corpo deformável incorpora capacidade de sofrer alterações de forma e as propriedades mecânicas dos materiais que constituem o corpo nas análises.
- Este campo da mecânica aplicada utiliza as relações determinadas e/ou verificadas experimentalmente entre as forças aplicadas e as deformações correspondentes.

Alguns exemplos

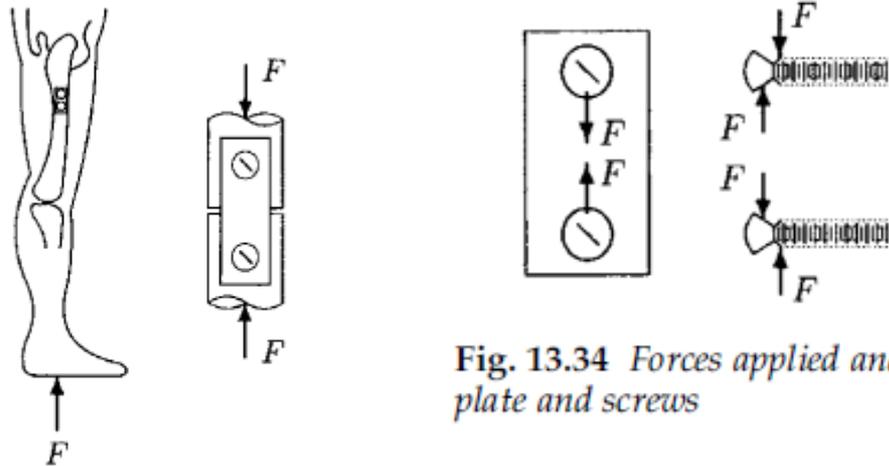
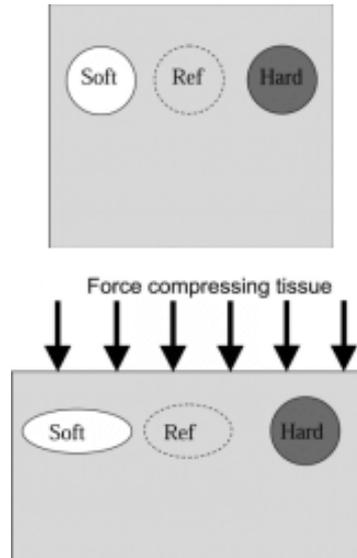


Fig. 13.34 Forces applied and the plate and screws

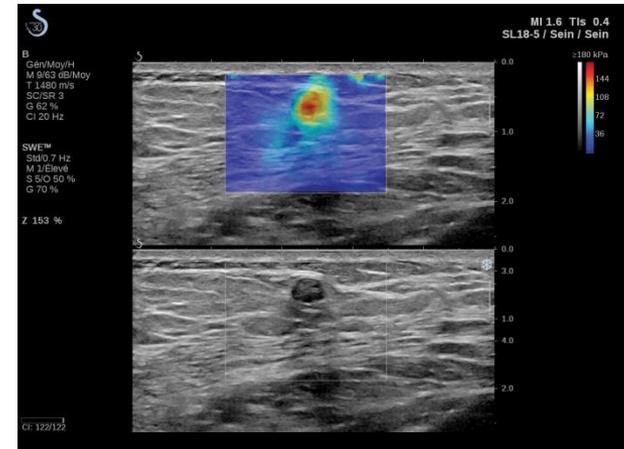
Fig. 13.33 Example 13.4



Fonte: wikipedia

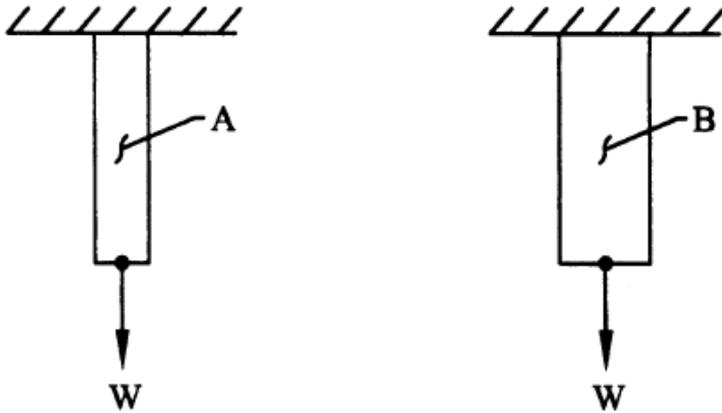


<https://www.yashodahospitals.com/blog/elastography/>



<https://www.supersonicimagine.com/Aixplorer-R/BREAST>

Mecânica do corpo deformável



Qual barra vai ser danificada primeiro devido à força W devido ao excesso de deformação?

- Nossa intuição diria o corpo A, correto?
- Se os materiais de A e B fossem os mesmos, essa poderia ser a resposta correta.
- Contudo, a resposta é: **depende**.
 - Das propriedades mecânicas de A e B.
 - A poderia ser um material muito mais resistente que B, por exemplo.

Lei de Hooke

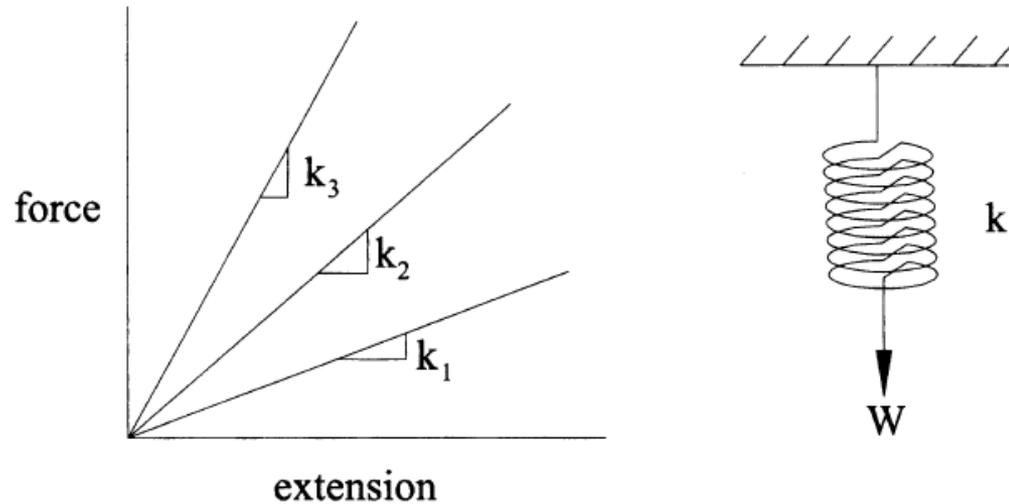


FIGURE 2.2 Force–extension behavior of three different metallic springs, which exhibit linear behaviors and thereby can be quantified by individual spring constants k (or stiffnesses). Although many springs exhibit a linear behavior, nonlinear springs exist as well.

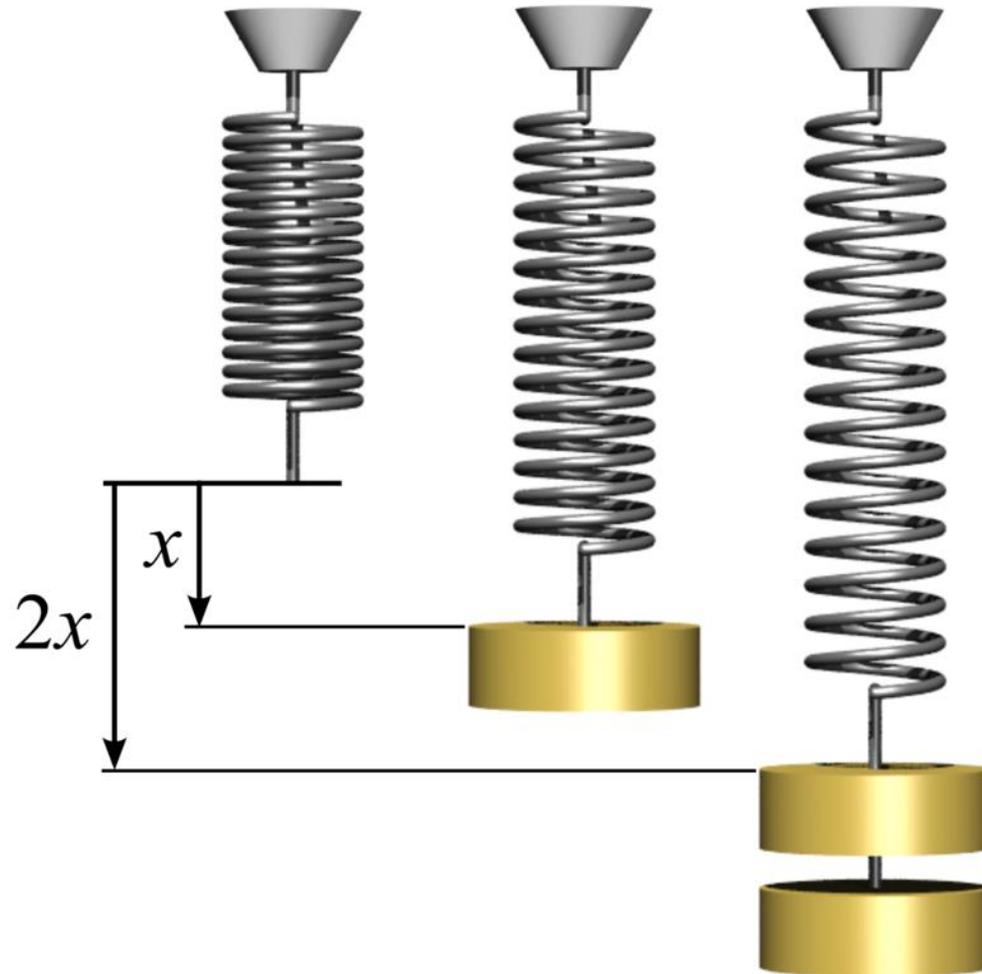
$$f = k(\ell - \ell_0)$$

ℓ é o comprimento atual

ℓ_0 é o comprimento original

k é a chamada constante ou rigidez da mola

Lei de Hooke



Quais seriam os comportamentos, força vs. alongamento do corpo, agora?

Vamos assumir que os materiais são os mesmos nos 3 casos.

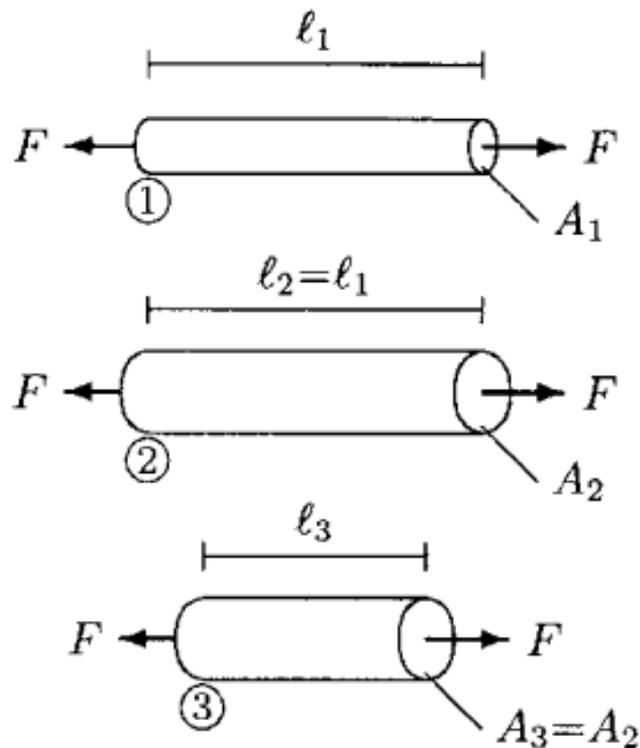


Fig. 13.3 Specimens

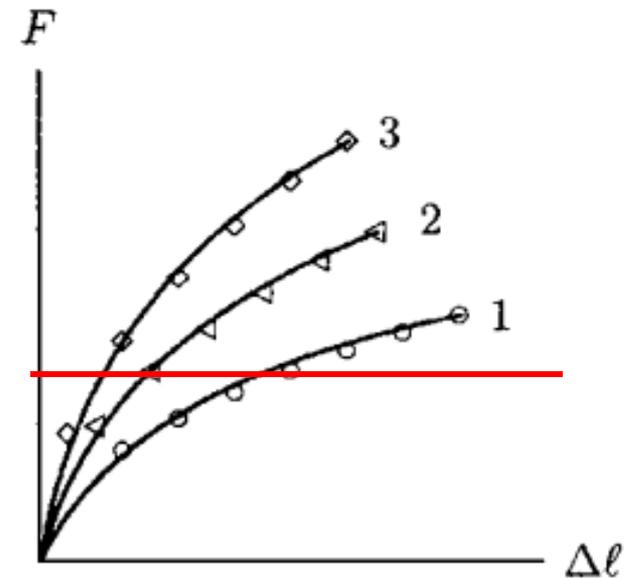


Fig. 13.4 Load-elongation diagrams

Curva **força vs. alongamento** não é linear neste caso.

Tensão Vs Deformação

Vamos assumir que os materiais são os mesmos nos 3 casos.

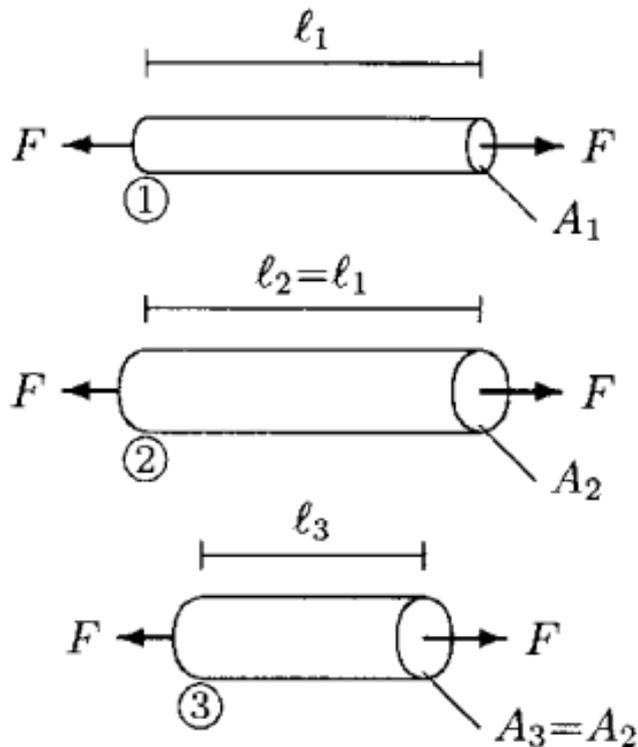
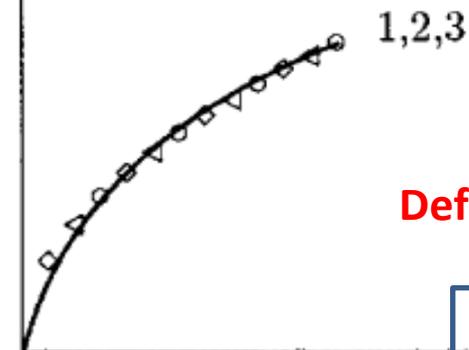


Fig. 13.3 Specimens

Tensão

$$\frac{F}{A}$$



Deformação

$$\frac{\Delta l}{l}$$

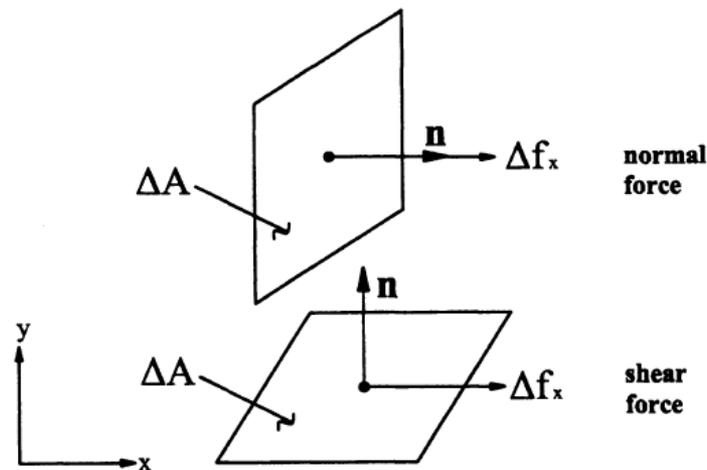
Fig. 13.5 Load over area versus load over length diagram

Tensão (F/A) - kPa

- Em 1757, Leonard Euler percebeu que uma melhor medida para análise é uma "intensidade de força" ou tensão.
- Em inglês \rightarrow stress.
- Simplificando, Euler definiu essa intensidade como uma força que age normal em uma área dividida pelo valor dessa área

Tensão (F/A) - kPa

- Durante o período de 1823 a 1827, Augustin-Louis Cauchy formalizou o conceito de tensão.
- Força que age sobre uma área orientada em qualquer ponto do corpo, é claro que pode haver diferentes "tensões" no mesmo ponto, dependendo da orientação da força aplicada e da orientação da área de interesse



Força normal e força de cisalhamento

As tensões classificam-se como de tração, de compressão (tensões normais) ou de cisalhamento (tensão tangencial ou de corte).

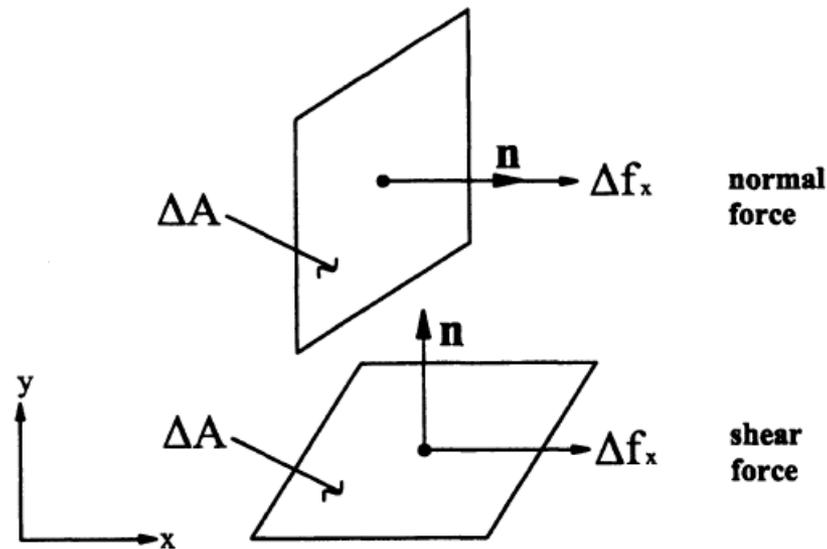


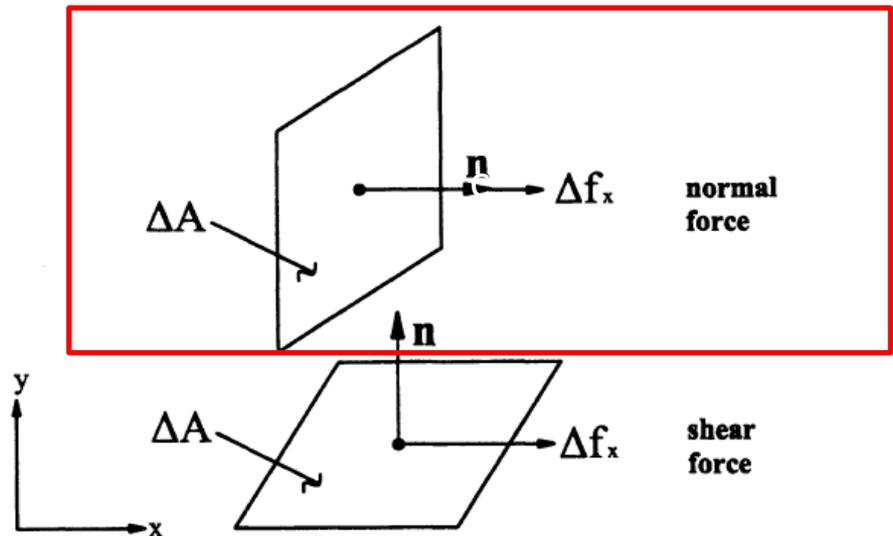
FIGURE 2.3 Schema of the x component of a differential force Δf_x (actually, the mean value of a distributed force) that acts on an area ΔA . Clearly, the effect of this single component of force on the underlying material will depend on the orientation of the area over which it acts: If the area is oriented in the same direction as the force, we expect a tension or compression, whereas if the area is oriented orthogonal to the force, we expect a shearing action. The directions of both the force \mathbf{f} and the area (given by its outward unit normal vector \mathbf{n}) are equally important.

Conceito de tensão

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta f_x}{\Delta A_x} = \frac{df_x}{dA_x} = \sigma_{xx}; \quad \sigma_{(\text{face})(\text{direction})},$$

- Denotamos tensão com o sigma minúsculo grego, com o primeiro e o segundo subscritos (ou índices) associados à área orientada (ou seja, face) na qual a força atua e a direção da força aplicada, respectivamente.

Tensão normal na
direção x

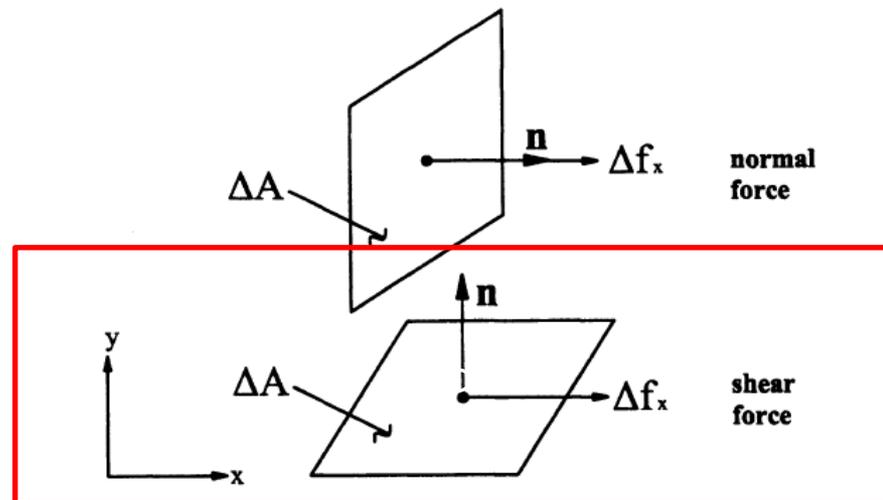


Tensão de cisalhamento

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta f_x}{\Delta A_y} = \frac{df_x}{dA_y} = \boxed{\sigma_{yx}} \quad \sigma_{(\text{face})(\text{direction})},$$

for a shear stress in the x - y plane.

Tensão de cisalhamento no plano $x - y$



Tensão é um tensor!

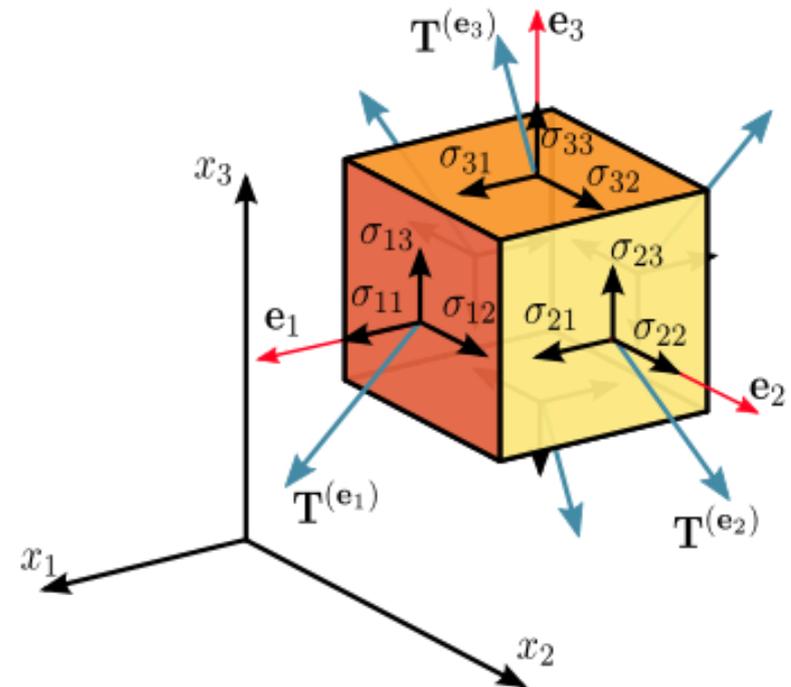
- Embora as tensões ajam na direção daquele componente da força que atua no ponto de interesse, elas não são vetores.
- Pelo contrário, porque a tensão é uma força que age sobre uma área orientada, está associado a duas direções, uma para a direção da força e a unidade externa normal n .

$$\sigma_{(\text{face})(\text{direction})},$$

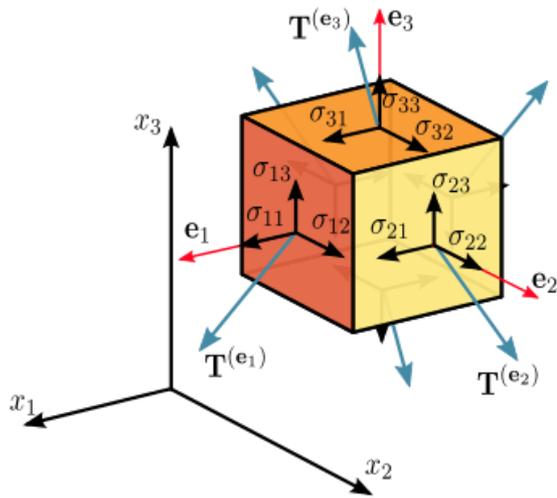
Tensão é um tensor!

- Matematicamente, essas quantidades são chamadas tensores.
- No entanto, é útil representar os componentes do tensor por setas que atuam nas faces apropriadas de um corpo nas direções apropriadas.

$$\sigma_{(\text{face})(\text{direction})},$$



Tensão é um tensor!



$$T_j^{(n)} = \sigma_{ij} n_i \quad \sigma_{(\text{face})(\text{direction})},$$

$$\sigma_{(\text{face})(\text{direction})} = \begin{bmatrix} \frac{df_x}{dA_x} & \frac{df_y}{dA_x} & \frac{df_z}{dA_x} \\ \frac{df_x}{dA_y} & \frac{df_y}{dA_y} & \frac{df_z}{dA_y} \\ \frac{df_x}{dA_z} & \frac{df_y}{dA_z} & \frac{df_z}{dA_z} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

Optimum Configuration of Cannulated Compression Screws for the Fixation of Unstable Femoral Neck Fractures: Finite Element Analysis Evaluation

Jiantao Li ¹, Menglin Wang ², Jianfeng Zhou ³, Lin Han,⁴ Hao Zhang ¹, Chen Li ⁵,
Lianting Li ⁶, and Ming Hao ¹

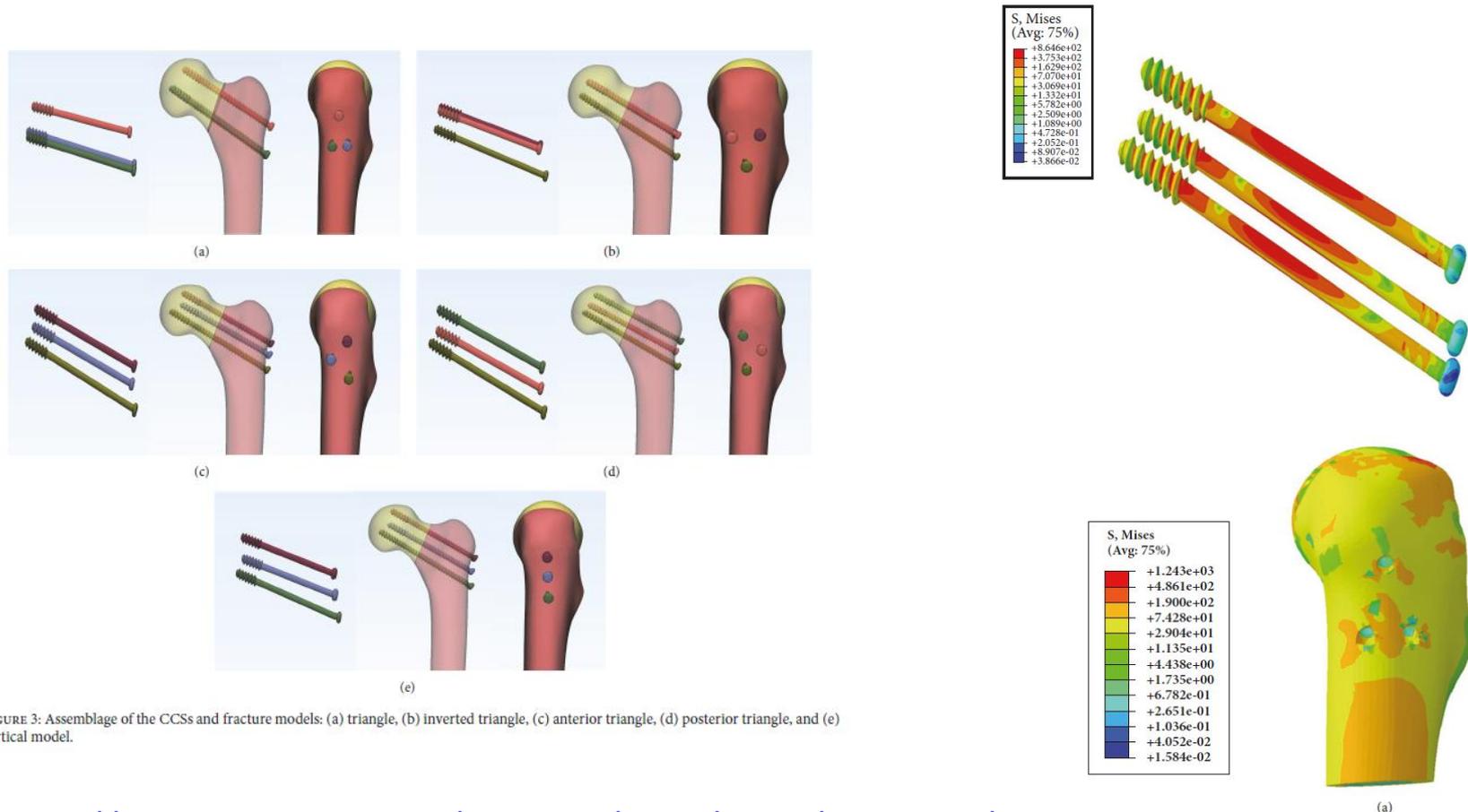


FIGURE 3: Assemblage of the CCSs and fracture models: (a) triangle, (b) inverted triangle, (c) anterior triangle, (d) posterior triangle, and (e) vertical model.

Exemplo

Example 2.1 Referring to Fig. 2.5, what are the values of σ_{xx} , σ_{xy} , σ_{yx} , and σ_{yy} in this 2-D state of stress.

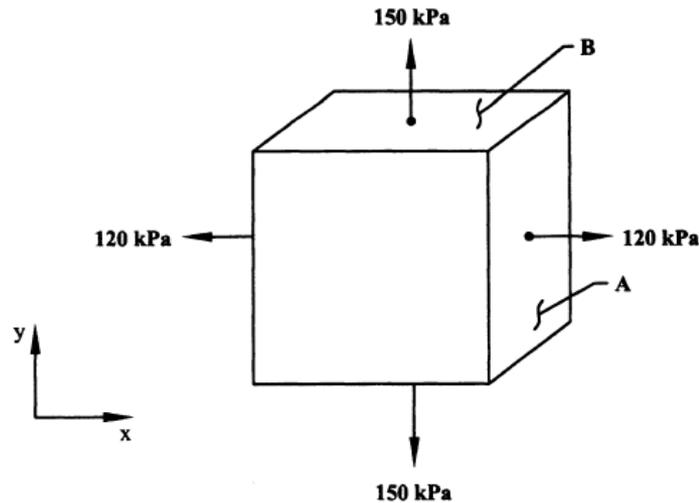


FIGURE 2.5 An illustrative 2-D state of stress acting at a point, components of which act over oriented areas that are expanded for ease of visualization. Although the magnitudes of the components can be considered arbitrary, these values are consistent with in-plane values of stress within a large artery.

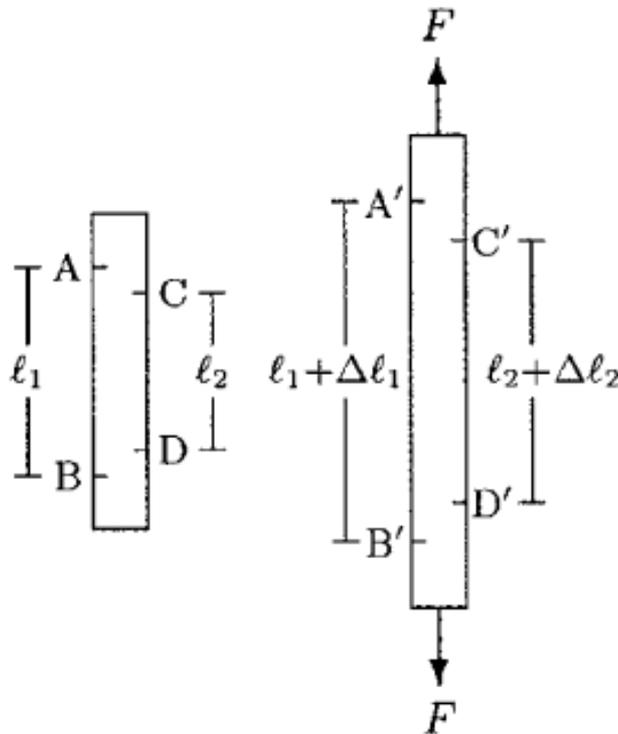
Solution: Noting that the right face is an x face (with outward unit normal \hat{e}_x) and that the top face is a y face, we have $\sigma_{xx} = 120$ kPa, $\sigma_{xy} = 0$ kPa, $\sigma_{yy} = 150$ kPa, and $\sigma_{yx} = 0$ kPa. Being able to identify components of stress $\sigma_{(\text{face})(\text{direction})}$ is an important step in understanding the mechanics.

Conceito de deformação

- Em inglês: Generally, **strain** is defined as the relative change in the shape or size of an object due to an externally applied force. In biomechanics, strain, which is also known as **unit deformation**, is a measure of the degree or intensity of deformation.
- Em português: **deformação**.

Deformação por dilatação

- Alongamento ou contração.



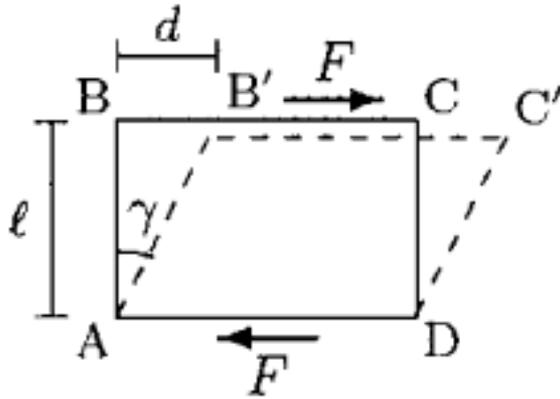
$$\left(\frac{\Delta l_1}{l_1}\right) \simeq \left(\frac{\Delta l_2}{l_2}\right)$$

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Fig. 13.9 *Normal strain*

Deformação → Denotamos deformação com o épsilon minúsculo grego .

Deformação de cisalhamento



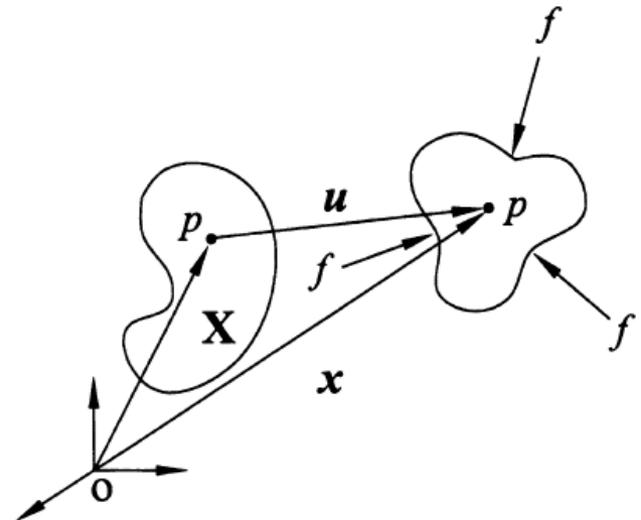
$$\gamma \cong \tan(\gamma) \cong \frac{d}{l}$$

Fig. 13.10 *Shear strain*

As deformações são calculadas dividindo-se duas quantidades com a dimensão do comprimento. Portanto, são quantidades sem dimensão e não há nenhuma unidade associada a elas.

Vetor de deslocamentos

- Basicamente, um vetor de deslocamento quantifica a diferença entre onde (um ponto) estamos, denotados por um vetor de posição x , e onde estávamos originalmente, denotados por um vetor de posição X . Assim, $u = x - X$



Vetor de deslocamentos em um corpo deformável

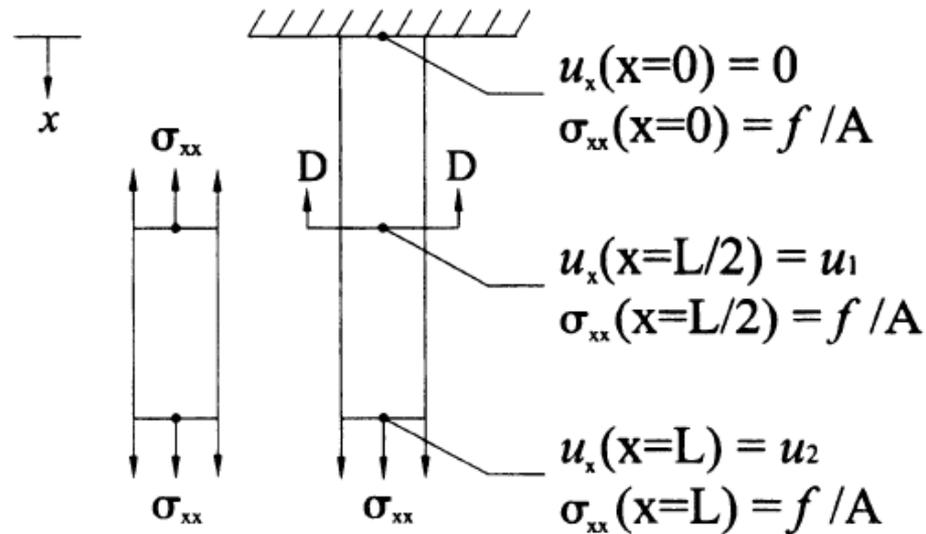


FIGURE 2.18 Displacements at various locations in a uniformly loaded, vertically suspended structural member. Note, in particular, that the value of the displacement varies from point to point (i.e., it is nonuniform), whereas the value of the xx component of stress does not vary.

$$\mathbf{u} = u_x \hat{\mathbf{i}} + u_y \hat{\mathbf{j}} + u_z \hat{\mathbf{k}} \equiv u_x \hat{\mathbf{e}}_x + u_y \hat{\mathbf{e}}_y + u_z \hat{\mathbf{e}}_z$$

Cálculo das deformações

$$\sigma_{(\text{face})(\text{direction})} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad [\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

Deformações de dilatação - normal

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x},$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y},$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z},$$

Deformações de cisalhamento

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) = \varepsilon_{yx},$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) = \varepsilon_{zy},$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = \varepsilon_{zx},$$

Exemplo

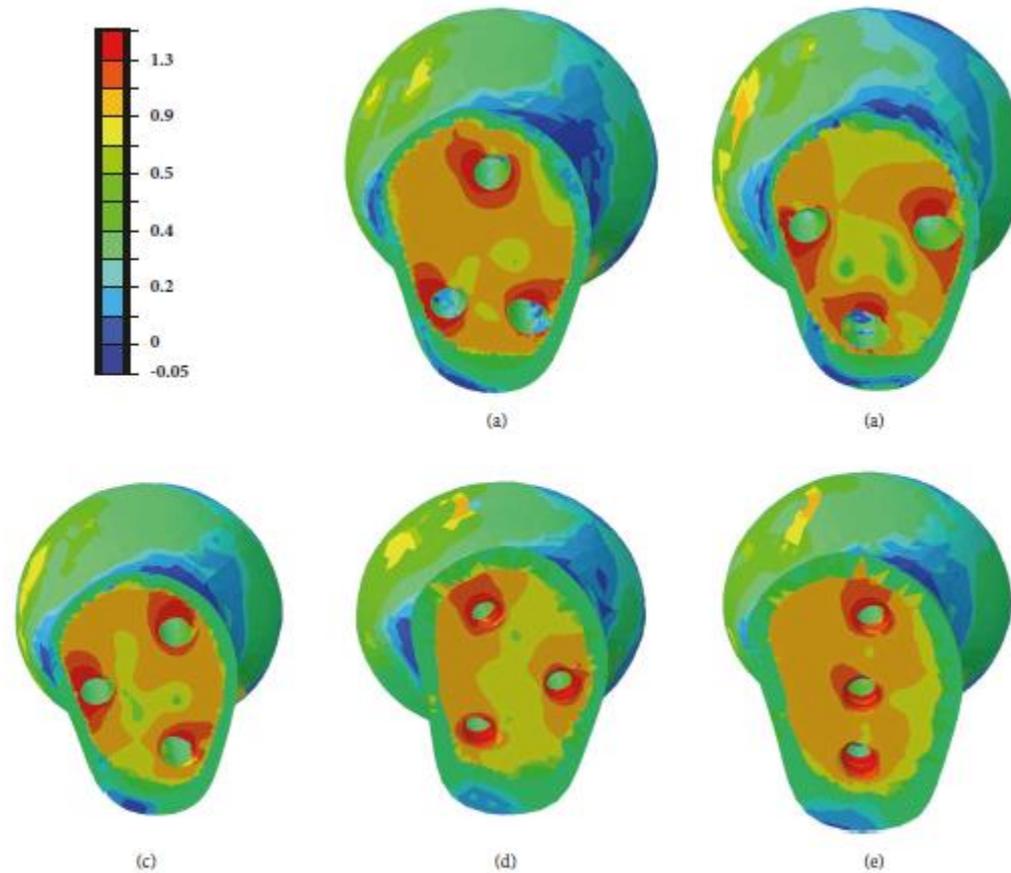


FIGURE 8: Strain nephograms showing the principal strains plotted in percent with a yield strain value of 0.9%. Orange regions indicating the strains above 0.9% and at higher risk of cutout. (a) Triangle model. (b) Inverted triangle model. (c) Anterior triangle model. (d) Posterior triangle model. (e) Vertical model.