|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  **Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos**  **PSI – EPUSP**  **PSI 3214 - LABORATÓRIO DE INSTRUMENTAÇÃO ELÉTRICA (2020)**  **EXPERIÊNCIA 3 – Análise de Fourier de Sinais Periódicos** |  |

L.Q.O.; D.C.; V.H.N

Leopoldo Yoshioka / Elisabete Galeazzo

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **No. USP** | **Nome** | **Nota** |
|  |  |  |
| **Data:** | **Turma:** | **Profs:** |

**Guia e Roteiro da atividade remota**

**Objetivos gerais:**

Após a realização desta atividade remota você:

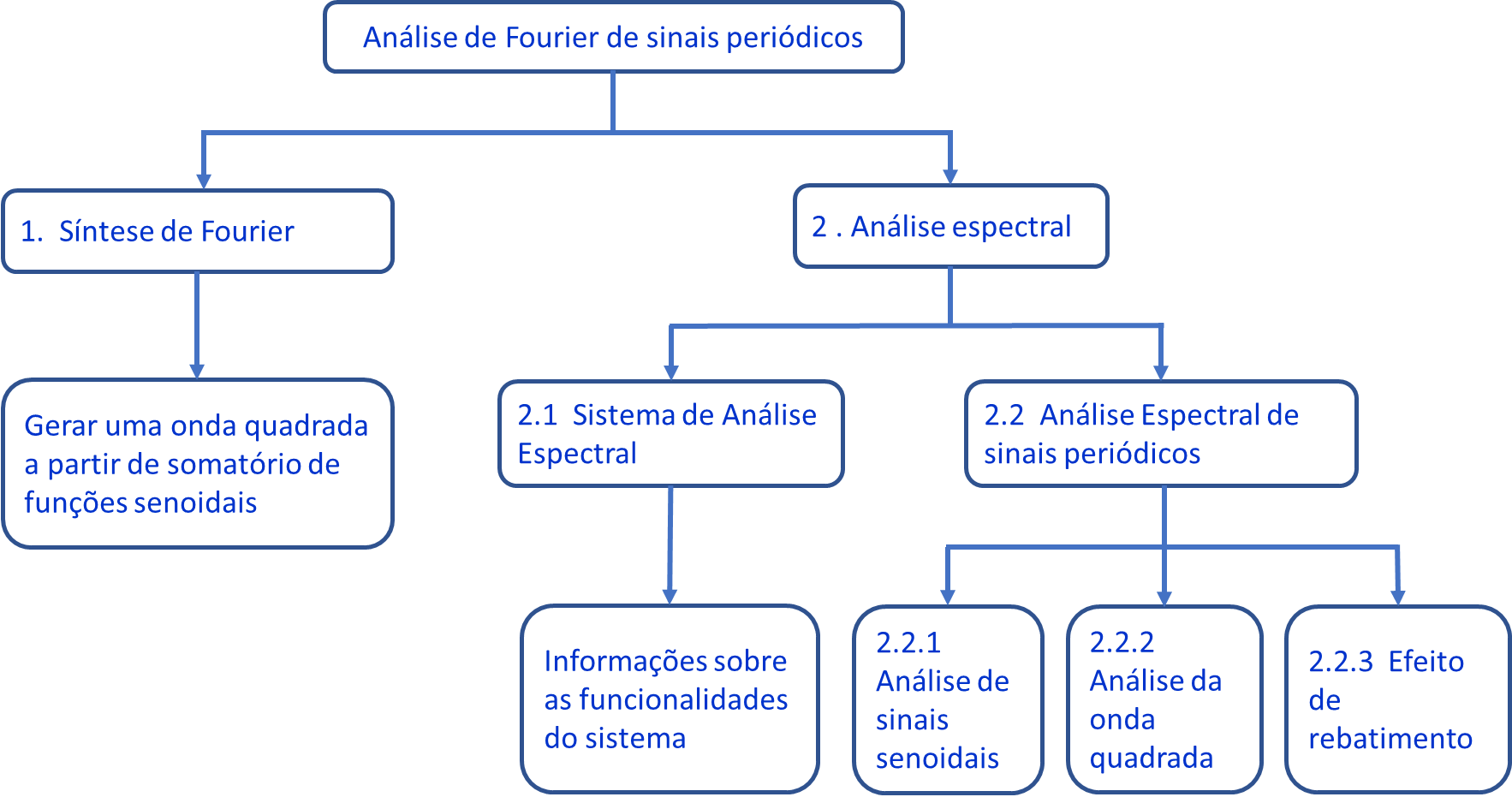
* Estará **familiarizado** com os seguintes **conceitos**: Séries de Fourier, Transformada de Fourier e Transformada Discreta de Fourier (TDF)
* Terá aprendido a **sintetizar** (construir) uma onda quadrada a partir da **combinação** linear (soma ponderada) de **funções senoidais**.
* Saberá utilizar um **software** para geração, aquisição e processamento de sinais para obtenção de componentes espectrais de sinais senoidais e de ondas quadradas,
* Compreenderá o **significado** dos espectros de frequência que compõem os sinais.
* Terá uma **ideia prática** do comportamento dos espectros quando modificamos o tamanho da janela de análise, e conhecer o **efeito de rebatimento**, decorrente da **redução** da taxa de amostragem do sinal na aquisição.

**materiaIS e ferramentas**

* Computador com sistema operacional **Windows** (para outros S.O. utilizar máquina virtual Windows)
* Software “**Sintese\_de\_Fourier**” (disponível no e-Disciplinas)
* Software “**Analise\_Espectral**” (disponível no e-Disciplinas)

**ATIVIDADE REMOTA**

A **Fig. 1** mostra o **mapa** das atividades remotas que desenvolveremos nesta experiência.



**Figura 1 – Organização das atividades da Experiência de Análise de Fourier.**

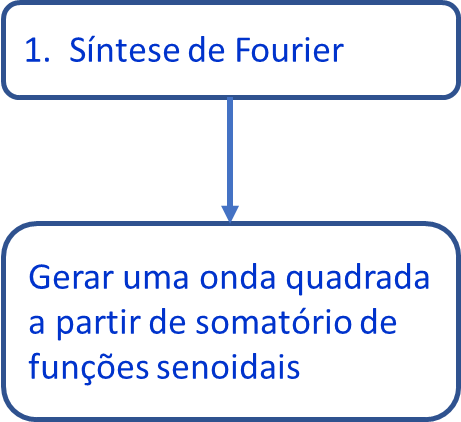
**Download dos *softwares***

Antes de mais nada, acesse o e-Disciplinas/PSI3214/Exp3-Fourier e instale no seu computador os seguintes arquivos:

* **Sintese\_de\_Fourier.zip**
* **Analise\_Espectral.zip**

Descompacte esses arquivos no seu computador. Nas pastas criadas você encontrará os arquivos executáveis: Sintese\_de\_Fourier.exe e Analise\_Espectral.exe.

Caso o computador que você estiver utilizando não tiver o LabVIEW instalado, será necessário instalar o aplicativo “LabVIEW – *Run Time Engine 2014*”. Siga as instruções do manual de instalação do LabVIEW *Run Time Engine*, disponível no e-Disciplinas. A instalação do *Run Time* deverá ser feita antes de executar os softwares de síntese e de análise de Fourier.



**1. Síntese de Fourier**

**Objetivo: obter uma aproximação de onda quadrada por meio da somatória de funções senoidais com frequências múltiplas.**

O software **Sintese\_de\_Fourier** permite criar diferentes formas de onda, variando-se as amplitudes e fases dos diversos harmônicos. Neste software, na janela da esquerda são mostradas as componentes das funções senoidais (1ª a 11ª harmônicas). Na janela da direita é mostrada a onda resultante da somatória das componentes harmônicas.

**1.1 Síntese de um sinal periódico**

Utilizando o software ***Sintese\_ de\_Fourier*** construa um sinal periódico por meio de somatória de funções senoidais, conforme a expressão mostrada a seguir:

Note que o sinal resultante é uma aproximação de uma **onda quadrada** com amplitude pico-a-pico ***A*** e nível DC nulo [3].

* Para sintetizar este sinal, procure ajustar o maior número possível de harmônicos no software. Escolha **o** igual a 10 krad/s, ou seja, **fo = 5 kHz,** e amplitude de **7,0 Vpp**.
* Ajuste também **as fases** (h) dos harmônicos para que as funções sejam senoidais (e não cossenoidais), como indicado na expressão acima.
* Preencha a **Tabela 1** com os valores das amplitudes dos harmônicos (**Ah**) e as fases correspondentes (**θh**) que foram escolhidos.

**Tabela 1.** Valores das amplitudes dos harmônicos (Ah) e as fases correspondentes (**θh**).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **h** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** |
| **Ah** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **h** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

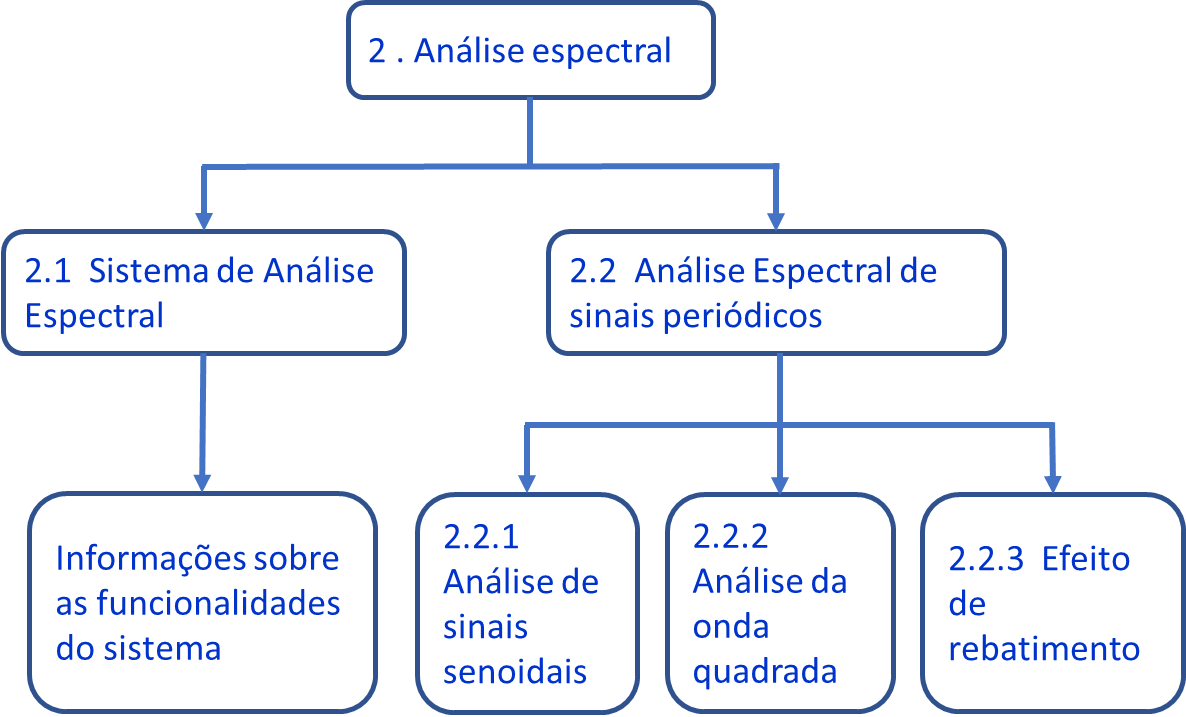
Esboce o gráfico da forma de onda do sinal sintetizado, **indicando** no gráfico o **período** e a **tensão** pico a pico do sinal resultante.

|  |
| --- |
|  |

**1.2 Análise dos resultados**

Baseado no processo de síntese de onda periódica realizada no item anterior, responda às seguintes perguntas:

|  |
| --- |
| **a)** Qual a relação entre a frequência do **sinal sintetizado** e as frequências dos componentes harmônicos utilizados para a sua construção?  **b)** O que se pode concluir a respeito da **qualidade de aproximação** da onda quadrada com relação à **quantidade de componentes harmônicos** utilizados para a sua construção? Utilize, para efeito de comparação, a animação da síntese de onda quadrada por meio de adição crescente de harmônicas de **1 a 50** mostrada na **Figura 2**. Passe o mouse sobre a figura para iniciar a animação.  Mapa com linhas pretas em fundo branco  Descrição gerada automaticamente  **Figura 2 – Animação da síntese de onda quadrada**  (Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Onda\_quadrada) |

1. **análise espectral**

|  |
| --- |
| ***Objetivos****: aprender a utilizar um sistema de análise espectral e obter o espectro de sinais periódicos usando Transformada Discreta de Fourier. Interpretar os resultados da análise espectral.* |

**2.1 INFORMAÇÕES SOBRE O Software de análise espectral**

Realizaremos a análise espectral de sinais periódicos utilizando um software implementado no LabVIEW. A **Fig. 3a** mostra o painel frontal do software **Analise\_Espectral**. A **Fig. 3b** mostra a janela para a configuração do gerador de funções.

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Painel frontal do software Analise\_Espectral | (b) Geração e aquisição do sinal. |

**Figura 3 – Interface do Software de Análise Espectral.**

A seguir faremos uma breve descrição das principais funcionalidades do software.

**ANÁLISE DO SINAL:**

Deve-se inicialmente definir os seguintes parâmetros:

* **Tipo de janela**: nesta experiência utilizaremos somente a janela “**Retangular**”;
* **Número de amostras**: refere-se à quantidade total de amostras que se deseja adquirir;
* **Taxa de amostragem**: refere à velocidade que se deseja amostrar o sinal [amostras/s]

Os valores *default* desses parâmetros são os seguintes: janela retangular; 1000 amostras; 1M amostras/s. Note que o parâmetro “Período de Amostragem” é o inverso da taxa de amostragem (o usuário não consegue alterar diretamente esse valor). O período total visualizado no software será então o produto do número de amostras pelo período de amostragem.

**AQUISIÇÃO:**

Esta função incorpora as funções de geração do sinal e de aquisição dos dados.

Ao pressionar o botão “AQUISIÇÃO”, será aberta uma janela para a configuração dos parâmetros do sinal a ser gerado, como mostrado na Fig. 3b.

Os parâmetros que devem ser configurados do sinal são os seguintes: 1) frequência do sinal; 2) forma de onda; 3) amplitude do sinal e o 4) nível de offset. No exemplo mostrado na Fig. 3b foi escolhido um sinal de **5 kHz**, forma de onda **senoidal,** amplitude de **1 V de pico** e offset **nulo**. Na janela “Sinal Amostrado”, indicado na Fig. 3ª, pode-se observar que o sinal capturado pelo software corresponde às características do sinal definido na janela “Gerador de Funções”.

**SELEÇÃO:**

Após a geração e aquisição do sinal, utiliza-se os **cursores** (cursor 0 e cursor 1), dentro da janela “Sinal Amostrado”, para fazer a **seleção do intervalo** do sinal (ou janela) que se deseja **analisar**. O parâmetro “**Tempo entre os cursores**” corresponde ao tamanho do **intervalo, também chamado de tamanho da janela**.

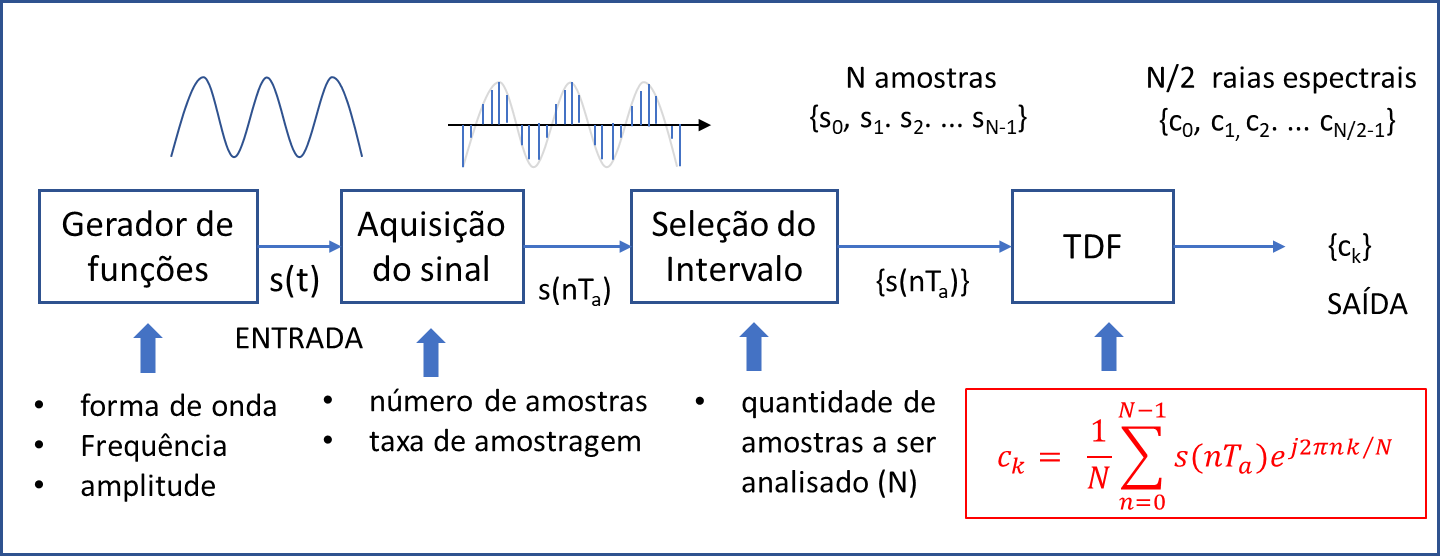
**ANÁLISE DE FOURIER:**

Com o intervalo do sinal selecionado, pressione o botão “ANÁLISE DE FOURIER”. O software realizará os cálculos dos coeficientes espectrais (coeficientes relacionados a raias espectrais), ou seja, as amplitudes da série trigonométrica que representa o sinal periódico. O resultado será exibido em dois gráficos: “**Amplitude versus índice k”** e “**Fase versus índice k”**. O índice k representa a posição de uma determinada raia espectral. As amplitudes e as fases são calculadas pelo software aplicando-se a Transformada Discreta de Fourier (TDF).

**VISÃO GERAL DO PROCESSO**

A Fig. 4 mostra o processo de análise de Fourier utilizando-se a TDF, começando com a geração do sinal, **s(t)**, até a determinação dos componentes espectrais, **ck.**

Note que o número total de raias espectrais calculadas pelo software é **N/2** e não **N**. Obtém-se as raias espectrais de **0 a (N/2 – 1)** e, como partir das raias espectrais **N/2 a (N-1)** o espectro se repete espelhado, não há necessidade de calculá-las.



**Figura 4 – Processo de análise espectral de um sinal.**

* 1. **Análise espectral de sinais periódicos**

Vamos efetuar a análise espectral de sinais periódicos, utilizando o software “ANALISE\_ESPECTRAL”. Nesta experiência, utilizaremos **somente** a janela do tipo “**Retangular**”.

****

**2.2.1 Análise de sinais senoidais**

|  |
| --- |
| ***Objetivos****: Aprender a analisar os componentes espectrais de um sinal senoidal para diferentes condições de amostragem e de janelamento.* |

**a)** Abra o software e configure-o da seguinte forma:

* Número de amostras = **200** (número total de amostras que o software adquirirá do gerador)
* Taxa de amostragem = **200k amostras/s** (Ta = 5 µs)

**b)** No software, selecione a função AQUISIÇÃO. Ajuste gerador de funções para fornecer um sinal com frequência de **10 kHz**, forma de onda **senoidal**, amplitude **7 Vpp e** offset **nulo.** Comande ADQUIRIR E SAIR.

**c)** Utilizando os cursores, meça o **período** e a **amplitude** do sinal mostrado na janela “Sinal Amostrado”. Posicione com cuidado os dois cursores[[1]](#footnote-1) contidos na janela *Sinal Amostrado* para **delimitar um período do sinal** com a maior exatidão possível. Use a indicação “*Tempo entre os Cursores*” situada abaixo do gráfico para certificar-se sobre os intervalos delimitados entre eles. Aplique o recurso do “Zoom”  para melhorar a visualização do sinal. Preencha a **Tabela 2**.

**Tabela 2: Características do sinal amostrado**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Período(µs) | Frequência (*Hz*) | Amplitude (Vpico) | Número de amostras contido em um período do sinal |
|  |  |  |  |
| **Pergunta**: o número de amostras contido em um período é consistente com a configuração efetuada no **item a**? Justifique a resposta. | | | |

**d)** Em seguida, confira no software se os parâmetros **Tipo de Janela** e **Número de Raias Espectrais Apresentadas** selecionados são: *Retangular* e *60*, respectivamente. Selecionando-se exatamente **1 período do sinal** com os cursores**,** execute a função **“ANÁLISE DE FOURIER”**.

***ATENÇÃO:*** *Caso não selecione um número inteiro de períodos do seu sinal, ocorrerá um efeito denominado “VAZAMENTO ESPECTRAL”. Como consequência, componentes espúrios de frequência alta serão observados no espectro, e que não corresponderão ao sinal original. Informações adicionais sobre este efeito estão descritas no arquivo “****Erros da TDF****”, disponível no e-Disciplinas. Vale a pena ler sobre este tipo de erro.*

Esboce a seguir o espectro obtido através da TDF (Amplitudes da Série Trigonométrica).

|  |
| --- |
|  |

e) Faça uma interpretação do resultado obtido, respondendo às seguintes perguntas:

e1) Qual raia espectral da TDF (valor do índice k) apresentou uma amplitude significativa?

e2) Qual é o valor da **amplitude** associada a essa raia?

e3) Qual é a resolução espectral, fd, do sinal de saída da TDF? Apresente os cálculos. (consulte o Quadro 1 a seguir para responder essa pergunta,).

e4) Qual é a **frequência** associada a essa raia? Apresente os cálculos. (para responder essa pergunta consulte o Quadro 1, a seguir).

**QUADRO 1 – Cálculo da resolução espectral e determinação de frequência da *k-*ésima raia.**

|  |
| --- |
| Leia o **item 4.2** da Introdução Teórica para mais detalhes.  Note que a ***frequência fundamental da análise espectral***, ***fd*** (ou ***resolução espectral***) é calculada por (equação 30, da Introdução Teórica):   1. ***fd*** = 1/*Td* ,   onde ***Td*** é a **duração da janela**, indicada sob o título “*Tempo entre os Cursores*”, no painel *Sinal Amostrado*.  A frequência da ***k*-ésima raia espectral (*fk*)** é calculada por:  (2) *fk = k fd .*  Os índices ***k*** das raias espectrais estão representados no eixo x dos gráficos “*Amplitude da série trigonométrica (volts)*” e “*Fases da série trigonométrica (graus)*”. |

**f)** Complete a 1ª linha da Tabela 3 a seguir, com as demais informações solicitadas sobre o espectro obtido, considerando que:

kmax = índice da última raia espectral calculada pela TDF;

fa = frequência de amostragem.

**g)** Altere o tamanho da janela para selecionar exatamente **4** períodos do sinal. Efetue a análise espectral, e complete os campos correspondentes na segunda linha da **Tabela 3** com as informações solicitadas.

**Tabela 3** - dados da análise espectral do **sinal senoidal 1**:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| no de períodos  na janela (entre os cursores) | no de pontos selecionados  na janela (amostras entre os cursores) | Resolução espectral fd (Hz) | Índice do kmáx\* | fkmáx\*\* (Hz) | fa  (Hz) | Índice espectral (k) da raia com maior amplitude | Frequência da raia com maior amplitude | Amplitude  calculada pela TDF  neste índice espectral | Amplitude  Téorica esperada para o mesmo índice |
| **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **4** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

***\**** kmax = índice da última raia espectral calculada pela TDF;

***\*\*fkmax corresponde à frequência associada ao índice kmax.***

**h)** Compare os resultados das duas análises espectrais da **Tabela 3**, e descreva **quais foram as principais diferenças** ao **aumentar o número de períodos** contidos dentro da janela para realizar a TDF.

|  |
| --- |
|  |

**i)** Volte a selecionar um único período do sinal e refaça a análise de Fourier. Qual o **efeito de deslocar a posição da janela para outras regiões do sinal amostrado?** Observe o que ocorre com os espectros de **Amplitudes** e de **Fases** ao efetuar a análise de Fourier. Comente. (eventualmente, pode ser necessário “parar”  a execução do software e reiniciar )

|  |
| --- |
|  |

**j)** Refaça uma análise espectral para um sinal senoidal de **47,5 kHz,** amplitude **7Vpp,** utilizando as seguintes configurações:

* Número de amostras: **1000;**
* Taxa de amostragem: **500k** amostras/s;
* Tamanho da janela: **400 μs** (tempo entre cursores)
* Número de harmônicos apresentados: 200

Após fazer a análise espectral, preencha a 1ª linha da **Tabela 4** com as informações solicitadas.

***ATENÇÃO:*** *Toda vez que o sinal a ser analisado contiver componentes espectrais com frequência superior à metade da frequência de amostragem ocorrerá o erro de rebatimento, dando origem a um falso componente de frequência baixa. Informações adicionais sobre este erro estão descritas no arquivo “****Erros da TDF****”.*

**k)** Repita a aquisição do mesmo sinal, fazendo-se as seguintes alterações:

* Número de amostras: **100;**
* Taxa de amostragem: **50k** amostras/s;
* Tamanho da janela: **400 μs** (tempo entre cursores)
* Número de harmônicos apresentados: 60

Faça a análise espectral e iIndique os resultados na 2ª linha da **Tabela 4**.

**Tabela 4** - dados da análise espectral do sinal senoidal:

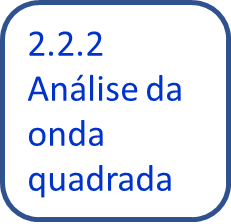
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| no de amostras selecionadas na aquisição | no de pontos selecionados  na janela (amostras entre os cursores) | Resolução espectral fd (Hz) | Índice do kmáx | fkmáx (Hz) | fa  (Hz) | Índice espectral (k) da raia com maior amplitude | Frequência da raia com maior amplitude | Amplitude  calculada pela TDF  neste índice espectral | Amplitude  Téorica esperada para o mesmo índice |
| **1000** |  |  |  |  | 500k |  |  |  |  |
| **100** |  |  |  |  | 50k |  |  |  |  |

**l)** Faça uma análise do resultado obtidos nos dois últimos itens **i e j**, respondendo às seguintes perguntas:

**l1)** Por que a resolução espectral é a mesma nos dois casos?

**l2)** Os sinais visualizados na tela “Sinal Amostrado” correspondem ao sinal observado no osciloscópio nas duas condições?

**l3)** No segundo caso, por que a frequência do sinal analisado pela TDF não corresponde à frequência do sinal do osciloscópio? Qual é o tipo de erro que está sendo observado neste caso?

**2.2.2 Análise espectral da onda quadrada:**

|  |
| --- |
| ***Objetivos****: Aprender a analisar os componentes espectrais de uma onda quadrada para diferentes condições de amostragem e de janelamento.* |

a) Faça uma análise espectral para uma onda quadrada com frequência de **5 kHz,** amplitude **7Vpp, offset nulo,** utilizando as seguintes configurações:

* Número de amostras: **1000;**
* Taxa de amostragem: **333,333k** amostras/s;
* Tamanho da janela: **1,8 ms** (9 períodos do sinal)
* Número de harmônicos apresentados: **100**

Cole a seguir a tela da análise espectral.

|  |
| --- |
|  |

**b)** Complete a Tabela 5 com os harmônicos relevantes obtidos através da análise espectral da onda quadrada, e com os dados da Tabela 1. Calcule o erro relativo.

**Tabela 5 -** Dados da análise espectral da onda quadrada e dos harmônicos Tabela 1.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Dados extraídos da TDF | | | | Dados do **Tabela 1** | | Erro relativo das amplitudes (%) |
| No de períodos na janela **= \_\_\_\_\_\_\_\_\_**  No de pontos selecionados na janela = \_\_\_\_\_\_\_  Resolução espectral fd(Hz) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_  Frequência de amostragem=  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | Índice espectral  **k** | Frequência  **fk** | Amplitude\*  **Ak** | Índice do  harmônico  **h** | Amplitude\* do **Ah** sintetizado |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

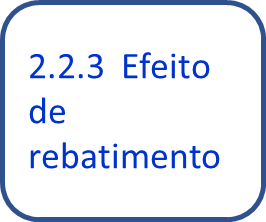
*\*cuidado para não confundir Ak com Ah*

**c)** Analise os resultados respondendo às seguintes perguntas:

c1) Examine os resultados que obteve com a **TDF** e compare-os com os valores da **Tabela 1** (Síntese de Fourier). Discuta se os valores são próximos ou não.

c2) Com relação aos **harmônicos pares** da TDF, eles são ou não desprezíveis? Justifique a resposta.

c3) Qual foi o efeito de janelar o sinal com 9 períodos na análise de Fourier? Procure explicar eventuais discrepâncias.

**2.2.3 EFEITO DE REBATIMENTO:**

|  |
| --- |
| ***Objetivo****: Compreender a consequência de fazer uma aquisição do sinal com uma taxa de amostragem que não satisfaz ocritério de Nyquist.* |

a) Faça uma análise espectral para a mesma uma onda quadrada, com frequência de **5 kHz,** amplitude **7 Vpp, offset nulo,** porém alterando as configurações para o seguinte:

* Número de amostras: **100;**
* Taxa de amostragem: **33,333k** amostras/seg;
* Tamanho da janela: **1,8 ms** (9 períodos do sinal)
* Número de harmônicos apresentados: **60**

Delimite **9 períodos** do sinal entre os cursores e efetue a análise de Fourier.

Cole a seguir a tela com o resultado da análise espectral.

|  |
| --- |
|  |

b) Anote na **Tabela 6** somente as frequências e as amplitudes das raias espectrais mais significativas do espectro obtido. Imprima a tela da Análise Espectral obtida.

**Tabela 6: Resultado da TDF de onda quadra com redução da taxa de amostragem.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Índice espectral  **k** | Frequência  **fk** | Amplitude obtida  **Ak** |
| No de períodos na janela **= \_\_\_\_\_\_** |  |  |  |
| No de pontos selecionados na janela = \_\_\_\_\_\_\_ |  |  |  |
| Resolução espectral  fd (Hz) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_ |  |  |  |
| Frequência de amostragem  fa(Hz) =  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |  |  |  |

**c)** Compare os valores obtidos com os resultados esperados teoricamente (ou seja, sem o efeito de rebatimento). Discuta os resultados, respondendo às seguintes perguntas:

c1) A frequência de amostragem utilizada satisfaz o critério de Nyquist? Justifique a resposta.

c2) Quais raias espectrais pertencem ao sinal?

c3) Quais raias espectrais são espúrias, ou seja, apareceram em frequências que não correspondem à posição correta? Onde as raias espúrias deveriam aparecer? Explique o que aconteceu esboçando o fenômeno através de um gráfico.

Quadro 2

Frequências espúrias (fe) são determinadas através da seguinte expressão:

*fe* = |*m fa - f | , m* = 1, 2, 3, …

onde: *m =* 1 se *fa/2 < f < 3fa/2*; *m =* 2 *se 3fa/2 < f < 5fa/2* .....

**ibliografia**

[1] ORSINI, L. Q., CONSONNI, D., *Curso de Circuitos Elétricos,*  vol. 2, S. Paulo, ed. Blucher, 2004.

[2] NASCIMENTO, V.H., *Introdução à Análise de Fourier*. Apostila do curso PSI3214, EPUSP, 2015.

[3] NASCIMENTO, V. H., *Exemplos com Séries de Fourier*. Apostila do curso PSI3214, EPUSP, 2015.

**FIM DA ATIVIDADE REMOTA !!!!**

1. Cursor 0 (vermelho) e Cursor 1 (azul). [↑](#footnote-ref-1)