

Capítulo 1

Controle de Velocidade

1.1 Objetivos

O objetivo neste experimento é projetar um controlador que regule a velocidade do eixo do motor. O procedimento será baseado na análise da resposta em frequência do sistema.

1.2 Modelo matemático

Um motor elétrico de corrente contínua é composto por uma parte móvel (rotor), definida por um conjunto de espiras, e uma parte fixa (estator) geradora de campo magnético. O seguinte esquema eletromecânico, Figura 1.1, representa o motor elétrico CC:

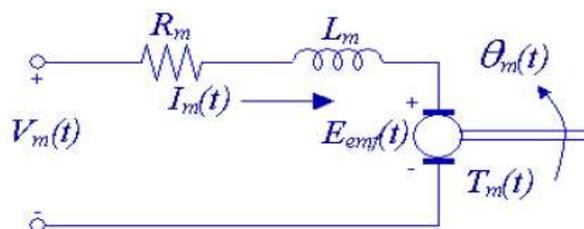


Figura 1.1: Diagrama eletromecânico do motor CC.

sendo $V_m(t)$ a tensão aplicada ao rotor, $I_m(t)$ a corrente que circula pelo enrolamento, R_m a resistência do enrolamento ou da armadura, L_m a indutância característica do rotor, E_{emf} a força contraeletromotriz induzida no enrolamento pelo campo magnético do estator, $T_m(t)$ o torque desenvolvido pelo motor e $\theta_m(t)$ a posição angular do eixo do motor.

Usando a lei de Kirchhoff de tensão, obtém-se a equação abaixo:

$$V_m - R_m I_m - L_m \frac{dI_m}{dt} - E_{emf} = 0. \quad (1.1)$$

Como geralmente $L_m \ll R_m$, pode-se desprezar a indutância do motor, assim:

$$I_m = \frac{V_m - E_{emf}}{R_m}. \quad (1.2)$$

Sabe-se que a força contraeletromotriz gerada pelo motor é proporcional à velocidade do rotor, ω_m , tem-se:

$$I_m = \frac{V_m - K_m \dot{\theta}_m}{R_m} \quad (\dot{\theta}_m = \omega_m), \quad (1.3)$$

sendo K_m a constante contraeletromotriz.

Do ponto de vista mecânico, aplicando a segunda lei de Newton ao movimento do rotor do motor:

$$J_m \ddot{\theta}_m = T_m - \frac{T_l}{\eta_g K_g}, \quad (1.4)$$

sendo T_l o torque na carga, K_g a relação de engrenagens entre o motor e a carga, e η_g a eficiência da caixa de engrenagens; e ao movimento da carga acoplada ao eixo do motor:

$$J_l \ddot{\theta}_l = T_l - B_{eq} \dot{\theta}_l, \quad (1.5)$$

sendo B_{eq} o coeficiente viscoso de amortecimento.

Obtém-se a equação dinâmica do movimento dada por:

$$J_l \ddot{\theta}_l = \eta_g K_g T_m - \eta_g K_g J_m \ddot{\theta}_m - B_{eq} \dot{\theta}_l. \quad (1.6)$$

Utilizando as transformações $\omega_m = K_g \omega_l$ e $T_m = \eta_m K_t I_m$ (sendo η_m a eficiência do motor e K_t a constante de torque do motor), a equação (1.6) pode ser reescrita como

$$J_l \dot{\omega}_l + \eta_g K_g^2 J_m \dot{\omega}_l + B_{eq} \omega_l = \eta_g \eta_m K_g K_t I_m. \quad (1.7)$$

Finalmente, combinando as equações elétrica, (1.3), e mecânica, (1.7), a função de transferência que estabelece a relação entre a velocidade angular da carga acoplada ao eixo, ω_l e a tensão aplicada ao motor, V_m , é dada por:

$$\frac{\omega_l(s)}{V_m(s)} = \frac{\eta_g \eta_m K_t K_g}{J_{eq} R_m s + B_{eq} R_m + \eta_g \eta_m K_m K_t K_g^2}, \quad (1.8)$$

sendo $J_{eq} = J_l + \eta_g J_m K_g^2$.

1.3 Pré-laboratório

A partir dos valores dos parâmetros relacionados no Apêndice A, a função de transferência do motor CC utilizado nesta prática é dada por:

$$G(s) = \frac{\omega_l(s)}{V_m(s)} = \frac{0.333}{0.005s + 0.189} = \frac{66.6}{s + 37.8}. \quad (1.9)$$

Um controlador do tipo **Compensador em Avanço** deve ser projetado de forma a alcançar as seguintes especificações para o sistema:

1. Erro de estado permanente nulo (para uma entrada degrau);
2. Largura de banda igual a 100 rad/s (aproximadamente 16 Hz);
3. Margem de fase do sistema em malha aberta de aproximadamente 75 graus.

1.3.1 Procedimento de projeto

Quando projeta-se um controlador de um sistema no domínio da frequência, é necessário estudar a resposta do sistema em malha aberta. Em casos onde o sistema não pode ser modelado (ou o sistema é muito complicado), um diagrama de Bode em malha aberta é obtido ao aplicar uma entrada senoidal de frequência variável e gravando a magnitude e a fase da saída correspondente. No nosso caso, o modelo é de primeira ordem e é suficientemente preciso. Utilizando o software MATLAB, gere o diagrama de Bode da planta do motor, $G(j\omega)$:

```
>> numG = [0.333]; denG = [0.005 0.189]; G = tf(numG,denG)
```

```
Transfer function:
```

```
0.333
```

```
-----
```

```
0.005 s + 0.189
```

```
>> bode(G)
```

No relatório da prática, esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema $G(s)$.

1. Erro de estado permanente nulo (para uma entrada degrau);

Para obtermos um erro de estado permanente nulo em resposta a uma entrada degrau, nosso sistema deve ser do tipo 1. Por definição, um sistema do tipo 1 é aquele que possui um pólo único na origem. Assim, introduziremos um integrador na malha para alcançar a especificação. A função de transferência do sistema resultante é dada por: $G_1(s) = \frac{G(s)}{s}$. Utilizando o software MATLAB, gere o diagrama de Bode do sistema $G_1(j\omega)$:

```
>> numG1 = [0.333]; denG1 = [0.005 0.189 0]; G1 = tf(numG1,denG1)
```

```
Transfer function:
```

```

0.333
-----
0.005 s^2 + 0.189 s
>> bode(G1)

```

No relatório da prática, esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema $G_1(j\omega)$.

2. Largura de banda igual a 100 rad/s (aproximadamente 16 Hz);

A largura de banda é definida pelo valor da frequência ω_m (rad/s) no qual o gráfico do módulo no diagrama de Bode cruza a linha de 0dB. A partir da análise do gráfico do módulo de $G_1(j\omega)$ obtido no item anterior, determine o ganho K_p que deve ser introduzido no sistema para alcançar a especificação. No relatório da prática, apresente o procedimento utilizado.

*Dica: $\Delta x = 20 \log(K_p)$

Depois de selecionar o ganho K_p desejado, seu sistema em malha aberta é dado por: $G_2(s) = \frac{K_p G(s)}{s}$. Utilizando o software MATLAB, gere o diagrama de Bode do sistema $G_2(j\omega)$. No relatório da prática, esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema $G_2(j\omega)$.

3. Margem de fase do sistema em malha aberta de aproximadamente 75 graus;

Seja ϕ o valor da fase referente à frequência ω_m de cruzamento do gráfico de módulo em 0dB. Por definição, a margem de fase é dada por $MF = \phi + 180^\circ$. A partir da análise da margem de fase no sistema $G_2(j\omega)$, calcule a diferença de fase $\Delta\phi$ que o controlador deve adicionar ao sistema para atingir a especificação. Projete o compensador em avanço necessário. No relatório da prática, apresente o procedimento utilizado.

*Dica: $\tau_p = \tan\left(\frac{\Delta\phi\pi}{180}\right)$, $\beta = \tau_p + \sqrt{\tau_p^2 + 1}$.

A função de transferência do compensador em avanço é dada por:

$$C(s) = \beta \frac{s + \frac{\omega_m}{\beta}}{s + \beta\omega_m}$$

O sistema em malha aberta é então dado por:

$$G_3(s) = \frac{K_p C(s) G(s)}{s}.$$

Utilizando o software MATLAB, gere o diagrama de Bode do sistema $G_3(j\omega)$. Confira se as especificações foram alcançadas. No relatório da prática, esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema $G_3(j\omega)$.

1.4 Procedimento de laboratório

1.4.1 Ligações e conexões

A primeira tarefa é assegurar que todo o sistema está ligado corretamente. Se você está inseguro com a ligação, chame o professor. Com todos os sinais ligados corretamente você estará pronto para iniciar o laboratório.

1.4.2 Implementação

Utilizando o instrumento virtual *SRV02_speed_lead_tach_ni.vi* no LabVIEW, configure a planta com **gear type = high gear** e **load type = disk load**. A função de transferência do controlador nesse aplicativo tem o formato:

$$C(s) = \frac{s + \frac{\alpha}{T}}{\alpha s + \frac{1}{T}}.$$

Ajuste a função do controlador obtida na seção anterior para se adequar a esse formato, ou seja, encontre os valores de α e T a partir de β e ω_m . No relatório da prática, apresente o procedimento utilizado. Implemente o compensador em avanço projetado e observe os efeitos físicos na planta. A resposta real do sistema é igual à esperada? Explique.

Prática 03 - Controle de Velocidade

Data: _____

Integrantes do Grupo:

1: _____

2: _____

3: _____

4: _____

5: _____

1. Esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema $G(s)$.

R.

2. Esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema $G_1(s)$.

R.

3. Esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema $G_2(s)$.

R.

4. Esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema $G_3(s)$.

R.

5. Apresente o procedimento utilizado para encontrar o controlador no formato adequado.

R.

6. A resposta real do sistema é igual à esperada? Explique

R. _____

1.5 Apêndice A: Parâmetros do motor (SRV02 - Quanser)

Símbolo	Nome	Valor	Unidades
K_t	Constante de Toque do Motor	0.00767	$N.m$
K_m	Constante da Força Contra Eletromotriz	0.00767	$V/(rad/s)$
R_m	Resistência da Armadura	2.6	Ω
K_g	Redução	70	
B_{eq}	Coefficiente Viscoso de Amortecimento	$4e^{-3}$	$N.m.s$
J_m	Momento de Inércia do Rotor	$4.6e^{-7}$	$kg.m^2$
J_{eq}	Momento de Inércia Equivalente da Carga	$2e^{-3}$	$kg.m^2$
η_m	Eficiência do Motor	0.69	
η_g	Eficiência da Redução	0.9	

