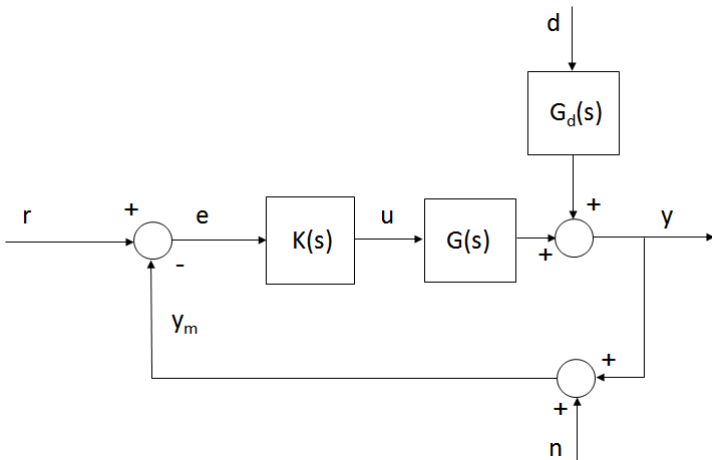


Aula 11 - Loop Shaping

Adriano A. G. Siqueira

Universidade de São Paulo

Loop Shaping



Controle

$$u = K(s)(r - y + n)$$

Saída

$$y = G(s)u + G_C(s)d = G(s)K(s)(r - y + n) + G_C(s)d$$

$$(1 + G(s)K(s))y = G(s)K(s)(r + n) + G_C(s)d$$

$$y = \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)}r + \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)}n + \frac{G_C(s)}{1 + G(s)K(s)}d$$

Erro

$$e = y - r = \frac{-1}{1 + G(s)K(s)} r + \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)} n + \frac{G_C(s)}{1 + G(s)K(s)} d$$

Função **Sensibilidade**: $S(s) = \frac{1}{1 + G(s)K(s)}$

Função **Sensibilidade Complementar**: $T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)}$

Saída

$$y = T(s)r + T(s)n + S(s)G_C(s)d$$

Erro

$$e = -S(s)r - T(s)n + S(s)G_C(s)d$$

Função **Sensibilidade**: $S(s) = \frac{1}{1+G(s)K(s)}$

Função **Sensibilidade Complementar**: $T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1+G(s)K(s)}$

Propriedade: $S(s) + T(s) = 1$

Sensibilidade: $S(s) = \frac{\frac{dT(s)}{T(s)}}{\frac{dG(s)}{G(s)}}$

Loop Shaping

Função **Sensibilidade**: $S(s) = \frac{1}{1+G(s)K(s)}$

Função **Sensibilidade Complementar**: $T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1+G(s)K(s)}$

Propriedade: $S(s) + T(s) = 1$

Malha Aberta: $L(s) = G(s)K(s)$

Saída

$$y = T(s)r + T(s)n + S(s)G_d(s)d$$

Erro

$$e = -S(s)r - T(s)n + S(s)G_d(s)d$$

Loop Shaping

Acompanhamento de referência ($y = r$): $L(s)$ grande

Rejeição a distúrbio (d): $L(s)$ grande

Atenuação do ruído de medida (n): $\Rightarrow L(s)$ pequena

Estabilidade (planta estável): $L(s)$ pequena

Baixo sinal de controle ($u = K(s)e$): $K(s)$ pequeno e $L(s)$ pequena

Solução: $|L(j\omega)| > 1$ em frequências abaixo da frequência de corte

$|L(j\omega)| < 1$ em frequências acima da frequência de corte

Loop Shaping

Conformação da Malha

Controlador baseado no modelo inverso

Malha Aberta: $L(s) = \frac{\omega_c}{s}$

Controlador : $K(s) = \frac{\omega_c}{s} G^{-1}(s)$

Exemplo:

$$G(s) = \frac{200}{(10s + 1)(0.05s + 1)^2}, \quad G_d(s) = \frac{100}{(10s + 1)}$$

Tempo de subida $t_r < 0.3$ s e sobressinal $M_p < 5\%$

Rejeição a distúrbio: resposta à entrada degrau menor que 0.1 depois de 3 s

Entrada limitada a $[-1, 1]$

Frequência de corte: $\omega_c = 10 \text{ rad/s}$

$G(s)$ mais polos que zeros: a inversa não é realizável

Aproximação de $G(s)$: $(0.05s + 1)^2$ por $(0.1s + 1)$

Controle:

$$K_1(s) = \frac{10}{s} \frac{(10s + 1)}{200} \frac{(0.1s + 1)}{(0.01s + 1)}$$

$$L_1(s) = \frac{10}{s} \frac{(0.1s + 1)}{(0.05s + 1)^2 (0.01s + 1)}$$

Rejeição a distúrbios: $L(s)$ grande

Ganhos maiores em baixa frequência

$$\omega(s) = \frac{s + \omega_I}{s}, \quad \omega_I = 0.2\omega_c = 2$$

Exemplo:

$$K_2(s) = 0.5 \frac{s + 2}{s}$$

$$L_2(s) = \frac{100}{(10s + 1)(0.05s + 1)^2} \frac{s + 2}{s}$$

Correção em altas frequências

Controlador em avanço: $\frac{0.05s+1}{0.005s+1}$

Exemplo:

$$K_3(s) = 0.5 \frac{s+2}{s} \frac{0.05s+1}{0.005s+1}$$

$$L_3(s) = \frac{100}{(10s+1)(0.05s+1)^2} \frac{s+2}{s} \frac{0.05s+1}{0.005s+1}$$

- *Shaping* de $T(s)$, $S(s)$ e/ou $K(s)S(s)$
- *Weighting Functions*
- Norma \mathcal{H}_∞
- Função transferência escalar (SISO) estável $f(s)$:

$$\|f(s)\|_\infty = \max_{\omega} |f(j\omega)|$$

Closed-Loop Shaping

- Função Sensibilidade $S(s)$
- Largura de banda mínima: ω_b
- Erro de regime máximo: A
- Pico máximo: $\|S(s)\|_\infty \leq M$
- *Weighting function* $W_p(s)$:

$$W_p(s) = \frac{s/M + \omega_b}{s + \omega_b A}$$

- As especificações são satisfeitas se:

$$|S(j\omega)| < |1/W_p(j\omega)|, \forall \omega \Leftrightarrow$$

$$|W_p(j\omega)S(j\omega)| < 1, \forall \omega \Leftrightarrow$$

$$\|W_p(s)S(s)\|_{\infty} < 1$$

- *Mixed Sensitivity:*

$$N(s) = \begin{bmatrix} W_p(s)S(s) \\ W_t(s)T(s) \\ W_u(s)K(s)S(s) \end{bmatrix}$$

- Objetivo:

$$\|N(s)\|_{\infty} < 1$$