

**Em todas as questões, justifique sua resposta!**

NOME: ..... NO. USP FINAL ÍMPAR.....

**1** (1,0) Enuncie e explique no que consiste o Princípio de Indução Finita (PIF).

**2** (4,5) Prove, usando o PIF, que:

(a)  $10^{2n} - 1$  é divisível por 11, para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 1$ .

(b)  $(1 - \frac{1}{2}) \cdot (1 - \frac{1}{3}) \cdot \dots \cdot (1 - \frac{1}{n}) = \prod_{i=2}^n (1 - \frac{1}{i}) = \frac{1}{n}$ , para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ .

(c)  $n^3 - n$  é divisível por 6, para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 3$ .

**3** (1,5) Encontre uma fórmula para a soma  $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)}$ , e prove-a por indução.

**4** (2,0) Considere a expressão  $(\sqrt{x} + \frac{1}{x})^n$ , para  $x > 0$ .

(a) Se  $n = 12$ , qual é o coeficiente do termo independente de  $x$ ?

(b) Para quais valores de  $n$  a expressão possui termo independente de  $x$ ?

**5** (1,0) O que você mais gostou de aprender neste curso? Dentre o que foi abordado, o que você achou que poderia ter sido mais explorado? O que você sentiu falta de não ter sido abordado?