Exercícios sobre os teoremas de Gauss

(1) Calcule $\int\int_S \vec{F}.\vec{n}dS$, sendo $\vec{F} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + xz\vec{k}$ e S o cubo cujas faces são os planos coordenados e os planos $x = 1$, $y = 1$ e $z = 1$, orientado com campo normal exterior.

(2) Calcule $\int\int_S 2zdydz + (x-y)dzdx + 4xdxdy$, sendo S a fronteira da região limitada pelo parabolóide $z = 3x^2 + y^2$ e pelo plano $z = 3$, orientada com normal exterior.

(3) Calcule $\int\int_S \vec{F}.\vec{n}dS$, com $\vec{F} = (x, yze^{z^2}, -\frac{e^{z^2}}{2})$, e S a parte do cone $z = \sqrt{x^2+y^2}$ que está no interior do cilindro $x^2 + y^2 = 1$, orientada com campo normal $\vec{n}$ tal que $\vec{n}.\vec{k} > 0$.

(4) Calcule $\int\int_S \vec{F}.\vec{n}dS$, com $\vec{F} = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|^3}$, sendo $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ e S a parte do parabolóide $z = 9 - x^2 - y^2$ com $z \geq 0$, orientado com campo normal $\vec{n}$ tal que $\vec{n}.\vec{k} > 0$.

(5) Calcule $\int\int_S \vec{F}.\vec{n}dS$, com $\vec{F} = z\vec{k}$ e S a parte de $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, com $0 \leq z \leq 1$, orientada com campo normal $\vec{n}$ tal que $\vec{n}.\vec{k} < 0$.