ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PME 3100 Mecânica 1
Prova 2020

Prof. Leandro V. da S. Macedo

Questão 1

PME 3100 – MECÂNICA I (Reoferecimento) – Prova 1 – 04 de julho de 2020

Duração da Prova: 240 minutos (Início: 8:00 – Término: 12:00)

1ª Questão (3,5 pontos). A figura ao lado ilustra a seção transversal *ABCDEA* de uma barragem de retenção de água. Sabe-se que a densidade da água é ρ, a densidade do material da barragem é 4ρ, e o coeficiente de atrito estático entre o solo e a base da barragem é μ. Admitindo que a densidade do ar é desprezível, e que a largura da barragem, medida na direção normal ao plano da figura, seja igual a L, pede-se:

a) Determinar o peso P e a posição do centro de massa (x_G, y_G) da seção da barragem.

b) Desenhar o diagrama de forças hidrostáticas, por unidade de largura, atuantes ao longo das paredes *CD* e *DE*.

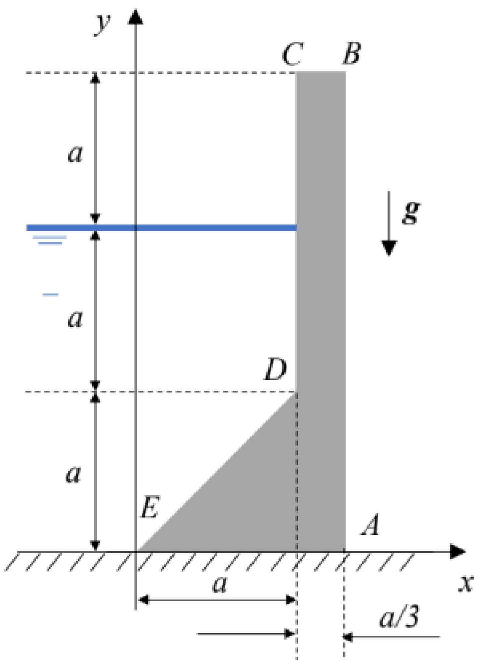
c) Explicar o motivo que leva as duas distribuições de forças do item anterior a serem redutíveis, cada qual, a uma única força.

d) Determinar as forças P_1 e P_2 resultantes dos carregamentos hidrostáticos atuantes ao longo das paredes *CD* e *DE*.

e) Determinar os centros de pressões C_1 e C_2 dos carregamentos hidrostáticos atuantes ao longo das paredes *CD* e *DE*.

f) Desenhar o diagrama de corpo livre da seção da barragem.

g) Determinar o valor mínimo de μ para que a barragem não deslize sob a ação do carregamento externo.



Questão 1

$$P = \left(a^2 + \frac{a^2}{2}\right)4\rho g L \Rightarrow \boxed{P = 6\rho g a^2 L}$$

0,2

$$x_1 = a + \frac{a}{6} \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{7a}{6}} \quad \boxed{y_1 = \frac{3a}{2}}$$

$$\boxed{x_2 = \frac{2a}{3}} \quad \boxed{y_2 = \frac{2a}{3}}$$

$$A_1 = 3a.\frac{a}{3} \Rightarrow \boxed{A_1 = a^2}$$

$$\boxed{A_2 = \frac{a^2}{2}}$$

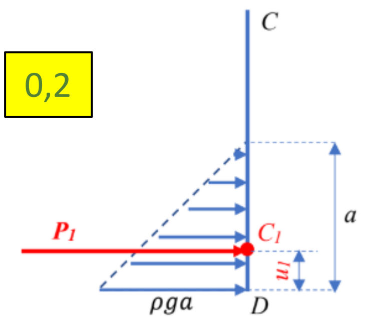
$$x_G = \frac{a^2\frac{7a}{6} + \frac{a^2}{2}\frac{2a}{3}}{a^2 + \frac{a^2}{2}} \Rightarrow \boxed{x_G = a} \quad y_G = \frac{a^2\frac{3a}{2} + \frac{a^2}{2}\frac{2a}{3}}{a^2 + \frac{a^2}{2}} \Rightarrow \boxed{y_G = \frac{10a}{9}}$$

0,2

São sistemas de forças paralelas

0,2

0,2



$$P_1 = \frac{1}{2}\rho g a L.a \Rightarrow \boxed{P_1 = \frac{\rho g a^2 L}{2}}$$

0,2

$$\boxed{u_1 = \frac{a}{3}}$$

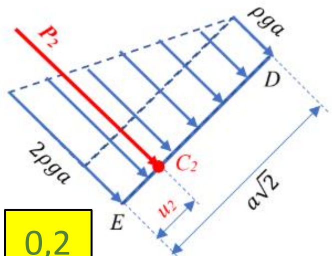
0,2

$$P_2 = \frac{(2a + a)}{2}\rho g L.a\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{P_2 = \frac{3\sqrt{2}}{2}\rho g a^2 L}$$

0,2

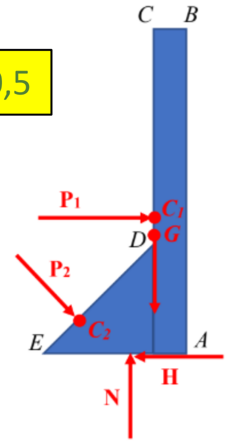
0,2



$$u_2 = \frac{a.a\sqrt{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}2a.a\sqrt{2}.\frac{a\sqrt{2}}{3}}{\frac{3\sqrt{2}}{2}a^2} \Rightarrow \boxed{u_2 = \frac{4\sqrt{2}}{9}a}$$

0,2

0,5



$$\boxed{G = \left(a\,,\frac{10a}{9}\right)}$$

$$\boxed{C_1 = \left(a\,,\frac{4a}{3}\right)}$$

$$\boxed{C_2 = \left(\frac{4a}{9}\,,\frac{4a}{9}\right)}$$

$$\sum F_x = 0 \therefore F_{at} = P_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}P_2 \Rightarrow \boxed{F_{at} = 2\rho g a^2 L}$$

$$\sum F_y = 0 \therefore N = P + \frac{\sqrt{2}}{2}P_2 \Rightarrow \boxed{N = \frac{15}{2}\rho g a^2 L}$$

0,6

$$F_{at} \leq \mu N$$

$$2\rho g a^2 L \leq \mu\frac{15}{2}\rho g a^2 L$$

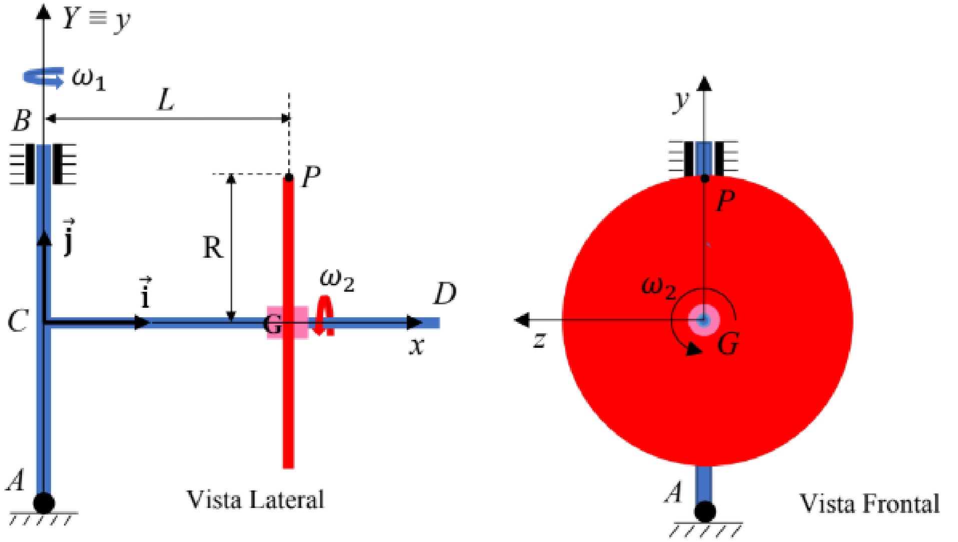
$$\boxed{\mu \geq \frac{4}{15}}$$

0,6

Questão 2

2ª Questão (3,5 pontos). O suporte *ABCD* gira em torno do eixo fixo *AY* com velocidade angular ω_1 e aceleração angular $\dot{\omega}_1$. Sobre a haste *CD*, há uma guia linear que se move com velocidade $v_{G_{rel}} = v\cos(\omega_0 t + \varphi)$, relativa ao suporte *ABCD*. Montado sobre a guia linear, um disco de raio *R* gira com velocidade angular ω_2 (constante), relativa ao suporte *ABCD*. No instante ilustrado na figura, o centro *G* do disco se situa à distância *L* do eixo *AY*. Neste mesmo instante, a distância *GP*, que liga *G* ao ponto *P* da periferia do disco, se encontra na vertical. Adotando como referencial móvel o sistema de eixos *Cxyz* solidário ao suporte *ABCD*, e associado a base $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, pede-se:

- **a)** Os vetores rotação relativa, de arrastamento e absoluta do disco.
- **b)** O vetor aceleração rotacional absoluta do disco.
- **c)** As velocidades relativa, de arrastamento e absoluta do ponto *P* do disco, indicado na figura.
- **d)** A aceleração absoluta do ponto *P*.



Vista Lateral

Vista Frontal

Questão 2

$\boxed{\vec{\omega}_{arr} = \omega_1 \vec{j}}$ 0,2 $\boxed{\vec{\omega}_{rel} = \omega_2 \vec{i}}$ 0,2 $\vec{\omega} = \vec{\omega}_{arr} + \vec{\omega}_{rel} \Rightarrow \boxed{\vec{\omega} = \omega_2 \vec{i} + \omega_1 \vec{j}}$ 0,2 0,6

$\dot{\vec{\omega}} = \dot{\vec{\omega}}_{arr} + \dot{\vec{\omega}}_{rel} + \vec{\omega}_{arr} \wedge \vec{\omega}_{rel} = \dot{\omega}_1 \vec{j} + \vec{0} + \omega_1 \vec{j} \wedge \omega_2 \vec{i} \Rightarrow \boxed{\dot{\vec{\omega}} = \dot{\omega}_1 \vec{j} - \omega_1 \omega_2 \vec{k}}$ 0,5 0,5

$\vec{v}_{P,arr} = \vec{v}_{C,arr} + \vec{\omega}_{arr} \wedge (P - C) = \vec{0} + \omega_1 \vec{j} \wedge (L\vec{i} + R\vec{j}) \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{P,arr} = -\omega_1 L \vec{k}}$ 0,3

$\vec{v}_{P,rel} = \vec{v}_{G,rel} + \vec{\omega}_{rel} \wedge (P - G) = v\cos(\omega_0 t + \varphi)\, \vec{i} + \omega_2 \vec{i} \wedge (R\vec{j}) \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{P,rel} = v\cos(\omega_0 t + \varphi)\, \vec{i} + \omega_2 R \vec{k}}$ 0,5 1,1

$\vec{v}_P = \vec{v}_{P,arr} + \vec{v}_{P,rel} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_P = v\cos(\omega_0 t + \varphi)\, \vec{i} + (\omega_2 R - \omega_1 L)\vec{k}}$ 0,3

$\vec{a}_{P,arr} = \vec{a}_{C,rel} + \dot{\vec{\omega}}_{arr} \wedge (P - C) + \vec{\omega}_{arr} \wedge [\vec{\omega}_{arr} \wedge (P - C)] \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{P,arr} = -\dot{\omega}_1 L \vec{k} - \omega_1^2 L \vec{i}}$ 0,3

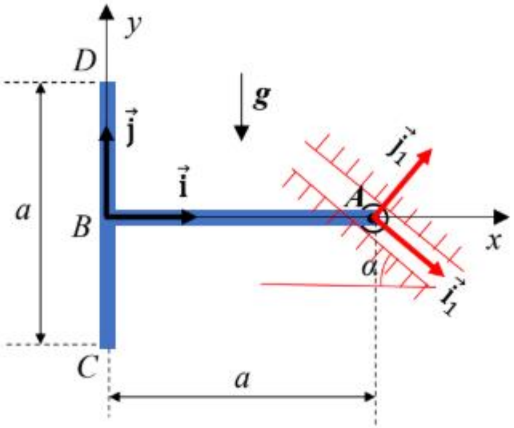
$\vec{a}_{P,rel} = \vec{a}_{G,rel} + \dot{\vec{\omega}}_{rel} \wedge (P - G) + \vec{\omega}_{rel} \wedge [\vec{\omega}_{rel} \wedge (P - G)] \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{P,rel} = -v\omega_0 sen(\omega_0 t + \varphi)\, \vec{i} - \omega_2^2 R \vec{j}}$ 0,3

$\vec{a}_{P,cor} = 2\vec{\omega}_{arr} \wedge \vec{v}_{P,rel} = 2\omega_1 \vec{j} \wedge \left(v\cos(\omega_0 t + \varphi)\, \vec{i} + \omega_2 R \vec{k}\right) \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{P,cor} = 2\omega_1 \omega_2 R \vec{i} - 2\omega_1 v\cos(\omega_0 t + \varphi)\, \vec{k}}$ 0,3 1,3

$\vec{a}_P = \vec{a}_{P,arr} + \vec{a}_{P,rel} + \vec{a}_{P,cor}$

$$\boxed{\vec{a}_P = \left(2\omega_1 \omega_2 R - \omega_1^2 L - v\omega_0 sen(\omega_0 t + \varphi)\right)\vec{i} - \omega_2^2 R \vec{j} - (2\omega_1 v\cos(\omega_0 t + \varphi) + \dot{\omega}_1 L)\, \vec{k}}$$ 0,4

Questão 3



3ª Questão (3,0 pontos). A peça *ABCD* em forma de "T", é composta por duas barras delgadas iguais, de massas *m/2*, soldadas uma à outra. Na extremidade *A* da peça, há um pequeno rolete, de massa desprezível, inserido em uma guia linear sem atrito, e que forma um ângulo α com a horizontal. A peça é liberada a partir do repouso, quando o lado *CD* se encontra na vertical. Considerando-se os sistemas de eixos móveis indicados na figura, pede-se:

a) Determinar a posição do centro de massa *G* da peça *ABCD*.

b) Determinar o momento de inércia J_{Gz} da peça.

c) Expressar os versores da base $\{\vec{i}_1, \vec{j}_1\}$ em termos da base $\{\vec{i}, \vec{j}\}$.

d) Desenhar o diagrama de corpo livre da peça no <u>instante imediatamente após</u> a liberação do sistema.

e) Determinar a velocidade angular da peça nesse instante.

f) Escrever a expressão da aceleração do centro de massa *G* da peça nesse instante.

g) Escrever a equação do Teorema do Momento da Quantidade de Movimento (ou Teorema da Quantidade de Movimento Angular) da peça nesse instante.

h) Escrever as equações do Teorema da Resultante (ou Teorema do Movimento do Baricentro) da peça nesse instante.

i) Determinar a aceleração angular da peça nesse instante.

j) Determinar a aceleração inicial do ponto *A* da peça nesse instante.

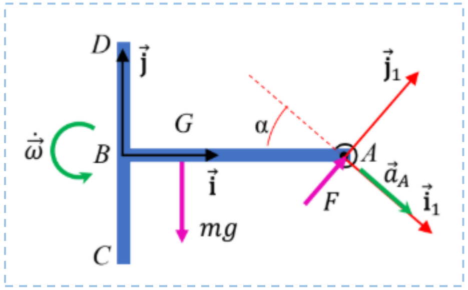
k) Determinar a reação em *A* nesse instante.

Questão 3

$$x_G = \frac{\frac{m}{2}.0 + \frac{m}{2}.\frac{a}{2}}{m} \Rightarrow \boxed{x_G = \frac{a}{4}} \quad \boxed{y_G = 0}$$ 0,2

$$J_{z_G} = \frac{m}{2}\frac{a^2}{12} + \frac{m}{2}\left(\frac{a}{4}\right)^2 + \frac{m}{2}\frac{a^2}{12} + \frac{m}{2}\left(\frac{a}{4}\right)^2 \Rightarrow \boxed{J_{z_G} = \frac{7ma^2}{48}}$$ 0,2

$$\boxed{\vec{i}_1 = cos\alpha\vec{i} - sen\alpha\vec{j}}$$
$$\boxed{\vec{j}_1 = sen\alpha\vec{i} + cos\alpha\vec{j}}$$ 0,2



0,5

$$\boxed{\vec{\omega} = \vec{0}}$$ 0,2

$$\vec{a}_G = \vec{a}_A + \dot{\vec{\omega}} \wedge (G - A) + \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (G - A)] = a_A\vec{i}_1 + \dot{\omega}\vec{k} \wedge \left(-\frac{3a}{4}\vec{i}\right)$$

$$\boxed{\vec{a}_G = a_A cos\alpha\vec{i} - \left(a_A sen\alpha + \frac{3a}{4}\dot{\omega}\right)\vec{j}}$$ 0,2

$TMA:$

$$\vec{H}_G = J_{z_G}\omega\vec{k} \Rightarrow \dot{\vec{H}}_G = J_{z_G}\dot{\omega}\vec{k}$$

$$\vec{M}_G = \frac{3a}{4}Fcos\alpha\vec{k}$$

$$\boxed{\dot{\vec{H}}_G = \vec{M}_G \Rightarrow} \quad \boxed{J_{z_G}\dot{\omega}\vec{k} = \frac{3a}{4}Fcos\alpha\vec{k}}$$

$$\boxed{\dot{\omega} = \frac{36a}{7}Fcos\alpha} \qquad (1)$$ 0,5

$TMB:$ $\boxed{m\vec{a}_G = \vec{R}^{ext}}$

$$\boxed{ma_A cos\alpha\vec{i} - m\left(a_A sen\alpha + \frac{3a}{4}\dot{\omega}\right)\vec{j} = Fsen\alpha\vec{i} + (Fcos\alpha - mg)\vec{j}}$$

$$\begin{cases} ma_A cos\alpha = Fsen\alpha & (2) \\ m\left(a_A sen\alpha + \frac{3a}{4}\dot{\omega}\right) = mg - Fcos\alpha & (3) \end{cases}$$ 0,5

$Resolvendo\ (1), (2)\ e\ (3):$

$$\boxed{a_A = \frac{7gcosec\alpha}{7 + 34cotg^2\alpha}}$$

$$\boxed{\dot{\omega} = \frac{36gcos^2\alpha}{a(34cos^2\alpha + 7sen^2\alpha)}} \quad \boxed{F = \frac{7mgcos\alpha}{(34cos^2\alpha + 7sen^2\alpha)}}$$ 0,5