

Yuval Ne’eman e o Grupo de Simetria dos Quarks

(Yuval Ne’eman and the Symmetry Group of Quarks)

Tereza Mendes, Attilio Cucchieri, Tiago B. Moraes

*Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo,
Caixa Postal 369, 13560-970, São Carlos, SP, Brasil*

20 de julho de 2020

Resumo

Neste artigo apresentamos um ensaio sobre a vida e a obra de um dos físicos mais surpreendentes do nosso tempo. Yuval Ne’eman, além de ter sido um dos precursores da teoria dos quarks, foi também político e militar, inspirando o personagem que leva o seu nome no romance de espionagem “O dossiê Odessa”, de Frederick Forsyth. O esquema descoberto por ele para classificação dos hádrons demonstrou a importância da teoria de grupos para a física de partículas e permitiu a elaboração do modelo de quarks, que completa 56 anos em 2020. Nosso texto pretende ilustrar a fascinante história da Física de Partículas a partir da segunda metade do século XX, além de fornecer subsídios para estudantes que queiram iniciar ou aprofundar seus conhecimentos no assunto.

Palavras-chave: partículas elementares, hádrons, interação forte, grupo de simetria, quarks

In this article we present an essay about the life and work of one of the most surprising physicists of our time. Yuval Ne’eman, beside being one of the precursors of the theory of quarks, was also a statesman and a soldier, inspiring the character named after him in the espionage novel “The Odessa File”, by Frederick Forsyth. The scheme discovered by him for the classification of hadrons demonstrated the importance of group theory for particle physics and allowed the formulation of the quark model, which celebrates 56 years in 2020. Our text intends to illustrate the fascinating history of Particle Physics after the second half of the XXth century, while also providing tools for students who wish to gain initial or further knowledge of the subject.

Keywords: elementary particles, hadrons, strong interaction, symmetry group, quarks

1 Introdução

Yuval Ne’eman (ver Fig. 1), físico internacionalmente conhecido por suas contribuições à teoria das *interações fundamentais* entre *partículas elementares*, nasceu em Tel Aviv, Israel, em 14 de maio de 1925, e morreu na mesma cidade em 26 de abril de 2006, após um derrame cerebral. No início dos anos sessenta, ele desenvolveu (independentemente de Murray Gell-Mann) as bases para o modelo de *quarks*, sugerindo que os *hádrons* —hoje reconhecidos como estados ligados de quarks— fossem dados por *representações* do *grupo de simetria* $SU(3)$. Essa propriedade foi mais tarde associada à simetria em relação aos três tipos (ou “sabores”) de quarks de menor massa: *up*, *down* e *estranho*. Dessa maneira, foi possível explicar, a partir de um esquema simples, o grande número de partículas observadas em aceleradores na época, inclusive prevendo novas partículas a serem descobertas. (O modelo de quarks só foi confirmado e

estabelecido bem mais tarde.) Ao mesmo tempo, ficou clara a importância da *teoria de grupos* para o estudo teórico da física de partículas. Os quarks, inicialmente introduzidos como um artifício matemático, foram observados experimentalmente no final dos anos 60 e mais tarde incorporados como os campos de matéria na teoria quântica de campos que descreve as *interações* (nucleares) *fortes*: a *Cromodinâmica Quântica* ou *QCD*. No presente artigo discutimos a contribuição dada por Ne’eman à classificação dos hádrons e apresentamos alguns detalhes do modelo de quarks e suas simetrias, assim como aspectos gerais das interações fortes.¹

Além de físico, Ne’eman foi também militar e político, tendo se tornado um personagem de importância central

¹Uma excelente introdução didática à física de partículas elementares —incluindo o modelo de quarks e também tópicos modernos em teorias quânticas de campos— pode ser encontrada no livro “The Particle Hunters”, de Yuval Ne’eman e Yoram Kirsh [1].

na história de seu país [2, 3]. De fato, a lista de suas participações na ciência e na política israelense é notável. Em 1965 ele fundou o Departamento de Física e Astronomia da Universidade de Tel-Aviv, sendo mais tarde presidente da Universidade (de 1971 a 1975) e diretor de seu Instituto de Estudos Avançados (de 1979 a 1997). Em 1983 fundou a Agência Espacial de Israel, a qual presidiu quase até sua morte. Serviu na Comissão de Energia Atômica de Israel (de 1965 a 1984) e presidiu-a de 1982 a 1984. Foi Diretor Científico do Centro de Pesquisas Nucleares Nahal Soreq e envolveu-se fortemente no desenvolvimento de armas nucleares para Israel. Foi o primeiro Ministro de Ciência e Desenvolvimento do país (de 1982 a 1984) e novamente em 1990–92, quando foi também Ministro da Energia. Em particular, esteve à frente do projeto “Med-Dead”, que propunha a construção de um canal ligando o Mar Morto ao Mediterrâneo para suprimento de água e energia para o Oriente Médio. (Este projeto não foi realizado devido a seu alto custo [4], mas é discutido ainda hoje.) Foi Cientista-Chefe do Ministério da Defesa de Israel (1974–76) e fundador do partido político Tehiya (um desdobramento de direita do partido Likud) no final dos anos setenta. Atuou no Knesset (o parlamento Israelense) até 1990. Ne’eman dizia-se ateu, mas identificava-se muito fortemente com o povo judeu e com seu país [5]. (Relatos interessantes a esse respeito encontram-se também no obituário escrito por seu filho, Teddy Ne’eman [6].) Ele definia sua visão política como “pró-Israel”, e não anti-árabe. Porém, algumas de suas opiniões sobre o Estado de Israel —incluindo seus planos para a expansão do território nacional e sua oposição a tratados de paz— claramente criaram tensão, tendo inclusive ocasionado atentados contra sua vida.

2 Um Coronel na Física

Ne’eman iniciou sua carreira como militar,² ingressando na Haganá (exército de resistência israelense, precursor das Forças Armadas de Israel) com apenas 15 anos. Durante o ano que teve que esperar para iniciar o curso de engenharia —pois a idade mínima era de 16 anos— e também durante a faculdade, continuou a se dedicar intensamente ao trabalho no exército, tornando-se oficial aos vinte anos de idade, em 1945. Ao mesmo tempo, seu grande interesse pela ciência e pela matemática voltou-se para a física, principalmente após cursar uma matéria de física quântica (na qual foi o único aluno) oferecida por um professor de eletrotécnica de sua faculdade. Após completar seus estudos de engenharia em

²Há diversos relatos, pelo próprio Ne’eman, de sua carreira e das etapas de seus estudos. Talvez o mais completo seja a Referência [7].



Figura 1: Yuval Ne’eman (1925–2006). Foto por cortesia da revista eletrônica israelense “PhysicaPlus”.

1945, apesar do interesse pela física moderna, seguiu seu plano inicial de trabalhar na fábrica dirigida por seus familiares, projetando bombas hidráulicas para irrigação. Entretanto, já na metade de 1946 ele se encontrava inteiramente engajado em atividades militares, incluindo a luta para a instalação de judeus refugiados na Palestina, a proteção e construção de novos assentamentos, e esforços para impedir ações de organizações clandestinas que pudessem ferir civis. A partir do início da guerra de independência de Israel, em novembro de 1947, ele combateu no campo como oficial, chegando a comandar a prestigiosa Brigada Givati, um destacamento de elite das Forças Armadas Israelenses existente ainda hoje.

Enquanto militar, Ne’eman destacou-se como estrategista, tendo um papel importante tanto na guerra de independência quanto na crise do canal de Suez em 1956 e, mais tarde, na Guerra dos Seis Dias (em 1967). Sua atuação nesta última motivou a conexão de seu nome a personagens de livros de espionagem [8, 9], como o cientista israelense “Youvel Neeman” do best-seller “O Dossiê Odessa”, de Frederick Forsyth. De fato, há diversos relatos (ver, por exemplo, [10]) sobre sua participação crucial como vice-chefe da Aman, a Inteligência Militar Israelense, para a vitória de Israel na Guerra dos Seis Dias. Em particular, ele teria criado uma base de dados com informações errôneas (para que fossem interceptadas pelos inimigos) sobre a situação das forças israelenses, ajudando assim a destruir a força aérea egípcia ainda em terra. Ne’eman, porém, agia como se tais aspectos tivessem sido exagerados. Como ele próprio escreveu [11]:

Ganhei reputação como planejador, especialmente após julho de 1948, quando arquitetei uma manobra bastante original sobre nosso flanco leste, e depois em outubro pelo desenvolvimento de uma nova técnica operacional, adaptada a nossas condições especiais. Esses planos foram postos em prática em outubro-novembro de 1948, resultando no sucesso da campanha no Sul. Após a Guerra de 1947-49, fui nomeado Chefe da Seção Operacional e Vice-Chefe do Departamento de Operações do Quartel-General das Forças Armadas (General Rabin, o futuro Primeiro Ministro, era o Chefe). Em 1951-52 frequentei a “École d’État Major” [em Paris] e fui então nomeado Diretor de Planejamento, uma tarefa que incluiu vários aspectos civis e a elaboração da estratégia básica que seguimos até a “Guerra dos Seis Dias” em 1967. Nesse meio tempo, em 1955, fui transferido para servir como Vice-Chefe da Inteligência Militar, após o colapso de uma rede no Egito e as subsequentes mudanças no comando. Nessa posição desenvolvi algumas ideias novas. O principal impulso, porém, foi o estreitamento de relações com a França, de acordo com os interesses da França e de Israel. Isto incluiu elementos que de algum modo “vazaram” e passaram por ampliações imaginosas, resultando na criação de alguns personagens (com meu nome completo!) em romances sobre o Oriente Médio ou livros sobre o Serviço Secreto.

(A tradução é nossa.)

Durante todos esses anos de atividades militares, Ne’eman manteve a esperança de ainda seguir a carreira acadêmica. Ele fez planos para seu retorno à ciência em 1948, mas esqueceu-se deles em meio às batalhas. Em 1950 ele aprendeu relatividade geral sozinho e em 1951-52 tentou conseguir uma licença para estudar física na França, sob orientação de Louis de Broglie. Ao invés disso, acabou indo aprimorar seus conhecimentos militares na École d’État Major (parte da renomada École Supérieure de Guerre), em Paris. Em 1957, já com 32 anos e com a patente de Coronel, conseguiu finalmente dedicar-se (parcialmente) aos estudos de física, iniciando seu doutoramento. Mais precisamente, Ne’eman recebeu a proposta de conciliar seus estudos com serviços militares na embaixada de Israel em Londres. De 1958 a 1960, ele foi ao mesmo tempo representante das Forças Armadas de Israel nas Embaixadas Israelenses do Reino Unido e dos Países Escandinavos e estudante de pós-graduação do Imperial College, da Universidade de Londres, no grupo de pesquisa de Abdus Salam [5]. Esta

situação deu origem a alguns episódios curiosos. Como narrado por seu colega de doutoramento, Raymond F. Streater [12]:

Ne’eman juntou-se a nós no final do primeiro semestre do ano escolar de 1957-1958, e tinha perdido o início de todos os cursos. Ele pediu para copiar minhas notas de aula. Eu fiquei em dúvida, com medo de não vê-las nunca mais, mas ele as devolveu no dia seguinte. Eu não conseguia entender como ele as tinha copiado tão depressa, precisaria ter passado a noite inteira escrevendo. Então ele me contou seu segredo: ele tinha usado uma “fotocopiadora”, um luxo de que eu nunca tinha ouvido falar.

...Algumas vezes, Yuval tinha que sair mais cedo de nossos seminários; isso era para participar de recepções diplomáticas, o que era parte de suas tarefas [na embaixada].

...[Abdus] Salam sugeriu que nós o usássemos [o dinheiro que tinha sobrado da coleta anual para os “chás” do grupo de pesquisa, no valor de 30 xelins] para uma festa de Natal. Devido ao alto imposto sobre bebidas alcoólicas, decidimos pedir mais 2 xelins a cada membro do grupo que fosse participar da festa. Yuval então ofereceu-se para comprar as bebidas, pois tinha contatos na embaixada israelense. No dia da festa, uma limusine preta estacionou na entrada do velho Departamento de Matemática do Imperial College. Ne’eman pulou de dentro, e abriu o porta-malas. Retiramos dali caixas e mais caixas de bebidas alcoólicas, todas para a festa. Quando ele estava indo embora, disse: por sinal, eu não usei todo o dinheiro, aqui estão 35 xelins de troco.

(A tradução é nossa.)

A partir de Julho de 1958, após uma rebelião no Iraque, as responsabilidades de Ne’eman aumentaram, dificultando sua dedicação aos estudos de física. Ele teve, por exemplo, que negociar a compra de 50 tanques de guerra e dos dois primeiros submarinos de Israel. Desta forma, em 1960, ele renunciou às atividades militares. (Porém, seria chamado novamente a servir em 1967, tornando-se conselheiro do Ministro da Defesa em 1970, 1973-74 e 1975.) Seu último compromisso como militar em 1960 foi um discurso sobre as estratégias militares de Israel, apresentado na Noruega. Como descrito por Ne’eman [11]:

Finalmente “libertei-me” e tornei-me um estudante em tempo integral em 1 de maio de 1960 — embora ainda tivesse que viajar mais

uma vez à Noruega em outubro para apresentar uma palestra que tinha prometido sobre estratégias militares israelenses, no Círculo Militar de Oslo, com a presença e ativa participação de Sua Majestade o Rei Olaf V. A essa altura, eu já tinha conseguido me aprofundar no problema de física que tinha escolhido, portanto o texto desta palestra foi publicado mais ou menos na mesma época que meu artigo sobre [a simetria] $SU(3)$.

(A tradução é nossa.)

3 Learn it in Depth!

Em Londres, a princípio, Ne’eman pretendia estudar teoria da gravitação no King’s College, com o astrofísico Hermann Bondi. Entretanto, devido à longa distância entre a embaixada israelense e a universidade, ele acabou se instalando no Imperial College, que ficava a cinco minutos de caminhada da embaixada.

No Imperial College, juntou-se ao grupo de Abdus Salam no Departamento de Matemática, que estudava teoria quântica de campos. Salam inicialmente estranhou o interesse do coronel pela física, relutando em aceitá-lo como estudante. (Ne’eman apresentou-se fardado com o uniforme das forças armadas israelenses.) Acabou aceitando-o por um período de experiência, mais por seu diploma universitário do conceituado Technion (Instituto Tecnológico de Israel) do que por sua carta de recomendação, escrita pelo General Moshe Dayan. Durante o período de experiência no curso de Salam, Ne’eman entrou pela primeira vez em contato com a teoria de grupos, ficando fascinado pelo tema. A aplicação de teoria de grupos à classificação das partículas elementares e representação de suas simetrias era um verdadeiro desafio na época e ele se decidiu por esse tópico de pesquisa para o doutoramento. À medida que Ne’eman apresentava suas ideias a Salam [1, 11], este contava-lhe que outro físico já havia tentado desenvolver aquela mesma ideia alguns anos antes, sem sucesso. Ne’eman então apresentava outras propostas, que Salam dizia terem sido testadas há menos tempo. Isso fez com que Ne’eman ganhasse confiança e buscasse novas soluções, pois sentia que estava “se aproximando do presente”. Além disso, sentiu-se motivado por chegar às mesmas propostas que os importantes físicos citados por Salam, entre os quais estava o brasileiro Jayme Tiomno. Salam, porém, mostrou-se impaciente e disse-lhe que queria transferi-lo a um problema mais simples, para que o trabalho de doutorado fosse terminado dentro do prazo.³ Devido à insistência de Ne’eman, Salam

³Curiosamente, o problema teórico “mais simples” sugerido por Salam só foi resolvido —por Peter Higgs— em 1964, resultando na

finalmente concordou com seu projeto de estudo, mas aconselhou [5, 11, 15]:

Você está embarcando em uma pesquisa altamente especulativa; entretanto, se você insiste, vá em frente com ela, mas faça-o seriamente. Não se satisfaça com o pouco de teoria de grupos que lhe ensinei, que é o que eu conheço. Aprenda o assunto com profundidade! (Learn it in depth!)

(A tradução é nossa.)

Ne’eman então estudou arduamente teoria de grupos e sua utilização para classificar as partículas elementares. Na época, os experimentos em aceleradores de partículas tinham permitido a descoberta de um grande número de hádrons, i.e. partículas que interagem pela chamada *força forte* (como os *prótons* e os *nêutrons*). Claramente, cogitava-se que essas partículas não poderiam ser todas elementares e que portanto deviam estar relacionadas umas às outras. Tentava-se então encontrar um esquema simples para classificação dos diversos hádrons, de forma que fossem evidenciadas as propriedades comuns a cada classe de partículas. No ano de 1961, Ne’eman propôs a organização dos hádrons de acordo com o grupo de simetria $SU(3)$ [16, 17]. A proposta —feita independentemente também por Murray Gell-Mann [17, 18]— permitiu a classificação dos hádrons conhecidos na época e a previsão de novas partículas e suas propriedades. O esquema de classificação motivou a proposta do modelo de quarks, que só foi confirmado bem mais tarde. Mais abaixo, na Seção 4, discutimos o modelo de quarks, os principais aspectos da força forte e algumas propriedades dos hádrons. Antes disso, vejamos a seguir um pouco sobre a teoria de grupos, a fim de entender como as contribuições de Yuval Ne’eman e de seus contemporâneos fizeram com que esse tópico deixasse de ser um ramo da matemática quase desconhecido pelos físicos e passasse a ocupar uma posição central na física de partículas elementares.

3.1 Simetrias e Grupos

A busca por simetrias é de suma importância na física. De fato, pode-se explorar a simetria de um problema para conseguir simplificações consideráveis no seu estudo, ou uma compreensão mais profunda do mesmo. A teoria de grupos permite o estudo matemático de simetrias,

proposta do *bóson de Higgs*. A busca por esta partícula tornou-se um dos maiores desafios experimentais da física de altas energias e foi a principal motivação para a construção do acelerador de partículas LHC, no CERN [13], completado em 2008. As primeiras evidências da existência do bóson de Higgs foram anunciadas em 2012, quase 50 anos após sua proposta teórica. Peter Higgs recebeu o prêmio Nobel de física de 2013 [14], juntamente com François Englert.

que estão geralmente associadas a alguma propriedade invariante de um sistema físico. Mais precisamente, podemos *definir* simetria [19, 20] como a qualidade de um objeto ou sistema que faz com que o mesmo não se altere de maneira perceptível quando uma determinada transformação é aplicada a ele. Por exemplo, a simetria entre lado esquerdo e direito do corpo humano equivale à invariância sob reflexão em relação ao plano vertical que separa os dois lados do corpo. A transformação nesse caso corresponde à inversão das coordenadas espaciais dos pontos do sistema em relação ao plano de simetria. Esta definição geral em termos de transformações estende a noção usual que temos de simetria de um objeto —associada a regularidade, harmonia, beleza— podendo ser aplicada também às *equações* que definem o comportamento de um sistema. Em particular, são importantes as simetrias respeitadas pelas interações entre as partículas que o compõem.

O conjunto de transformações que preserva uma dada propriedade de um sistema (ou de uma interação) constitui o chamado *grupo de simetria* associado a essa propriedade. No caso da simetria por reflexão em relação a um plano, a transformação é única. Note também que após duas aplicações sucessivas dessa transformação recupera-se a situação inicial, para qualquer sistema. Por outro lado, se considerarmos a simetria por rotação ao redor de um eixo, o número de transformações possíveis é infinito, pois podemos realizar rotações por ângulos arbitrários em um contínuo de valores. Nos dois casos, o conjunto de transformações associado à propriedade de invariância (ou simetria) constitui um *grupo*.

A noção de grupo originou-se nos estudos de equações polinomiais pelo matemático francês Évariste Galois — que morreu tragicamente (aos vinte anos de idade) em consequência de um duelo [21], em 1832— e foi consolidada por volta de 1870, após o trabalho de Camille Jordan [22]. Em linhas gerais [23, 24], um grupo é uma coleção de operações ou transformações satisfazendo à seguinte condição:

A operação obtida pela combinação (i.e. a aplicação sucessiva, ou *produto*) de duas operações pertencentes ao grupo também deve pertencer a ele.

O grupo deve ainda exibir a *propriedade associativa* para o produto, deve incluir um elemento neutro ou *operação identidade*, e deve conter para cada elemento o seu *elemento inverso*, de forma que o produto dos dois seja a identidade. As condições acima são claramente satisfeitas pelas rotações, que podem ser representadas por matrizes *ortogonais*, i.e. matrizes cuja inversa coincide com a sua matriz transposta⁴ Note porém que, em três

⁴A matriz transposta é obtida trocando-se linhas por colunas

dimensões, a rotação resultante do produto de duas rotações ao redor de um ponto, diferentemente da rotação ao redor de um eixo, pode depender da ordem em que as rotações são aplicadas. Ou seja, nesse caso, o produto não é *comutativo*. Tal grupo é dito *não-abeliano*. No caso das reflexões em relação a um plano, o grupo é *abeliano* e contém apenas dois elementos, que podem ser representados pelos números -1 (correspondendo à inversão das coordenadas) e 1 (correspondendo à operação identidade) [24].

Para a descrição de simetrias na física, são especialmente importantes os chamados *grupos de Lie*,⁵ usados no caso de transformações contínuas, i.e. aquelas que podem agir de forma suave, gradual. São exemplos: 1) as rotações, 2) as transformações de Galileu ou de Lorentz, que relacionam as coordenadas de espaço e tempo entre dois referenciais inerciais em movimento relativo uniforme e 3) as transformações associadas às *simetrias de gauge*, presentes nas teorias que constituem o *Modelo Padrão* das interações fundamentais. (A cromodinâmica quântica ou QCD, que descreve a interação forte entre quarks, é uma dessas teorias.)

Associada a um grupo de Lie há sempre a correspondente *álgebra de Lie*, dada pelo espaço das *transformações infinitesimais* do grupo. Essas são transformações pequenas, próximas da operação identidade, por exemplo uma rotação por um ângulo infinitesimal. O fato de que os grupos de Lie são (quase completamente) especificados por sua álgebra, que por sua vez depende somente das características *locais* do grupo (i.e. relativas às transformações infinitesimais) é uma grande vantagem. Em particular, a álgebra constitui um *espaço linear* —i.e. um espaço usual, que contém as somas de seus elementos e a multiplicação deles por constantes— com estrutura dada por *comutadores* dos chamados *geradores* do grupo. Assim, a análise da álgebra é bem mais simples do que a de seu respectivo grupo, o que envolveria (em geral) operações não-lineares. Mais detalhes sobre grupos de Lie são fornecidos no Apêndice A.1.

3.2 Teoria de Grupos na Física

Uma vez identificado o grupo de simetria de um problema, podem ser utilizados resultados de teoria de grupos para previsão e classificação dos possíveis estados físicos do sistema considerado. Em particular, de acordo com o teorema de Noether [25] —enunciado em 1918 pela brilhante matemática alemã Emmy Noether—

na matriz original. Mais precisamente, o elemento M_{ij}^T da transposta de uma dada matriz M é igual a M_{ji} .

⁵Uma referência introdutória bastante detalhada e útil sobre simetrias em mecânica quântica e sobre grupos de Lie é o livro [25].

pode-se associar a invariância sob uma certa transformação sofrida por um sistema a uma grandeza conservada, simplificando-se a descrição desse sistema. Por exemplo, a invariância por translação das equações de movimento de uma partícula livre implica a conservação de sua quantidade de movimento (ou momento linear), que é a lei da inércia. A invariância por rotações, por sua vez, leva à conservação do *momento angular* \mathbf{L} , um conceito de grande importância em mecânica clássica (que explica, por exemplo, a rotação dos planetas) cuja extensão quântica é igualmente importante, já que determina a quantização das órbitas atômicas e está relacionada ao *spin*, ou *momento angular intrínseco*, das partículas. É claro, então, que a percepção de simetrias como invariâncias por transformações introduz naturalmente na física a linguagem de teoria de grupos. Além disso, o interesse na descrição por meio de teoria de grupos deve ser maior na física quântica do que na física clássica, já que no mundo microscópico os “objetos” de mesmo tipo considerados (e.g. elétrons, átomos, moléculas) são realmente idênticos entre si e portanto *indistinguíveis*, o que aumenta a simetria nos problemas estudados.

De fato, na física de partículas, além das grandezas conservadas classicamente (energia, momento linear, momento angular e carga elétrica), observações experimentais permitiram a definição de outros *números quânticos* conservados, como os números *leptônico*, *bariônico*, *estranheza* e *isospin* (que serão vistos na Seção 4). Essas leis de conservação têm um papel fundamental nas interações entre as partículas elementares, permitindo discriminar entre processos elementares que podem acontecer e aqueles que são proibidos.⁶ Assim, no limite em que a física é governada pela leis probabilísticas da mecânica quântica, são os números (quânticos) conservados que estabelecem a *identidade* das partículas sub-atômicas e, de certa forma, assumem o papel da cinemática clássica, “determinando” a evolução do sistema [1]. Em particular, nesse limite, uma partícula não será mais descrita por sua posição no espaço, mas por uma função de estado, com determinadas propriedades de simetria. É a essas propriedades, e não às coordenadas espaciais e temporais, que podemos atribuir significado, e são as leis de conservação (decorrentes das simetrias) que conferem realidade e objetividade ao mundo microscópico. Nesse contexto, *onde?* e *quando?* são perguntas quase irrelevantes [27].

Apesar da grande importância que atribuímos hoje aos grupos de simetria das interações fundamentais, a aceitação das ideias de teoria de grupos na física quân-

⁶De fato, para a física de partículas, saber o que *não* pode acontecer torna-se muito importante. Em particular, vale a afirmação: “tudo o que não é proibido será obrigatório”, algumas vezes chamada de princípio totalitário da física quântica [26].

tica não foi algo suave, como discutido em detalhe na Referência [28] e descrito brevemente a seguir.

No início do século XX —quando foi formulada a base matemática da mecânica quântica (incluindo por exemplo o cálculo matricial, que não era usado pelos físicos na época)— a descrição em termos de teoria de grupos e suas representações foi introduzida na física quântica por Hermann Weyl, no contexto da chamada simetria de gauge, inspirada no eletromagnetismo. Essas ideias foram adotadas por Eugene Wigner, entre outros, e aplicadas com sucesso ao estudo de espectros de energia atômicos, tendo como base as representações do grupo de rotações em três dimensões [29]. Mais precisamente, os valores para a energia (i.e. o espectro) de átomos e moléculas dependem dos estados físicos possíveis para o sistema; esses estados são descritos por funções com simetria bem definida, o que permite a sua classificação e a determinação de propriedades físicas (como regras de seleção para transições entre estados) a partir do grupo de simetria envolvido.⁷

O formalismo de teoria de grupos, porém, foi considerado obscuro e desnecessariamente complexo por vários físicos, tendo sido ironizado e chamado de “a peste dos grupos” (do alemão *Gruppenpest*) por Paul Ehrenfest em 1928, em uma carta enviada pelo mesmo a Wolfgang Pauli. Essa expressão tornou-se popular entre os físicos da época, e muitos ficaram aliviados quando, em 1929, John Slater demonstrou que a descrição dos espectros de energia atômicos podia também ser obtida sem o emprego de teoria de grupos. Dizia-se então que Slater tinha “exterminado a peste dos grupos”. Nas décadas seguintes o emprego de teoria de grupos praticamente desapareceu da física e foi somente em 1949, com o trabalho de Giulio (Yoel) Racah, que a teoria de grupos se tornou parte aceita da descrição da espectroscopia atômica. Mesmo assim, essa ferramenta teórica não era ainda utilizada de maneira sistemática no estudo da física de partículas, como ilustrado na próxima seção.

3.3 Primeiras Tentativas na Física de Partículas

Nesta seção apresentamos as primeiras ideias propostas para usar teoria de grupos na física de partículas. Para isso, vamos também descrever apenas brevemente alguns aspectos matemáticos ligados a essa teoria. Maiores detalhes sobre teoria e aplicações de grupos de Lie podem ser encontrados no Apêndice A.

As primeiras tentativas para classificar e explicar as dezenas de partículas elementares descobertas a partir da década de 50 eram baseadas na chamada simetria de

⁷Ver, por exemplo, a discussão sobre os *autoestados* de energia do átomo de hidrogênio no Apêndice A.4.

isospin ou *spin isotópico*⁸ e suas possíveis generalizações [30]. Essa simetria permite agrupar hádrons de massas aproximadamente iguais (mas com cargas elétricas diferentes) em *multipletos*, como o *dubleto* formado pelos núcleons, i.e. prótons p e nêutrons n , ou o *tripleto* dos *píons*: π^+ , π^0 , π^- . As partículas de cada multipletos são caracterizadas pelo mesmo valor I do isospin —sendo, e.g., $I = 1/2$ para os núcleons e $I = 1$ para os píons— e diferentes valores de I_3 , i.e. diferentes *autovalores* do *operador* associado à projeção do isospin na “direção 3”. Mais precisamente, a simetria de isospin produz uma “rotação” no espaço (interno) do isospin, podendo mudar o valor de I_3 mas não o valor de I . A escolha da direção 3 (ou “eixo z ”) é arbitrária; a denominação e os valores permitidos para I e I_3 seguem da analogia com o spin e com o momento angular quântico em geral (ver Apêndices A.2 e A.3 para maiores detalhes sobre as simetrias relacionadas e essas grandezas). Logo, a simetria de isospin das interações fortes⁹ implica que partículas que pertencem ao mesmo multipletos sejam indistinguíveis pela interação nuclear forte ou, de forma mais pictórica: se fosse possível “desligar” a interação eletromagnética, os componentes de um multipletos, como prótons e nêutrons, seriam a mesma partícula.

Com a grande proliferação de novas partículas — incluindo as chamadas partículas *estranhas*, também agrupadas em multipletos específicos— era natural procurar por uma simetria mais “alta”, que englobasse vários multipletos. Alguns desses estudos utilizavam teoria de grupos, buscando descrever os estados observados de hádrons como representações de algum grupo. Nos próximos três parágrafos, descrevemos alguns conceitos relacionados à teoria de representações. Em uma primeira leitura, esses parágrafos podem ser omitidos.

Chama-se de *representação* a uma maneira concreta de exprimir um grupo, como a representação em termos de matrizes ortogonais para o grupo das rotações [32]. Assim, uma representação associa a cada elemento do grupo um operador linear inversível, que podemos imaginar como uma matriz quadrada $N \times N$ inversível. Essas matrizes agem em um *espaço vetorial* V , cuja dimensão N é chamada de *grau* (ou *dimensão*) da repre-

⁸Para mais detalhes sobre conceitos físicos como isospin, estranheza e *hipercarga*, e sobre as propriedades de *bárions* e *mésons*, ver a Seção 4.1 abaixo.

⁹Vale ressaltar que essas rotações de isospin eram tomadas como rotações *globais*, i.e. a mesma rotação sendo realizada em todos os pontos do espaço-tempo, até 1954. Naquele ano, o trabalho de Chen-Ning Yang e Robert L. Mills [31] abriu o caminho para a formulação das teorias de gauge não-abelianas (ou teorias de Yang-Mills), sugerindo que a invariância por rotações de isospin deveria ser *local*, i.e. diferente em cada ponto do espaço-tempo. Como explicado na Seção 4.3, as atuais teorias das interações fortes, i.e. a QCD, e das interações fracas [1] são baseadas na teoria desenvolvida por Yang e Mills.

sentação. É importante não confundir o grau de uma representação com a dimensão do respectivo grupo.¹⁰ Em particular, no caso dos grupos de Lie, descritos acima e no Apêndice A.1, a dimensão do grupo coincide com o número g de seus *geradores*, i.e. o número de elementos da *base* da álgebra de Lie correspondente. Por exemplo, para o grupo $SU(2)$ a dimensão do grupo é 3 mas, tipicamente, usamos a representação de grau 2 dada pelas matrizes complexas 2×2 , unitárias e com determinante igual a 1. Nesse caso, podemos escolher como geradores as três matrizes de Pauli (ver o Apêndice A.5). Mais em geral, para o grupo $SU(N)$ a dimensão do grupo é $g = N^2 - 1$ mas, usualmente, consideramos a representação dada por matrizes $N \times N$, a chamada *representação fundamental*.¹¹ De grande relevância na física é também a chamada representação *adjunta* do grupo $SU(N)$, dada por matrizes $g \times g$, i.e. uma representação de grau igual à dimensão do grupo.

Como explicado acima, um multipletos [25] representa um conjunto de estados *degenerados* em relação a um certo grupo de simetria. Dito de outra forma, o grupo de simetria transforma os estados de um multipletos entre si. Logo, um multipletos é um sub-espaço invariante do *espaço de Hilbert* do sistema [25, 33]. Note, porém, que o termo multipletos é usado em geral somente para o caso de um sub-espaço invariante e *irredutível*, i.e. que não possa também ser dividido em sub-espaços invariantes em relação ao mesmo grupo de simetria. Claramente, se um multipletos é um sub-espaço vetorial de dimensão n , precisamos de uma representação de grau n para caracterizar a ação do grupo no multipletos. Além disso, sendo que o multipletos é um sub-espaço irredutível, temos que a representação do grupo de simetria também deve ser irredutível. Assim, a classificação das partículas em multipletos requer a consideração de representações irredutíveis do grupo de simetria que caracteriza a teoria. Cabe destacar que a representação fundamental (ou representação padrão), definida acima, é sempre irredutível. Para os grupos de Lie considerados nesse trabalho, i.e. $SO(3)$, $SU(N)$ e $G(2)$, a representação adjunta também é irredutível. Para esses grupos vale também um outro resultado importante [34]: todas as representações irredutíveis (de grau finito) podem ser construídas a partir de *produtos tensoriais* das representações fundamentais (ver nota de rodapé 11). Como exemplo, ilustramos no Apêndice A.5 a obtenção das representações *singleto* e *tripleto* a partir do *produto direto* de cópias da repre-

¹⁰Ressaltamos que todos os grupos considerados aqui são de dimensão finita.

¹¹Notemos que a terminologia usada na física difere daquela usada na matemática, para a qual essa representação é chamada de *definidora* (*defining*) ou *padrão* (*standard*). De acordo com a nomenclatura matemática, além da representação definidora pode haver outras representações (*irredutíveis*) definidas como fundamentais.

sentação definidora do grupo $SU(2)$ [35], que é a única representação fundamental desse grupo. No caso mais geral do grupo $SU(N)$, há $N - 1$ representações fundamentais distintas [36]. Em particular, para o grupo $SU(3)$ elas são a representação definidora e a representação *dual* (ver Apêndice A.1). Na Seção 4.2 vamos usar produtos dessas duas representações fundamentais do grupo $SU(3)$ para obter as possíveis representações para mésons e bárions.

Por fim, os grupos $SO(3)$, $SU(N)$ e $G(2)$ são também grupos de Lie compactos, i.e. os parâmetros θ_k que aparecem no *mapa exponencial* do grupo (ver Apêndice A.1) assumem valores em espaços compactos.¹² Nesse caso, pode-se demonstrar [34] que uma representação de grau finito é sempre equivalente a uma representação unitária. (Esse resultado se aplica também aos grupos finitos [33, 34], i.e. com um número finito de elementos.) De fato, essa representação unitária pode sempre ser obtida definindo-se o produto escalar —no espaço vetorial V associado à representação considerada— através de uma média sobre o grupo [34, 37]. Como mostrado no Apêndice A.1, uma representação unitária para um grupo de Lie implica que podemos escrever —usando o mapa exponencial— os elementos U do grupo como $U = \exp(iT)$, onde T é uma matriz *hermitiana*. Portanto, para os grupos de Lie compactos, os geradores T_k podem sempre ser escolhidos (considerando-se uma representação unitária do grupo) como hermitianos.¹³

Como descrito a seguir, procurou-se inicialmente identificar o grupo de simetria dos hádrons em manifestações da sua representação fundamental. Para os grupos de simetria $SU(N)$ isso significa uma representação de grau N , que age sobre um espaço vetorial de dimensão N . Assim, deveriam existir N objetos elementares dos quais os hádrons seriam formados. Em particular, receberam bastante atenção nessa época as ideias baseadas no modelo proposto em 1956 por Shoichi Sakata [38], segundo o qual todos os hádrons eram considerados como combinação de prótons, nêutrons e da partícula Λ^0 . Usando uma sugestão de Hideki Yukawa [5], as três partículas fundamentais do modelo de Sakata foram associadas a uma representação tridimensional do grupo $SU(3)$ por Mineo Ikeda, Shuzo Ogawa e Yoshio Ohnuki [39]. Dessa forma, considerando autoestados simultâneos de carga elétrica, isospin na direção z , estranheza e *número bariônico*,¹⁴ eles tentaram classificar em multi-

pletos os hádrons conhecidos até então. Um pouco mais tarde, Ralph E. Behrens e Alberto Sirlin [40] consideraram o grupo $G(2)$, em uma representação de grau 7, e sugeriram a associação de um de seus subgrupos aos multipletos de isospin, dados pelos conjuntos de partículas $N = (p, n)$, $\Xi = (\Xi^0, \Xi^-)$ e $\Sigma = (\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-)$. As “rotações” nesse espaço de dimensão 7 permitiam “misturar” essas sete partículas. [Nesse esquema a partícula Λ^0 não era modificada pelas transformações do grupo $G(2)$.] Ao mesmo tempo, o outro subgrupo seria identificado com “rotações” no espaço da hipercarga. Tentava-se, desta forma, adivinhar quais dos hádrons eram verdadeiramente elementares, supondo-se que todos os outros seriam formados a partir deles. Note que todas as partículas enumeradas acima, exceto os píons, são bárions, ou seja, hádrons semelhantes aos núcleons. Na notação aqui utilizada, os índices superiores correspondem à carga elétrica das várias partículas. As anti-partículas, que possuem mesma massa e números quânticos opostos aos das partículas, são denotadas com uma barra, e.g. \bar{p} para o anti-próton.

A ideia de que todos os hádrons sejam formados a partir de um pequeno número deles mesmos pode parecer absurda hoje em dia, mas teve grande aceitação na época. Em particular, uma versão anterior dessa ideia tinha sido sugerida em 1949 por Enrico Fermi e Chen-Ning Yang [41], para descrição dos *mésons* π como estados compostos de núcleons e anti-núcleons. De acordo com este esquema, partículas de carga negativa podem ser formadas por um nêutron e um anti-próton, que possui carga inversa à do próton, e assim por diante. Mais detalhadamente, essa teoria pode ser formulada em termos de representações do grupo $SU(2)$ para a simetria de isospin,¹⁵ a partir da representação fundamental (p, n) e da representação correspondente para os anti-núcleons (\bar{p}, \bar{n}) . Como explicado em [42], a ideia de Fermi e Yang tinha a vantagem de “economizar” partículas. Nas palavras de Fermi [30] (em um simpósio organizado em 1951 pelo American Institute of Physics):

Quando a teoria de Yukawa¹⁶ foi proposta pela primeira vez, havia uma esperança legítima de que as partículas envolvidas, prótons, nêutrons e mésons π , pudessem ser legitimamente consideradas como partículas elementares. Essa esperança perde cada vez mais sua razão à medida que novas partículas elementares são rapidamente descobertas.

(A tradução é nossa.)

¹²Vale ressaltar que $G(2)$ é um subgrupo de $SO(7)$, o grupo das rotações no espaço \mathbb{R}^7 , que também é compacto. Um exemplo importante de grupo não compacto em física é o grupo de Lorentz.

¹³Relembramos que em mecânica quântica os operadores hermitianos, cujos autovalores são reais, estão relacionados a grandezas físicas.

¹⁴Ver a Seção 4.1 para mais detalhes sobre essas grandezas físicas.

¹⁵Como já dito acima, a construção de representações do grupo $SU(2)$ está exemplificada no Apêndice A.5, utilizando as regras para adição de momentos angulares; os resultados obtidos podem ser aplicados diretamente ao caso do isospin considerado aqui.

¹⁶Ver a Seção 4.1.

Porém, como dito explicitamente no trabalho de Fermi e Yang, a nova teoria era somente um exemplo de uma possível abordagem para a descrição da física de partículas e os próprios autores não tinham a esperança de que a proposta apresentada pudesse “realmente corresponder à realidade”. Eles também tinham a consciência de que o entendimento da física dos hádrons era um grande desafio. Ainda nas palavras de Fermi em 1951:

Claramente, pode ser que alguém apareça logo com uma solução para o problema do méson, e que os resultados experimentais confirmem tantas características detalhadas da teoria que ficará claro para todos que é a teoria correta. Essas coisas já aconteceram no passado. E podem acontecer novamente. No entanto, não acredito que podemos contar com isso, e acredito que devemos estar preparados para uma empreitada longa e difícil.

(A tradução é nossa.)

Na generalização introduzida por Sakata, a inclusão da partícula Λ^0 na representação fundamental tornou-se necessária devido à propriedade de estranheza verificada para alguns hádrons. Não havia, porém, uma explicação para o fato de a partícula Λ^0 , um bárion estranho, ocupar uma posição privilegiada no modelo em relação aos outros bárions estranhos. Os esquemas de classificação baseados no modelo de Sakata foram posteriormente descartados com base experimental, à medida que foram descobertos novos hádrons, mas sua influência no início dos anos 60 era ainda muito forte (ver e.g. [43]). De fato, até que fosse confirmada a classificação introduzida por Ne’eman e Gell-Mann, esse era o principal modelo para descrição dos hádrons.

É curioso notar que, nesse período, havia também dúvidas crescentes em relação ao próprio conceito de partículas quando aplicado aos hádrons. Em particular, não se acreditava que o tratamento de teorias quânticas de campos, que fora tão bem sucedido na eletrodinâmica quântica (ou QED, a teoria que descreve as interações eletromagnéticas), pudesse ser aplicado à interação forte e aos hádrons [44]. O impasse levou a propostas bastante criativas, como o chamado modelo *bootstrap*, em que todas as partículas eram consideradas fundamentais e formadas a partir delas mesmas, em um tratamento que deixava de lado a explicação da origem fundamental das simetrias observadas [27]. A principal ênfase desse modelo era a busca de regras para descrição da *matriz de espalhamento* (ou matriz S), ligando estados iniciais e finais de reações envolvendo as partículas, não importando quais fossem fundamentais. O método, introduzido por Geoffrey Chew, era motivado pelo cenário batizado por ele de “democracia nuclear”.

Vê-se portanto como estava confusa a situação da classificação dos hádrons no final dos anos 50 e início dos anos 60, e que ideias de teoria de grupos começavam a ser utilizadas, mas de maneira ainda errática, buscando sempre uma associação entre famílias de múltiplos e a chamada representação fundamental de algum grupo. Voltemos agora ao caminho utilizado por Ne’eman para tratar do problema.

3.4 A Contribuição de Ne’eman

Nesta seção discutimos a participação de Ne’eman na identificação do grupo de simetria por trás do modelo de quarks. De fato, como dito anteriormente, Ne’eman foi aconselhado por Salam a aprofundar seus conhecimentos de teoria de grupos. Dessa forma, ele procurou [1, 11, 15] aprender a classificação das álgebras de Lie em trabalhos do matemático russo Eugene B. Dynkin, traduzidos pela American Mathematical Society e sugeridos por Salam. Na época, a teoria relacionada aos grupos de Lie —desenvolvida quase 100 anos antes pelo matemático norueguês Sophus Lie— não era bem conhecida pelos físicos, e tinha sido aplicada somente a problemas envolvendo simetrias de cristais. Na Referência [15], Ne’eman conta como foi difícil chegar aos trabalhos de Dynkin, e como ficou surpreso em saber que um dos maiores especialistas em teoria de grupos de Lie da época era Giulio Racah, israelense como ele. Hoje em dia a teoria de grupos de Lie é comumente vista em cursos de graduação e pós-graduação em física e é coberta em detalhe em diversos livros-texto sobre o assunto, incluindo aplicações na física (ver por exemplo [25, 33, 45, 46, 47]). A Referência [48], em português, trata em detalhe o problema da classificação dos hádrons.

Cabe destacar que a aplicação de teoria de grupos, por exemplo aos casos das rotações e do spin, representa uma complementação do estudo usual desses tópicos (ver o Apêndice A.4), que é normalmente feito sem referência explícita às propriedades de simetria. Porém, a análise sob o ponto de vista das simetrias é mais clara e concisa, permitindo maior generalidade. Além disso, para problemas cuja solução não é ainda entendida, tentar associar estados físicos observados a representações pode ajudar muito na identificação do grupo de simetria envolvido, levando à classificação sistemática de tais estados e, potencialmente, à identificação da teoria por trás das interações que dão origem aos estados estudados. Mais especificamente, como explicado na seção anterior, a observação de estados múltiplos pode estar relacionada a degenerescências dentro de uma representação irredutível, e portanto podem-se identificar padrões obtidos no experimento e tentar associá-los aos múltiplos de uma dada representação de um grupo. A tarefa

importante nesse caso é investigar quais grupos têm a estrutura observada, com esses padrões bem definidos [49]. Foi esse o caso do modelo de quarks. Era necessário ir além da descrição da propriedade de isospin mencionada acima, baseada na simetria $SU(2)$, e considerar uma classificação em que os hádrons se estruturassem de acordo com uma simetria de ordem mais alta, que não estava relacionada à especificação de um conjunto de hádrons mais fundamentais. A obtenção dessa descrição foi a contribuição de Ne’eman para classificação dos hádrons.

Para entender a abordagem usada por Ne’eman é necessário definir o *posto* de um grupo de Lie,¹⁷ que está relacionado ao número de grandezas conservadas (números quânticos conservados) para o sistema físico estudado. Note que, no casos do momento angular e do spin (discutidos nos Apêndices A.2 e A.3) —respectivamente associados aos grupos de simetria $SO(3)$ e $SU(2)$ — temos grupos de dimensão 3 e posto 1. De fato, no caso das rotações $SO(3)$, i.e. quando o sistema possui simetria rotacional, a grandeza conservada é o momento angular do sistema e o número quântico conservado é l , sendo os autovalores do operador \mathbf{L}^2 dados por $\hbar^2 l(l+1)$. (Aqui \hbar é a *constante de Planck racionalizada*.) Ao mesmo tempo, a degenerescência dos multipletos é $2l+1$, correspondente aos $2l+1$ diferentes autovalores para o operador L_z (ver Apêndice A.2).

Um passo muito importante dado por Ne’eman foi intuir a necessidade de considerar grupos de Lie de posto 2, devido à conservação da hipercarga Y e da componente z do isospin¹⁸ I_3 . Ao mesmo tempo, ele não se limitou à representação fundamental do grupo, o que seria mais tarde uma indicação da presença de uma subestrutura para os hádrons, que são formados por quarks. De fato, como explicado na seção anterior, o papel do grupo $SU(3)$ no modelo de Sakata estava ligado à extensão do uso da representação fundamental do grupo $SU(2)$ de isospin, adicionando-se a partícula Λ^0 ao próton e ao nêutron. (Exemplos da formação de partículas segundo esse modelo são dados na Referência [48].) Apesar de ter sido usado como exemplo de aplicação de teoria de grupos e como referência para seus aspectos técnicos [50], podemos dizer que a ênfase do modelo de Sakata não era nas possíveis representações do grupo $SU(3)$, mas nos três objetos que definiam a representação fundamental. Tais objetos, as partículas (p, n, Λ^0) e suas anti-partículas, eram os constituintes de todos os hádrons, ou seja o modelo satisfazia a ideia —ou dogma, como dito mais tarde por Ne’eman [5]— de “pequenos

tijolos sólidos e básicos” no coração da matéria. Por outro lado, a classificação de Ne’eman parecia ignorar a questão dos constituintes da matéria, já que os multipletos refletiam as representações de ordem mais alta do grupo (em particular as representações com oito componentes), sem incluir a representação fundamental com três objetos. Como enfatizado em [30]: “a natureza parece preferir a simplicidade, mas tinha ignorado o *três* fundamental em favor do *oito*, ou será que não?”

Na Referência [11] Ne’eman relata os estágios finais de seu estudo e a coincidência de ter chegado à descrição correta praticamente ao mesmo tempo que o físico americano Murray Gell-Mann:

...Eu percebi que apenas cinco grupos eram possíveis, e comecei a examinar cada um deles separadamente. Recordo-me que um desses grupos [chamado $G(2)$] levava a diagramas com a forma da estrela de Davi,¹⁹ e torci para que esse fosse o grupo correto, mas não era. Por outro lado, $SU(3)$ ajustou-se perfeitamente! Eu terminei meu trabalho em dezembro de 1960, e discuti sobre ele com Salam. Então eu enviei um artigo para publicação no início de Fevereiro de 1961, que foi publicado logo depois. Murray Gell-Mann do Caltech estava trabalhando no mesmo problema ao mesmo tempo e tinha chegado à mesma conclusão.

(A tradução é nossa.)

Assim, enquanto Ne’eman concluía seu trabalho, Murray Gellmann, nos Estados Unidos, também “encaixava pedaços do quebra-cabeça” para descrição dos estados hadrônicos. Gell-Mann, que foi responsável por diversos avanços teóricos para a física de partículas e era já um dos pesquisadores mais importantes na área, identificou (independentemente de Ne’eman) o grupo $SU(3)$ para classificação dos hádrons. O esquema foi chamado por ele de *caminho óctuplo* (*eightfold way* em inglês),²⁰ devido à presença de multipletos com oito objetos. É curioso notar que ele tampouco possuía familiaridade com teoria de grupos [28]:

Murray Gell-Mann teve que ser informado por um matemático no outono de 1960 de que os objetos “bonitinhos” com que ele estava brincando no desenvolvimento inicial da álgebra de correntes eram bem conhecidos pelos matemáticos como grupos de Lie e possuíam uma elaborada teoria.

(A tradução é nossa.)

¹⁹O diagrama correspondente ao grupo $G(2)$ é ilustrado na Fig. 6.

²⁰O nome escolhido pelo Gell-Mann é uma referência ao *nobre caminho óctuplo* nos ensinamentos de Buda.

¹⁷Ver o Apêndice A.1 para mais detalhes.

¹⁸Notemos, porém, que equivalentemente podem-se considerar [ver a Eq. (2) na Seção 4.1] a conservação das grandezas estranheza S , mencionada acima, e da carga elétrica Q .

3.5 Impacto da Descoberta

Como já descrito nas seções acima, até o final dos anos cinquenta do século XX a teoria de grupos não era utilizada de maneira sistemática na física de partículas. Como exemplo, vale relembrar um curso de teoria de grupos ministrado por Giulio Racah no Instituto de Estudos Avançados em Princeton em 1951, frequentado por Gell-Mann e Salam, entre outros. No curso foram abordadas as representações do grupo $SU(3)$ como rotações em um espaço tridimensional complexo, além das rotações usuais, mas isso não foi lembrado por eles mais tarde, quando apenas descrições baseadas nas rotações usuais foram tentadas para a descrição inicial dos hádrons [1]. Como escreveu Abraham Pais [30]:

Desde o início ficou evidente que aqui nós, físicos, estávamos aprendendo a verdadeira arte.

...Porém na época eu, assim como os outros, não fui capaz de destilar as partes essenciais dessas aulas que, mais tarde, seriam úteis na física de partículas.

(A tradução é nossa.)

Na metade dos anos sessenta essa situação já tinha mudado, tendo surgido artigos de revisão com ferramentas de teoria de grupos em física de partículas para experimentais e não-especialistas, como a Referência [49]. Podemos avaliar o impacto da descoberta de Ne’eman a partir do seguinte trecho, assinado por “amigos de Yuval”, publicado no CERN Courier [53]:

De acordo com os multipletos $SU(3)$ de Gell-Mann e Ne’eman, os núcleons eram membros de uma representação octeto, em vez de pertencerem ao tripleto fundamental. Além do octeto, multipletos de massas mais altas também continham vários estados ainda não descobertos, incluindo a ilustre partícula Ω^- no decuplo.²¹ Sua descoberta em 1964 com as propriedades previstas forneceu uma corroboração triunfal do esquema de classificação $SU(3)$ e físicos de partículas correram então a estudar teoria de grupos.

(A tradução é nossa.)

Portanto, o trabalho de Ne’eman (e de Gell-Mann) para a compreensão dos estados hadrônicos, baseado na utilização de teoria de grupos de maneira não trivial — indo além da ideia de alguns bárions “privilegiados” na representação fundamental de um grupo — teve como consequência a valorização do próprio estudo de teoria de grupos.

²¹Ver final da Seção 4.1.

Pouco tempo depois da proposta de Ne’eman e Gell-Mann, a classificação $SU(3)$ foi obtida também por David R. Speiser e Jan Tarski [54] como parte de um estudo detalhado em que foram analisados, de forma sistemática, todos os grupos possíveis para a classificação das partículas elementares. Observamos que esses dois pesquisadores, do Instituto de Estudos Avançados em Princeton, iniciaram seu estudo em 1961, independentemente de Ne’eman e Gell-Mann. Como descrito em [55], contrariamente a seus contemporâneos, Speiser possuía bastante familiaridade com teoria de grupos, pois tinha “caído dentro [do caldeirão] quando pequeno, como o mítico gaulês Obelix”. De fato, seu tio, Andreas Speiser, foi um importante matemático suíço e publicou um famoso livro sobre teoria de grupos [56]. Speiser possuía também um conhecimento extenso em ciências humanas, que lhe permitiu dar contribuições em temas interdisciplinares como a história da arquitetura e a história da ciência.

Em conclusão, a iniciativa dos autores da classificação $SU(3)$ mudou profundamente a maneira como era vista a teoria de grupos na época. É também interessante notar a estória contada pelo físico e matemático Freeman Dyson, reproduzida em [57], sobre o papel desenvolvido pela Universidade de Princeton na difusão da teoria de grupos em física:

No início do século passado o matemático Oswald Veblen e o físico James Jeans estavam discutindo a reforma do currículo matemático da Universidade de Princeton. Jeans argumentou que a teoria de grupos deveria ser omitida, alegando que teoria de grupos era um assunto que jamais seria útil na física. Veblen deve ter vencido a discussão pois a teoria de grupos continuou a ser lecionada. É de fato irônico que a teoria de grupos não só se tornou um dos temas centrais da física, mas grande parte da pesquisa inovadora [na área] foi desenvolvida justamente em Princeton!

(A tradução é nossa.)

Como veremos na Seção 4.1, o esquema baseado no grupo $SU(3)$ para classificação dos hádrons foi o primeiro passo para identificação dos quarks como subestrutura por trás dos hádrons. O modelo de quarks, introduzido por Gell-Mann e Zweig em 1964, incorpora o esquema $SU(3)$ e explica as representações observadas a partir do produto direto²² das representações fundamentais, i.e. das representações padrão e dual, correspondentes a três tipos de quarks e anti-quarks. É

²²Veja exemplos de produto direto de representações no Apêndice A.5.

curioso notar que o esquema $SU(3)$ teve confirmação e aceitação relativamente rápidas (como descrito no final da Seção 4.1), enquanto que o modelo de quarks permaneceu um tópico controverso por muitos anos, sendo aceito finalmente apenas em 1974. De fato, embora hoje possa parecer mais importante a identificação dos quarks como sub-estrutura dos hádrons do que sua classificação resultante segundo o grupo $SU(3)$, essa última era certamente melhor estabelecida na época, e foi a principal razão para a atribuição do prêmio Nobel de 1969 a Gell-Mann [51] (ver e.g. [52]). Claramente, é natural ver a classificação dos hádrons como um primeiro passo para a compreensão de sua estrutura interna, da mesma forma que a classificação dos elementos na Tabela Periódica de Mendeleev antecedeu a compreensão da estrutura do átomo, permitindo elucidá-la [1].

4 O Modelo de Quarks

Descrevemos nesta seção os aspectos principais do modelo de quarks, da introdução do conceito de força forte até o estabelecimento da teoria da Cromodinâmica Quântica (QCD). Como dito anteriormente na Introdução, um ótimo livro didático sobre o assunto, em nível bastante introdutório, é a Referência [1], de Ne’eman e Kirsh. (Duas boas referências em nível um pouco mais avançado são [58] e [59].) Um bom texto de divulgação pode ser encontrado em [60]. Aspectos históricos envolvendo a introdução e descoberta dos quarks são discutidos em detalhe em [27], [30] e em [61], que também discute aspectos sociológicos. Mencionamos também as seguintes referências originalmente em português: o livro [62] sobre a história da física de partículas e os artigos [63] e [64], respectivamente apresentando uma introdução didática à estrutura matemática dos estados ligados de quarks e uma discussão de questões epistemológicas ligadas à proposta dos quarks como partículas elementares.

4.1 Interação Forte e Simetria

Quando estudantes se deparam pela primeira vez com o modelo atômico de Rutherford-Bohr, uma questão natural é: Como podem os prótons permanecer ligados no núcleo atômico, sendo que eles possuem cargas elétricas de mesmo sinal e portanto deveriam se repelir? Essa questão é resolvida postulando-se uma nova força, a chamada força forte. Tal interação deve agir também sobre os nêutrons, que fazem parte do núcleo atômico e que não possuem carga elétrica. Como o próprio nome diz, essa interação é de tal modo intensa que consegue manter ligadas as partículas no núcleo atômico, apesar da repulsão coulombiana entre os prótons. Por outro lado, a nova força deve possuir curto alcance, restringindo-se

ao tamanho do núcleo, pois do contrário sua ação seria percebida em escalas maiores.

Em 1935, o físico japonês Hideki Yukawa propôs uma teoria [65] em que a força nuclear forte seria *intermediada* por certas partículas massivas, mais tarde chamadas mésons π , ou *pions*. Segundo essa teoria, quando ocorre interação pela força forte, os núcleons trocam píons entre si, sendo o alcance da força determinado pela massa dos píons. A associação de uma interação com a troca de partículas (chamadas *mediadoras*) é natural na visão quantizada de campo, e dizemos, por exemplo, que a interação eletromagnética é intermediada por *fótons*. O alcance da interação está inversamente relacionado à massa da partícula mediadora: no caso dos fótons a massa é zero e o alcance é infinito. No caso da força forte, sabendo que o alcance é da ordem do tamanho do núcleo, i.e. $10^{-15} m$, foi possível estimar a massa prevista para os píons. Os mesmos foram chamados também de mésons π porque sua massa está entre as massas altas dos núcleons (classificados como bárions) e a massa baixa dos elétrons (classificados como *léptons*). Os píons só foram descobertos em 1947 [66], com a contribuição do brasileiro César Lattes, em colaboração com Hugh Muirhead, Giuseppe Occhialini e Cecil F. Powell.²³

A explicação da interação forte como troca de píons fornece uma teoria efetiva que descreve bastante bem alguns aspectos gerais da força nuclear forte, mas foi entendido posteriormente que a verdadeira interação forte ocorre em um nível mais fundamental, entre os quarks, que compõem os hádrons, através da troca de *glúons* (análogos aos fótons no eletromagnetismo) [1]. Desta forma, a força que mantém prótons e nêutrons ligados no núcleo atômico é dada por “resquícios” da interação entre os quarks; de maneira análoga, as forças de Van der Waals entre moléculas são resquícios da força elétrica entre prótons e elétrons no interior dos átomos.

Nem todas as partículas, porém, interagem pela força forte. O elétron e os neutrinos, por exemplo, não *sentem* essa interação. Assim, podemos dividir as partículas elementares (sem considerar as partículas mediadoras das interações) entre as que interagem pela força forte, chamadas de hádrons, e as que não interagem, os léptons. A proposta do modelo dos quarks engloba unicamente os hádrons, que por sua vez são divididos (como explicado acima) em: bárions —e.g. prótons e nêutrons— e mésons, como os píons. Aos bárions pode ser associado o chamado número bariônico, que é conservado nos processos envolvendo a força forte. Já o número de mésons não é necessariamente conservado em tais processos. Por exemplo, um próton pode absorver energia e dar origem a um pión e um nêutron, como mostrado na Fig. 5. Nesse caso é conservado o número bariônico

²³Porém, somente Powell recebeu (em 1950) o prêmio Nobel pela descoberta [67].

(igual a 1 para o próton e para o nêutron) e é criado um méson, ou seja o número de mésons aumentou de 0 para 1 no processo.

Esse comportamento distinto de bárions e mésons está indiretamente relacionado ao spin dessas partículas [1]. Já que o spin, assim como suas generalizações, constitui um número quântico muito importante na classificação das partículas elementares, descrevemos brevemente algumas de suas propriedades a seguir. (Maiores detalhes sobre o spin e sobre o momento angular em geral podem ser encontrados nos Apêndices A.2 e A.3.) Em mecânica clássica, o momento angular de rotação é uma importante grandeza conservada (quando não há aplicação de torques externos) e está associado à revolução do corpo ao redor de um certo eixo. O spin, ou momento angular intrínseco de uma partícula, não possui uma explicação clássica desse tipo, embora seja frequentemente apresentado como um análogo quântico de rotação da partícula ao redor de seu eixo interno.²⁴ De fato, partículas com spin podem apresentar um momento de dipolo magnético μ (proporcional ao valor s do spin), como seria esperado na física clássica para uma carga em movimento de rotação. No caso de um momento magnético não nulo, o spin tende a se alinhar com um campo magnético externo, o que pode ser observado experimentalmente. Note que esse é um efeito natural no caso de partículas que possuem carga elétrica, como o elétron, mas foi observado também para o nêutron. Essa foi uma das primeiras indicações de que o nêutron poderia não ser uma partícula realmente elementar, apresentando uma estrutura interna²⁵ [68, 69].

De forma mais quantitativa [58], os spins podem ser pensados como vetores de módulo $\hbar\sqrt{s(s+1)}$, sendo \hbar (como acima) a constante de Planck racionalizada, i.e. dividida por 2π . O valor de s é quantizado, podendo ser apenas um número inteiro ou semi-inteiro. Da mesma forma, as projeções do spin (por exemplo na direção do campo magnético) podem assumir apenas certos valores quantizados. Mais precisamente, no caso de um spin s temos $2s+1$ possíveis projeções, dadas por $-\hbar s$, $\hbar(-s+1)$, \dots , $\hbar(s-1)$, $\hbar s$. Ou seja, as projeções também são quantizadas. Assim, na ausência de campo

²⁴É preciso enfatizar que esta é apenas uma analogia já que, como discutido no Apêndice A.3, o momento angular de spin não corresponde a uma rotação física. Sua existência foi descoberta experimentalmente e pode ser prevista teoricamente na mecânica quântica relativística, a partir da equação de Dirac [1].

²⁵Por outro lado, o neutrino, que é uma partícula elementar (i.e. sem estrutura interna), de spin $1/2$ e carga nula, também pode ter um momento magnético não nulo, no caso de possuir massa não nula. Nesse caso, porém, o momento magnético é devido a correções radiativas do Modelo Padrão, i.e. efeitos perturbativos de ordem mais altas [70]. Por essa razão, o resultado previsto é que este momento magnético seja proporcional à massa do neutrino e tão pequeno que não poderia ser detectado experimentalmente hoje em dia.

magnético, uma partícula de spin s (e momento magnético intrínseco μ) possui $2s+1$ estados degenerados, i.e. associados à mesma energia. Essa degenerescência é quebrada pelo campo magnético, sendo que a energia de interação da partícula com o campo é proporcional à projeção do spin na direção do campo.

No caso de spin inteiro a partícula é chamada de *bóson* e no caso semi-inteiro de *férmion*. Os elétrons, por exemplo, são férmions e têm spin igual a $1/2$, podendo portanto apresentar $2 \times 1/2 + 1 = 2$ valores para as componentes ou projeções: spin apontando para cima ou para baixo. Quanto aos hádrons, vemos que os bárions apresentam spin semi-inteiro, isto é, são férmions, enquanto que os mésons são bósons. Há uma diferença crucial de comportamento entre férmions e bósons, associada ao *Princípio de Exclusão* de Pauli, discutido na Seção 4.3 e no Apêndice A.3.

Outra grandeza importante para a classificação dos hádrons é a hipercarga Y , dada por [1, 48]

$$Y = B + S, \quad (1)$$

onde B é o número bariônico descrito acima (i.e. 1 para bárions, 0 para mésons e -1 para anti-bárions) e S é a estranheza, que também é conservada em processos envolvendo a força forte. A estranheza —associada a um número quântico S — foi introduzida [1] em 1953 por Murray Gell-Mann²⁶ para explicar o curioso fato de que, nas reações observadas em aceleradores, alguns hádrons, que eram produzidos apenas em pares, apresentavam um tempo de decaimento muito maior do que o esperado. Diziam-se então que as partículas com essa propriedade possuíam “estranheza”. Note que a conservação da estranheza explica que partículas estranhas sejam criadas aos pares, por exemplo com $S = 1$ e $S = -1$ de forma que a estranheza total seja 0, como na situação inicial. Fica também claro por que o decaimento dessas partículas é lento, se supusermos que a estranheza *não* seja conservada pela interação responsável pelo decaimento de uma partícula estranha em uma não-estranha. De fato, a interação forte (assim como a interação eletromagnética) conserva a estranheza e portanto tal decaimento deve ocorrer por ação da *força fraca*, o que determina o tempo de vida mais longo para tais partículas.

Como já mencionado na Seção 3.3, uma grandeza central na classificação dos hádrons é também o isospin. Ela foi introduzida por Werner Heisenberg em 1932 para representar próton e nêutron —que possuem praticamente a mesma massa— como dois estados diferentes de uma única partícula, o núcleon. Por analogia com o spin, o isospin I do núcleon foi tomado igual a $1/2$, de forma que os “estados” próton e nêutron podem ser associados

²⁶E, independentemente, por Tadao Nakano e Kazuhiko Nishijima [71].

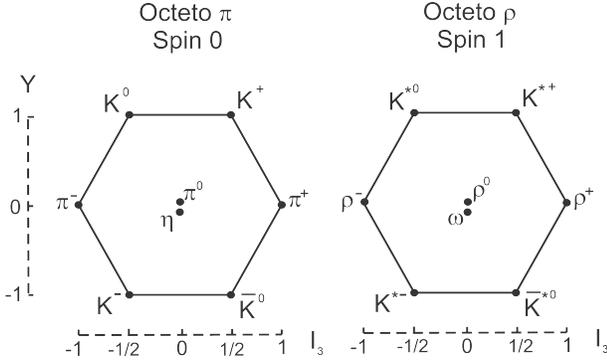


Figura 2: Diagramas (hexágonos) representando mésons no plano I_3 - Y . Cada octeto é formado por partículas de mesmo spin (respectivamente 0 e 1). Nos dois casos temos o número bariônico $B = 0$.

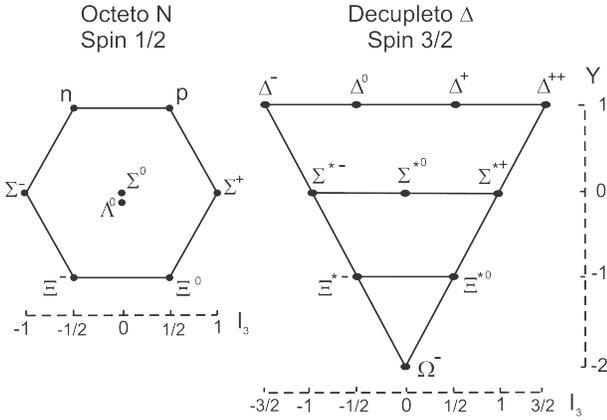


Figura 3: Diagramas representando bárions no plano I_3 - Y . No octeto as partículas possuem spin $1/2$ e no decupleta as partículas possuem spin $3/2$. Nos dois casos temos o número bariônico $B = 1$.

aos dois valores permitidos para a projeção do isospin na direção espacial z , indicada com I_3 . Temos assim os valores $I_3 = 1/2$ (correspondendo ao próton) e $-1/2$ (correspondendo ao nêutron).²⁷ O isospin é conservado nas interações fortes, o que pode ser associado a uma invariância por “rotações” no espaço de isospin. Isto implica que a interação forte não distingue entre prótons e nêutrons e, conseqüentemente, não está relacionada à carga elétrica. Note que a simetria associada ao isospin não é perfeita na natureza, já que é respeitada pela força

²⁷Vale ressaltar que a escolha de z para obter estados de próton e nêutron é claramente uma convenção. Porém, uma vez escolhida uma “direção”, não podemos mais mudar a definição de próton e nêutron, i.e. um isospin paralelo às direções x ou y sempre representará uma *combinação linear* dessas duas partículas. Pelo contrário, no caso do spin usual, as três direções espaciais são totalmente equivalentes: precisamos escolher uma delas para definir a base no espaço de spins mas, se necessário, podemos mudar essa escolha quando desejarmos.

forte mas quebrada pela força elétrica. (Este é porém um efeito pequeno, já que a intensidade da força elétrica é pequena comparada à da força forte.)

O conceito de isospin pode ser generalizado para grupos de partículas com massas aproximadamente iguais, que também podem ser pensadas como “versões” diferentes da mesma partícula. Dentro de um multipletto de partículas a carga elétrica varia de uma para outra por uma unidade, o que pode ser associado à projeção I_3 do isospin, exatamente como explicado acima para as projeções quantizadas do spin s . De fato, a carga elétrica Q das partículas é dada pela fórmula de Gell-Mann-Nishijima [1]

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}Y = I_3 + \frac{B+S}{2}. \quad (2)$$

Isso implica que $Y = 2(Q - I_3)$. Ao mesmo tempo, as $2I + 1$ projeções para a componente I_3 do isospin (com valor I) correspondem às partículas do multipletto, que possuem mesmo número bariônico e spin. Temos assim, por exemplo, os multipletos de isospin formados por:

- três píons (citado acima na Seção 3.3) (π^+ , π^0 , π^-), com $I = 1$ (i.e. 3 partículas), $s = 0$, $B = 0$;
- partículas Δ (Δ^{++} , Δ^+ , Δ^0 , Δ^-), com $I = 3/2$ (i.e. 4 partículas), $s = 3/2$, $B = 1$.

Vejamos agora a organização dos hádrons de acordo com as grandezas Y e I_3 . Note que, considerando a Eq. (2) acima, esta classificação pode ser feita de maneira equivalente em termos da estranheza S e da carga elétrica Q .

Se inicialmente dividirmos os hádrons em quatro grupos, de spin 0, $1/2$, 1 e $3/2$, e posteriormente os distribuímos num diagrama de hipercarga Y versus I_3 , obteremos os quatro diagramas das Figs. 2 e 3. Como dito acima, partículas com mesma hipercarga Y e isospin I formam multipletos (um por linha nas figuras), cujos elementos possuem aproximadamente a mesma massa e são indexados pelos valores de I_3 (correspondendo a diferentes valores para a carga elétrica). De fato, a relação (2) pode facilmente ser verificada nas Figs. 2 e 3 e foi de grande importância na organização das partículas conhecidas inicialmente e na previsão de novas partículas hadrônicas. Vale ressaltar que, como dito acima, o número de elementos de cada multipletto é igual a $2I + 1$, sendo $I_3 = -I, -I + 1, \dots, I - 1, I$. Assim, as partículas de um dado multipletto possuem carga elétrica média \bar{Q} dada por $\bar{Q} = Y/2$. (Observe que, fixado o isospin I , o valor médio de I_3 é sempre zero.)

Claramente, a organização dos multipletos de isospin da forma mostrada nas Figs. 2 e 3 sugere uma forte simetria e a possibilidade de empregar teoria de grupos no estudo das propriedades das partículas. Porém é importante lembrar que, na época dos trabalhos de Ne’eman

e Gell-Mann, ainda não se haviam observado todas as partículas presentes nesses quatro diagramas, de modo que não estava clara a maneira de agrupar os vários hádrons, além de não se saber qual era o grupo de simetria correto a se aplicar. Como explicado na Seção 3.4 acima, os trabalhos de Ne’eman [16] e de Gell-Mann [18] permitiram identificar o grupo de simetria $SU(3)$, que de fato admite representações na forma de octeto e decuplo.

O primeiro grande sucesso [1] do modelo de Ne’eman e de Gell-Mann foi a previsão de spin $1/2$ para as partículas Ξ^0 e Ξ^- (ver o octeto na Fig. 3), em vez do valor $3/2$ previsto pelo modelo de Sakata. Esta previsão foi confirmada em 1963. O outro teste fundamental para a consagração do “eightfold way” foi a correta descrição dos bárions de spin $3/2$ (ver o decuplo na Fig. 3). De fato, no início de 1962, somente sete desses bárions eram conhecidos: as quatro partículas Δ de hipercarga 1, descobertas por Fermi em 1952, e as três partículas Y (hoje chamadas de Σ), de hipercarga nula, descobertas em 1961. Em abril de 1962 Sheldon Lee Glashow e Jun John Sakurai apresentaram [72] uma possível classificação baseada nessas sete partículas, usando o modelo de Ne’eman e Gell-Mann. A escolha desses autores foi usar uma representação de dimensão 27 do grupo $SU(3)$ mas, no Apêndice de seu artigo, eles discutiram também a possibilidade de usar uma representação de dimensão 10. Nesse segundo caso, o modelo permitiu prever partículas de hipercarga -1 (com massa 1520 MeV) e de hipercarga -2 (com massa 1640 MeV). O trabalho, porém, foi publicado pela revista *Nuovo Cimento* somente no dia 16 de julho de 1962.

Em junho de 1962, Ne’eman e Gell-Mann participaram²⁸ da Conferência “Rochester”,²⁹ no CERN em Genebra (na Suíça), onde foi anunciada a descoberta de duas novas partículas de spin $3/2$: as partículas Ξ^{*-} e Ξ^{*0} , de hipercarga -1 e massa aproximadamente 1530 MeV (em acordo com a previsão, ainda não publicada, de Glashow e Sakurai!). Elas se encaixavam perfeitamente no esquema do decuplo mostrado na Fig. 3, que prevê uma diferença de cerca de 150 MeV entre cada múltiplo de hipercarga [48], i.e. entre as linhas horizontais do diagrama do decuplo. Este resultado deixou claro para Ne’eman e Gell-Mann que todas essas partículas de spin $3/2$ faziam parte de uma representação de decuplo do grupo $SU(3)$, faltando somente descobrir a última partícula, de hipercarga -2 (ou, equivalentemente, de estranheza -3) e projeção de isospin I_3 nula, i.e. de carga elétrica -1 [ver Eq. (2)], com uma massa de cerca de 1680 MeV. Os dois pediram a palavra ao

²⁸Os dois cientistas se encontraram pela primeira vez nessa conferência e, desde então, tornaram-se bons amigos [1].

²⁹A Conferência Rochester começou em 1950, com frequência bial. Essa série de conferências existe ainda hoje, com o nome de *International Conference on High Energy Physics* (ICHEP), sendo um dos mais importantes eventos em física de partículas.

mesmo tempo [1, 73] para anunciar essa nova previsão, mas Gell-Mann estava sentado mais à frente no auditório (e era mais conhecido) e portanto foi chamado a falar primeiro. Assim, ele formulou e apresentou publicamente a previsão da nova partícula,³⁰ chamando-a de Ω^- . Após a exposição feita por Gell-Mann, um físico do Brookhaven National Laboratory (BNL), Nicholas P. Samios, perguntou a ele qual deveria ser o decaimento esperado para essa nova partícula. Gell-Mann então esboçou as possibilidades em um guardanapo de papel, que Samios pegou e levou consigo. Em fevereiro de 1964 a descoberta da nova partícula foi estabelecida por um grupo de 33 físicos do Laboratório BNL, nos EUA [75]; entre eles estava Nicholas Samios.

4.2 Introduzindo os Quarks

Nesta sub-seção discutimos como foi conciliada a identificação do grupo de simetria das interações fortes com a proposta de que os hádrons fossem compostos de partículas mais elementares, os quarks. De fato, apesar do ótimo acordo dos diagramas das Figs. 2 e 3 com a proposta de uma simetria $SU(3)$, restava entender *por que* a simetria era manifestada na forma de octetos (que pertencem à chamada representação adjunta do grupo) e não pela representação fundamental, que corresponderia a três objetos.

Em 1962, trabalhando juntamente com Haim Goldberg (que tinha sido estudante de Giulio Racah em Jerusalém), Ne’eman buscou compreender a origem dessa simetria. Esse estudo [76] resultou na proposta pioneira de um modelo no qual os hádrons não seriam mais vistos como verdadeiras partículas elementares, mas sim como estados ligados de constituintes fundamentais com número bariônico $1/3$, validando a “contabilidade” dos estados de mésons, com número bariônico $B = 1/3 - 1/3 = 0$, e de bárions, com $B = 1/3 \times 3 = 1$. Porém, como argumentado por Harry J. Lipkin [77], Goldberg e Ne’eman não se concentraram sobre a possível existência desses novos constituintes fundamentais ou sua natureza, o que diminuiu a relevância de seu trabalho.³¹ Por exemplo, eles sugeriram que mésons poderiam ser estados ligados “bárion e anti-bárion” mas, de fato, sem discutir as propriedades desses constituintes elementares. Claramente, postular partículas de número bariônico $1/3$ implica em objetos de carga elétrica fracionária, e.g. com $Q = 2/3$ e $-1/3$, usando a Eq. (2)

³⁰Após o anúncio da descoberta das partículas Ξ^* em Genebra, Glashow e Sakurai enviaram à revista um novo artigo [74], em agosto de 1962, discutindo mais alguns detalhes do decuplo de spin $3/2$ e da nova partícula prevista, que eles chamaram de Z^- .

³¹Provavelmente por essa razão o artigo de Goldberg e Ne’eman não foi incluído no livro sobre o eightfold way [17], editado por Gell-Mann e Ne’eman. Note que tampouco o artigo de Gell-Mann (descrito abaixo) com a proposta dos quarks fez parte desse livro.

com $S = 0$ e $I_3 = \pm 1/2$. Considere agora que, ainda nas palavras de Lipkin [77], qualquer sugestão de uma simetria baseada em cargas fracionárias “não teria sido considerada seriamente” na época. Portanto, não é surpreendente que o novo modelo tenha sido apresentado apenas como um modo matemático mais consistente de explicar todas as partículas hadrônicas com base na simetria $SU(3)$.³² Para isso, foi proposta uma simetria baseada no grupo de Lie $U(3)$, que pode ser escrito como o *produto direto* do grupo $SU(3)$ com o grupo $U(1)$. A componente $U(1)$ estaria relacionada ao número bariônico através de um operador B representado por uma matriz 3×3 , diagonal e com elementos iguais a $1/3$. (Tal operador possui trivialmente três auto-estados independentes com autovalor $B = 1/3$, que podem ser identificados com três novas partículas.) Essa nova simetria permitia acomodar, na mesma representação de octeto do grupo $SU(3)$, conjuntos de partículas com número bariônico diferente, i.e. os mésons (ver Fig. 2) com $B = 0$, os bárions (ver Fig. 3) com $B = 1$ e os correspondentes anti-bárions com $B = -1$.

Como observado por Lipkin, a nova teoria “estava um pouco à frente do seu tempo” e “a situação experimental não estava pronta para sua aceitação” [50]. Assim, o trabalho de Goldberg e Ne’eman não teve destaque imediato. Em boa parte isso foi devido também a resultados experimentais errados. A esse respeito, é interessante a discussão de Lipkin na Referência [50] sobre a importância de uma correta interpretação dos dados experimentais para a comprovação de uma teoria. De fato, tal interpretação permitiu demonstrar, corretamente, o desacordo entre as previsões do modelo de Sakata e a natureza. Por outro lado, como descrito por Lipkin, experimentos mal interpretados conduziram inicialmente à incorreta conclusão de que as quatro partículas Δ e as três partículas Y do decuplete deveriam ser descritas por uma representação de dimensão 27 do grupo $SU(3)$. Isso claramente retardou a correta classificação e interpretação das partículas hadrônicas.

No ano de 1964, Murray Gell-Mann [78] e George Zweig [79] apresentaram, independentemente, trabalhos individuais propondo uma teoria semelhante, mas falando explicitamente de três novas partículas elementares, de número bariônico $1/3$. Gell-Mann usou o termo *quark* para denominar as três partículas. O nome foi tomado por ele da frase “Three quarks for Muster Mark!” do livro *Finnegan’s Wake*, de James Joyce. Já Zweig usou o termo *aces* (*ases*) por analogia com as outras quatro partículas elementares conhecidas na época — os quatro léptons: elétron, múon e os correspondentes

³²Todavia, em um seminário em maio de 1962 no Instituto Weizmann, em Israel, Ne’eman explicou [7] que era “como se” os bárions fossem formados por três constituintes elementares.

Tabela 1: Propriedades dos três quarks mais leves. As colunas representam a carga elétrica Q , o número bariônico B , a componente I_3 do isospin, a estranheza S e a hipercarga Y . Os quarks possuem spin $1/2$.

Quark (“sabor”)	Q	B	I_3	S	Y
u	2/3	1/3	1/2	0	1/3
d	-1/3	1/3	-1/2	0	1/3
s	-1/3	1/3	0	-1	-2/3

neutrinos— e baseado na associação pictórica da sequência dos novos constituintes a figuras geométricas [80]. No final, permaneceu o nome escolhido por Gell-Mann, provavelmente porque ele conseguiu que seu trabalho fosse publicado, no periódico *Physics Letters*,³³ enquanto que o trabalho de Zweig foi divulgado apenas como *CERN report*. De fato, na Referência [80] e na entrevista documentada em [81], Zweig conta que desistiu de publicar seu longo artigo após encontrar muita resistência:³⁴ por alguma razão, o chefe da divisão teórica do CERN, o belga Léon Van Hove, resolveu impedir a publicação do trabalho de Zweig, instruindo a secretária do grupo a não digitar esse ou outros artigos dele! Ao mesmo tempo, Van Hove cancelou um seminário de Zweig no CERN, já anunciado, sobre a teoria dos ases. Vale ressaltar que o artigo de Gell-Mann [78] é bem curto (apenas duas páginas), limitando-se a descrever o modelo de quarks e como essa nova ideia poderia ser usada para obter relações de dispersão, por meio da chamada *álgebra de correntes* [44]. Ao contrário, o trabalho não publicado de Zweig [79] (de cerca de 80 páginas) descreve em detalhe muitos aspectos da física dos quarks e, em particular, contém um outro famoso resultado teórico, hoje conhecido como *regra de OZI*, proposta independentemente também por Susumu Okubo [82], em 1963, e por Jugoro Iizuka [83], em 1966. Essa regra permite explicar por que certos decaimentos de partículas hadrônicas aparecem com frequência menor do que o esperado. De fato, foi o problema de explicar a supressão do decaimento³⁵ $\phi \rightarrow \rho + \pi^0$, com $\rho \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ que levou Zweig a desenvolver seu modelo de ases [84].

No modelo de Gell-Mann e Zweig, a simetria $SU(3)$

³³Gell-Mann contou a Zweig que teve receio de enviar seu trabalho à revista *Physical Review Letters*, que era mais renomada, por achar que ela não o teria aceito para publicação [80].

³⁴Lembremos também que Zweig não conseguiu ser contratado em uma importante universidade dos EUA (UC Berkeley) porque, em uma reunião do departamento, seu físico teórico mais sênior descreveu o modelo dos ases como “trabalho de um charlatão” [80]. Alguns anos depois, Zweig passou a trabalhar em neurobiologia.

³⁵É interessante ver esse resultado de Zweig representado “de forma pictórica” na Fig. 12 da Referência [79].

$$\begin{array}{llll}
(uuu) \Delta^{++} & & & \\
(uud) \Delta^+ & (uus) \Sigma^{*+} & & \\
(udd) \Delta^0 & (uds) \Sigma^{*0} & (uss) \Xi^{*0} & (sss) \Omega^- \\
(ddd) \Delta^- & (dds) \Sigma^{*-} & (dss) \Xi^{*-} &
\end{array}$$

Figura 4: O decupleteo da Fig. 3 acima, mas agora mostrando os conteúdos de quarks para cada bárion.

para os hádrons corresponde aos três tipos —ou “sabores”— de quarks de menor massa, chamados up (u), down (d) e estranho (s), suficientes para explicar os hádrons conhecidos na época. Propriedades desses quarks são dadas na Tabela 1 (ver também as previsões para as massas dos quarks na Tabela 1 da Referência [79]). Note que para cada quark há um anti-quark, com números quânticos opostos. De acordo com o modelo dos quarks, os mésons são formados por um quark e um anti-quark e os bárions por três quarks. Prótons e nêutrons, por exemplo, são formados apenas por quarks up e down,³⁶ da seguinte maneira:

- dois quarks up e um quark down produzem um próton de carga elétrica $Q = 2/3 + 2/3 - 1/3 = 1$;
- dois quarks down e um quark up produzem um nêutron de carga elétrica $Q = -1/3 - 1/3 + 2/3 = 0$.

No caso do decupleteo de bárions (ver Fig. 3), de acordo com o modelo dos quarks, as partículas são constituídas pela combinação dos quarks up, down e estranho, como ilustrado na Fig. 4. De fato, pode-se verificar prontamente a equivalência da proposta de quarks com a atribuição dos números quânticos discutidos na seção anterior. Por exemplo, como vemos na Fig. 4, a partícula Ω^- é constituída por três quarks s. Sendo que cada quark s possui carga $-1/3$, estranheza -1 , e número bariônico $1/3$, a soma total de suas propriedades confere exatamente com os valores fornecidos pela Fig. 3: usando a Eq. (1) temos a hipercarga $Y = 3 * 1/3 - 3 * 1 = -2$.

Do ponto de vista da teoria de grupos, os estados ligados (hádrons) são formados a partir do chamado produto direto de objetos nas representações fundamentais,³⁷ de forma que a composição de três quarks leve a um singlete, dois octetos e um decupleteo para os estados ligados, o que é representado como [48]

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10. \quad (3)$$

Da mesma forma, a combinação de um quark com um anti-quark leva a

$$3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8, \quad (4)$$

³⁶Hoje em dia sabemos também que a pequena diferença de massa entre os quarks up e down [85] tem um papel muito importante na diferença de massa entre prótons e nêutrons.

³⁷Ver Apêndice A.5.

onde $\bar{3}$ é a representação dual (ver Apêndice A.1) da representação fundamental 3. Nos dois casos, vemos que o número total de possibilidades (obtido efetuando-se as operações de produto e soma nas equações acima) é o mesmo, tanto no produto de representações fundamentais/duais (lado esquerdo das equações) quanto na classificação em multipletos (lado direito): igual a 27 no primeiro caso e 9 no segundo.

Apesar do sucesso do modelo em explicar as classes de hádrons conhecidas, não houve, por um bom tempo, consenso a respeito da verdadeira existência dos quarks. O próprio Gell-Mann escreveu em 1964 sobre a possibilidade de essas entidades serem realmente partículas físicas [17, 78]:

É divertido especular sobre como os quarks se comportariam se fossem partículas físicas de massa finita (ao invés de entidades puramente matemáticas como elas seriam no limite de massa infinita).

(A tradução é nossa.)

Alguns defendiam que essas entidades eram apenas ferramentas matemáticas, usando como argumento a ausência de sua observação direta. Tal observação aparentemente seria simples, pois bastaria encontrar partículas com carga elétrica fracionária (ver Tabela 1). Citando mais uma vez Gell-Mann [17, 78]:

Uma busca por quarks estáveis de carga $-1/3$ ou $+2/3$... nos aceleradores de maior energia ajudaria a nos assegurar da não-existência de quarks reais.

(A tradução é nossa.)

Podemos supor que Gell-Mann relutasse em defender diretamente a existência dos quarks. De fato, ainda em 1972, Gell-Mann preferia não apresentar os quarks como partículas necessariamente verdadeiras, tentando até conciliar a hipótese dos quarks com o modelo bootstrap (mencionado na Seção 3.3 acima) [86]:

... então os quarks presumivelmente não podem ser partículas reais. Em nenhum lugar eu disse até agora que os quarks devem ser partículas reais. Pode haver quarks reais, ...

... não há razão para uma distinção entre o modelo de quarks e o modelo bootstrap: eles podem ser apenas duas descrições diferentes do mesmo sistema, como a mecânica ondulatória e a mecânica matricial.

(A tradução é nossa.)

A resistência no reconhecimento da existência dos quarks pode, talvez, ser comparada à que se observou quando foram propostos os átomos. De fato ainda no início do século XX [87] químicos como Wilhelm Ostwald (prêmio Nobel em 1909 [88]) e físicos como Ernst Mach achavam desnecessário usar o conceito de átomos para a descrição de processos químicos, ou falavam de átomos e de moléculas como de uma hipótese artificial, que pode ser útil como modelo matemático para descrever certas experiências. Mach chegou a comparar os átomos a símbolos algébricos. Claramente uma das principais objeções à teoria atômica era a impossibilidade de “ver” um átomo. Os resultados negativos dos experimentos para a procura de quarks livres produziram pontos de vista parecidos. Assim, nos anos sessenta e no começo dos anos setenta do século XX, muitos físicos importantes não acreditavam no modelo de quarks. Entre eles, Werner Heisenberg (prêmio Nobel de física em 1932 [89]) considerava o problema da estrutura das partículas elementares como um problema de filosofia e não de física [1].

O próprio Richard Feynman, orientador de doutorado de Zweig (e ganhador do prêmio Nobel de física em 1965 [90], juntamente com Sin-Itiro Tomonaga e Julian Schwinger), não gostou inicialmente da ideia de quarks como constituintes fundamentais das partículas hadrônicas [84], achando que a supressão do decaimento da partícula ϕ , explicada por Zweig, pudesse ser um erro experimental. Segundo Zweig, na época, Feynman preferia o modelo bootstrap e acreditava que a teoria correta para as partículas hadrônicas não permitiria resolver o problema de quais partículas são efetivamente elementares.³⁸ Porém, em maio de 1968, após conversar mais uma vez com Zweig sobre esse assunto, no refetório do Instituto Caltech (nos EUA), Feynman decidiu olhar com mais atenção para a questão e, de fato, no ano seguinte ele apresentou o modelo de *pártons*, possíveis constituintes puntiformes dos hádrons, hoje interpretados como quarks e glúons. Esse modelo [91, 92, 93] permitiu explicar os resultados do processo chamado de *espalhamento inelástico profundo*, estudado no acelerador linear de Stanford (SLAC), nos EUA, em 1968 e considerado a primeira evidência experimental da existência dos quarks.³⁹ Foi somente em 1971, quando Zweig já trabalhava em neurobiologia, que Feynman reconheceu o resultado dele, declarando ao encontrá-lo: “Parabéns Zweig! Você tinha razão.”⁴⁰

³⁸Apesar disso, Feynman não rejeitava a ideia de quarks como parte da álgebra de correntes [84], introduzida por Gell-Mann. A diferença entre quarks *constituintes* e quarks *de correntes* é discutida em [86].

³⁹Em 1990 Jerome I. Friedman, Henry W. Kendall e Richard E. Taylor receberam o prêmio Nobel de física [94] pela realização desse experimento. **VER** Riordan??

⁴⁰“Congratulations Zweig! You got it right” [84].

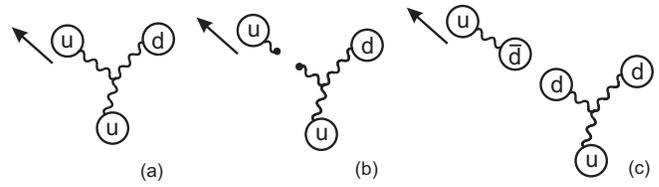


Figura 5: Os três quarks iniciais (uud) representam um próton. Em (a) tentamos forçar um quark up a se separar dos demais. Finalmente em (b) a ligação se rompe, porém imediatamente em (c) vemos a formação de um quark down e um anti-down com a energia provida da ligação, de modo que acabamos observando um pión positivo e um nêutron, mas não um quark livre. Figura adaptada de [1].

Hoje há amplas evidências para a existência dos quarks, apesar dos resultados negativos da busca por quarks livres [95, 96]. Mas qual seria a explicação para a ausência de observação de um quark livre? Ela vem do que chamamos de *confinamento* dos quarks [1], uma condição “bizarra” impedindo a existência de estados de quarks isolados. A propriedade de confinamento de quarks é geralmente relacionada à diferença de comportamento dos quarks quando se encontram próximos ou distantes uns dos outros. De fato, os experimentos mostram que a força entre dois quarks muito próximos é pequena, o que é chamado de *liberdade assintótica*, i.e. os quarks se comportam como partículas (quase) livres no limite de pequenas separações espaciais. Porém, quando tentamos afastar dois quarks, a força entre eles aumenta de tal modo que, a um certo ponto, há energia suficiente para a produção de um novo par quark-antiquark (veja a Fig. 5). Quando isso acontece, a ligação entre os quarks iniciais se rompe, e o hádron inicial dá lugar a dois novos hádrons. Consequentemente, não é possível que um quark seja detetado sozinho, o que nos leva à proposta do confinamento dos quarks. O entendimento dessa propriedade é um dos maiores desafios da física teórica de hádrons e, claramente, requer o completo entendimento da força entre eles, a chamada força forte. Falaremos um pouco sobre esse assunto mais abaixo, na Seção 4.4. Na próxima sub-seção discutimos uma outra inconsistência do modelo inicial de quarks, que levou à introdução de um novo número quântico, relacionado à interação forte, e à formulação da Cromodinâmica Quântica, ou QCD.

Na Fig. 4 apresentamos como ilustração o conteúdo de quarks para as partículas do decuplo de bárions da Fig. 3.

4.3 Dos Quarks à QCD

Mencionamos anteriormente que há uma distinção crucial entre férmions, que possuem spin semi-inteiro e obedecem ao Princípio de Exclusão de Pauli, e bósons, que possuem spin inteiro e não obedecem a esse princípio. O princípio de Pauli, de modo simplista, diz que férmions iguais não podem coexistir no mesmo estado quântico. Podemos entender a importância desse princípio se notarmos que é devido a ele que o elétron —que é um férmion de spin $1/2$ — pode ocupar um estado de energia que já contenha um outro elétron somente se os dois tiverem projeções opostas do spin. Dessa forma, os estados de energia de um átomo, chamados orbitais e indicados pelos números quânticos n, l e m (ver discussão sobre o átomo de hidrogênio no Apêndice A.4), podem conter apenas dois elétrons, um com projeção de spin $+1/2$ e o outro com projeção $-1/2$. Esse resultado, consequência direta do princípio de Pauli, dá origem à elaborada estrutura de camadas dos elétrons nos átomos que formam os diversos elementos, determinando suas propriedades químicas.

Os quarks têm spin $1/2$ (ver a legenda da Tabela 1), e portanto devem satisfazer ao princípio de Pauli. Logo após a proposta do modelo dos quarks, vários físicos chamaram a atenção para o fato de que, nesse modelo, dois ou três quarks em um hádron teriam que ocupar o mesmo estado quântico. Em particular, tomava-se como exemplo a partícula Δ^{++} , que apresenta spin $3/2$ e é formada por três quarks *up* (ver Figs. 3 e 4). Isto só é possível, no estado de momento angular $L = 0$ [1], se os três quarks (idênticos) tiverem spins paralelos.⁴¹ Isso violaria o princípio de Pauli, sendo os quarks férmions idênticos de spin $1/2$. De fato, o princípio de Pauli já não permite que haja dois férmions idênticos nesta situação mas, aparentemente, no caso da partícula Δ^{++} , temos três!

Uma possível solução para este problema foi apresentada por Moo-Young Han e Yoichiro Nambu,⁴² que propuseram a existência de nove quarks [98], ao invés de três, imaginado três quarks *up*, três quarks *down* e três quarks estranhos. Assim, os três quarks *up* da partícula Δ^{++} seriam três partículas diferentes e poderiam estar no mesmo estado físico. Neste modelo, chamado pelos autores de três tripletos, os quarks possuíam também carga elétrica Q e hipercarga Y inteiras e não fracionárias (portanto em desacordo com a Tabela 1). Porém, em média, os três quarks de cada tipo reproduziam os valores das cargas elétricas e das hipercargas fracionárias, necessárias para explicar as propri-

edades dos hádrons. Por exemplo [99], dois quarks *up* apresentavam carga elétrica $+1$ enquanto o terceiro era neutro, fornecendo em média uma carga igual a $2/3$. Logo antes do trabalho de Han e Nambu, Oscar Wallace Greenberg [100] também tentou explicar a aparente violação do princípio de Pauli introduzindo a chamada *para-estatística*,⁴³ que permitia que um dado estado físico fosse ocupado por três férmions idênticos. Na Referência [102], foi demonstrada a equivalência parcial entre a solução apresentada por Greenberg e o modelo de Han e Nambu. De fato, todos os estados ligados obtidos usando para-quarks podem também ser construídos considerando o modelo de três tripletos (e vice-versa).

O modelo de três tripletos de Han e Nambu introduziu também uma outra ideia muito interessante [30]: a possibilidade de uma simetria $SU(3)$ entre quarks do mesmo tipo pertencentes a tripletos diferentes [98]. Essa simetria implicaria na existência de oito campos *vetoriais* (i.e. campos de spin igual a 1), que estariam relacionados a uma nova interação, chamada por eles de *superforte*, que permitiria explicar a formação de hádrons e suas massas. Porém, essas ideias de Han e Nambu passaram quase completamente despercebidas em 1965 [30]. Somente em 1972, Gell-Mann e Harald Fritzsch [86, 99, 103] encontraram a solução definitiva ao problema da aparente violação do princípio de Pauli na física hadrônica. Como Han e Nambu eles consideraram nove quarks, i.e. os três quarks da Tabela 1 mas “equipados” com um novo número quântico (conservado), que poderia apresentar três diferentes valores para cada quark. Assim, no caso do Δ^{++} , os três quarks *u* poderiam ter números quânticos idênticos para o spin, o número bariônico, a estranheza e a carga elétrica, mas diferentes para o novo número quântico, que foi chamado de *cor*. (A partícula Ω^- , formada por três quarks *s*, poderia ser explicada de forma análoga.) Nos primeiros trabalhos, as cores consideradas por Gell-Mann e Fritzsch eram vermelho, branco e azul [86, 99, 103]. Em seguida, em analogia com a teoria das cores de Newton, foram postuladas combinações de três quarks de cores (primárias) diferentes (e.g. vermelho, verde e azul), para descrever os bárions, assim como combinações de um quark, com uma determinada cor, e de um anti-quark, com sua correspondente *anti-cor*, para descrição de mésons. Note que, nos dois casos, a partícula formada pelos quarks seria “branca”, sem carga de cor, i.e. um importante princípio associado às cargas de cor é que todos os mésons e bárions são “brancos”.

A hipótese do novo número quântico de cor permitiu explicar corretamente vários resultados experimentais da época [86, 99]. Entre eles vale ressaltar o cálculo

⁴¹A mesma crítica pode ser feita a outras partículas dos multipletos descritos acima.

⁴²Nambu ganhou o prêmio Nobel em 2008 [97] pela descoberta de um outro importante fenômeno na física das partículas elementares: a *quebra espontânea de simetria*.

⁴³Ver a Seção 0.3.13 do livro [101] para mais detalhes sobre *para-férmions*.

da razão

$$R = \frac{\sigma(e^- + e^+ \rightarrow q + \bar{q} \rightarrow \text{hádrons})}{\sigma(e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+)}, \quad (5)$$

i.e. a comparação da *seção de choque* σ para o processo (puramente leptônico) $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$ —aniquilação de elétron e pósitron em múon e anti-múon— com a seção de choque para o processo $e^- + e^+ \rightarrow q + \bar{q} \rightarrow \text{hádrons}$ —aniquilação de elétron e pósitron em quark e anti-quark, com posterior formação de partículas hadrônicas. De fato, no segundo caso, o resultado, além de depender da carga elétrica dos pares de quark e anti-quark produzidos, deve também ser proporcional ao número de pares $q\bar{q}$ diferentes que podem ser gerados nas colisões. Logo, se cada quark (up, down e estranho) pode aparecer com três diferentes cores (e os correspondentes anti-quarks com as três correspondentes anti-cores),⁴⁴ fica claro que a razão R deve ser proporcional ao número de cores [99]. Efetivamente, esse fator (igual a 3), juntamente com os valores fracionários para as cargas elétricas dos quarks, permite explicar completamente o valor experimental de R .

Além da proposta da carga de cor, Gell-Mann e Fritsch consideraram também na Referência [103] a possibilidade de incluir na teoria (em analogia com o trabalho de Han e Nambu) uma simetria $SU(3)$ e oito campos vetoriais, chamados de glúons, que poderiam satisfazer às chamadas equações de Yang-Mills (ver nota de rodapé 9). Eles também discutiram a possibilidade de os glúons possuírem ou não carga de cor e evidenciaram que uma teoria de quarks, antiquarks e glúons poderia ser usada para fundamentar a teoria dos pártons de Feynman e James Daniel Bjorken (ver Seção 4.2 acima). No ano seguinte, Gell-Mann, Fritsch e Heinrich Leutwyler [104] formalizaram a teoria que é hoje conhecida como Cromodinâmica Quântica (QCD). Trata-se de uma teoria quântica de campos de tipo Yang-Mills [105, 106], que descreve as partículas que interagem pela força forte, todas compostas por quarks, através da troca de glúons. Em particular, a *lagrangiana* da QCD é baseada na simetria $SU(3)$ de cor e inclui oito *campos de gauge* de spin 1 —os glúons— correspondentes aos oito geradores⁴⁵ do grupo $SU(3)$. É importante notar que a simetria $SU(3)$ da QCD se refere a rotações no espaço do número quântico cor, e é uma simetria *exata*. Por outro lado, a simetria $SU(3)$ proposta por Ne’eman e Gell-Mann se refere a rotações no espaço dos sabores de quarks e era apenas aproximada. **explicar mais: simetria de sabor vs. cor, 6 quarks etc.; November revolution**

⁴⁴Sendo que no instante inicial do processo o par e^-e^+ não possui carga de cor, o par $q\bar{q}$ também deve ter cor total nula, se a carga de cor for de fato conservada na natureza.

⁴⁵Em geral o grupo $SU(N)$ possui $N^2 - 1$ geradores (ver Apêndice A.1), sendo portanto oito para $N = 3$.

O grande sucesso da QCD foi a demonstração para essa teoria da propriedade de liberdade assintótica, que mencionamos acima na Seção 4, feita por David Gross, Frank Wilczek e David Politzer em 1973 (os três ganharam o prêmio Nobel de física em 2004 pela descoberta [107]). Vale lembrar que, na época, Wilczek era estudante de doutorado de Gross na Universidade de Princeton e o resultado obtido por eles, e independentemente por Politzer, considerava somente o cálculo em *teoria de perturbação* até a primeira ordem. Como relatado no livro [101], um outro estudante de doutorado da Universidade de Princeton, William Edward Caswell, completou no ano seguinte o mesmo cálculo, mas incluindo as correções de segunda ordem e verificando que a propriedade de liberdade assintótica não era comprometida pelos novos termos calculados. O trabalho de Caswell não teve, infelizmente, o mesmo sucesso dos artigos de Gross, Wilczek e Politzer e, alguns anos depois, ele abandonou o meio acadêmico. A vida de Caswell acabou tragicamente: ele era um dos passageiros do voo American Airlines 77, sequestrado nos ataques de 11 de setembro de 2001 e deliberadamente arremessado contra o Pentágono.

Com a grande evolução na detecção de partículas nos anos seguintes, evidenciaram-se vários novos hádrons com diferentes propriedades, criando-se a necessidade de acrescentar **charm antes!!** mais três sabores de quarks à teoria: *charm*, *bottom* e *top*. Atualmente, no Modelo Padrão das partículas elementares [1], toda a matéria conhecida é explicada em termos dos seis sabores de quarks, dos seis léptons e de suas respectivas anti-partículas. A simetria $SU(3)$ de sabor introduzida por Ne’eman e Gell-Mann permanece como uma simetria aproximada da QCD para os hádrons leves (compostos pelos três quarks de menor massa). As transições entre esses sabores ocorrem pela interação fraca, **Cabibbo?** descrita de maneira geral pela chamada matriz CKM, introduzida por Nicola Cabibbo para os três sabores mais leves de quarks. Essa matriz foi mais tarde generalizada para todos os seis sabores de quarks por Makoto Kobayashi e Toshihide Maskawa, em um estudo que lhes rendeu o prêmio Nobel de física de 2008 [97]. **juntamente com Nambu??**

A aceitação da teoria da QCD como teoria das interações fortes também não foi imediata. ??? De fato, ainda em 1990 ??? scritto prima ???, Paul Taunton Matthews

Deve-se enfatizar que a crença na teoria da QCD se baseia amplamente em argumentos estéticos. É uma teoria elegante que parece conter as características gerais necessárias para explicar as propriedades observadas da matéria hadrônica. No entanto, o cálculo de suas implicações é tão complicado que mesmo algumas

de suas características qualitativas mais importantes, como o confinamento de quarks, ainda não foram estabelecidas matematicamente.

(A tradução é nossa.)

4.4 O Confinamento dos Quarks

O Clay Mathematics Institute definiu em 2000 sete problemas matemáticos, oferecendo um milhão de dólares para a solução de cada um destes problemas. Entre eles, a existência de *intervalo de massa* (*mass gap*) para as chamadas teorias de Yang-Mills é equivalente ao problema de confinamento do cor [cite Clay]

LQCD???

mencionar que Gell-Mann depois disse que achava que eram reais sim... artiguinho; biografia de Gell-Mann strange beauty??

Galileo!! Belarmino fez ele declarar que modelo de copernico era apenas uma abstracao util mas a realidade nao era assim!!

ver artigo de Gell-Mann sobre a resistencia a aceitar o conceito de quarks porque eram confinados, comparacao com a deriva dos continentes etc.

REFS see also: creutz early days... (menciona quarks/partons, inseguranca com field theory para int. fortes etc

-> Ne'eman disse que SU3 de sabor era "o quê" e de cor era "como"

5 Nirvana e Intervenção Divina

Descrevemos nesta seção alguns aspectos da personalidade de Ne'eman e de seu relacionamento com alguns outros físicos. **algo sobre Religiosidade?? Isaac Asimov?? Gell-Mann foi chamado de místico?? de onde vi isso??**

dizer que os dois estavam em contato, etc? Posteriormente, Gell-Mann e Ne'eman publicaram juntos uma coleção de artigos sobre o esquema $SU(3)$ [17].

No ano de 1969, Gell-Mann recebeu sozinho o prêmio Nobel [51], por suas contribuições e descobertas relativas à classificação das partículas elementares e suas interações. A ausência da citação de Yuval Ne'eman para a premiação deixou muitos membros da comunidade científica descontentes, tendo em vista suas importantes e pioneiras contribuições na área. Como mencionado anteriormente e descrito em maior detalhe a seguir, Ne'eman fez a sua proposta da simetria $SU(3)$ ao mesmo tempo que Gell-Mann. Ele também propôs uma forma preliminar de modelo de três componentes bariônicos dois anos antes do modelo de quarks de Gell-Mann e Zweig. É in-

teressante notar, porém, que não houve uma verdadeira rivalidade entre os dois cientistas.

ver: Feynman ref 16 de hargittai??

De fato, Ne'eman enfatizava que os dois eram amigos, tendo organizado juntos a publicação dos artigos relacionados à simetria $SU(3)$ para os hádrons no livro "The Eightfold Way" [17] e tendo chegado juntos à conclusão de que a descoberta da partícula Ω^- confirmava o modelo proposto por ambos para classificação dos hádrons [27]. **cite?. descricao da descoberta de omega ?**

Como vimos, Murray Gell-Mann divulgou em Janeiro 1961 o artigo "The eightfold way: a theory of strong interaction symmetry" [18], em que expôs com detalhes sua utilização do grupo $SU(3)$ para descrição dos hádrons. (Na verdade, o manuscrito acabou não sendo publicado oficialmente.) A expressão "eightfold way" (via óctupla) foi sugerida devido à existência de multipletos com oito componentes associados à simetria $SU(3)$ das interações fortes⁴⁶ por associação ao "nobre caminho óctuplo" da religião budista (o caminho que as pessoas devem seguir, de acordo com oito preceitos dados pelo budismo, para atingir a plenitude espiritual ou nirvana). No mês seguinte, Ne'eman publicou o artigo "Derivation of strong interaction from a gauge invariance" [17], onde expõe ideias semelhantes. Como descrito na Seção 3.4, antes de escolher o grupo $SU(3)$, Ne'eman tentou associar os estados ligados de quarks a outro grupo, cujas representações obedeciam diagramas na forma da Estrela de Davi (ver Fig. 6). Sua relutância em abandonar esse grupo como possibilidade acabou atrasando **nao...?** a publicação de seus resultados. Há um relato seu a respeito desse episódio [1]: **hargittai tambem mencionar que é uma versão um pouco diferente da relatada anteriormente**

...como podia ser visto diretamente do diagrama de Dynkin, o $G(2)$ era um dos cinco excepcionais; eu tive que reconstruí-lo a partir do diagrama de Dynkin para saber o que ele poderia fazer — e acontece que era a estrela de seis pontas de David!! Se eu fosse um devoto ou um místico, teria interpretado o fato como uma intervenção divina. Não tendo essa mentalidade, verifiquei as previsões do $G(2)$ e vi que elas não estavam de acordo com as observações.

(A tradução é nossa.)

Algo sobre $G(2)$??

É curioso notar que houve grande rivalidade entre Gell-Mann e Feynman, (**cite Rogerio!**), mas que Ne'eman e Feynman eram amigos. **citer hun-**

⁴⁶Como discutido anteriormente, essa simetria, relativa aos três sabores de quarks de menor massa, é apenas aproximada.

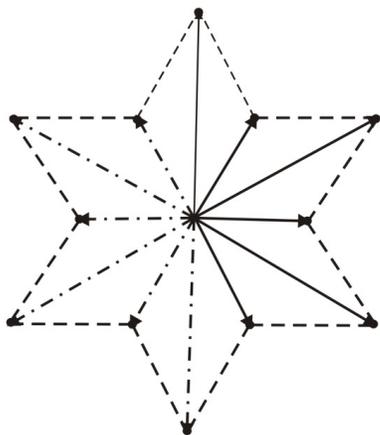


Figura 6: Diagrama associado a representações do grupo $G(2)$.

TIAGO: referencia??

ters, Feynman fazia piada sobre omega minus (REF??)

No ano de 1963, Ne'eman obteve uma bolsa de dois anos de estudos no Caltech, onde veio a conhecer e tornar-se um grande amigo do famoso físico americano Richard Feynman, professor do Caltech desde 1954. No artigo intitulado "The Elvis Presley of Science" [114], Ne'eman descreve suas experiências pessoais com Feynman, comentando sobre a enorme popularidade deste:

...Feynman foi o único que atingiu verdadeira fama durante sua vida, e desde a sua morte ele é o único físico —com exceção talvez de Albert Einstein e Stephen Hawking— a ser aclamado pelo público fora da comunidade científica. Em nossos dias, Feynman é praticamente o Elvis Presley da ciência — o "rei".

(A tradução é nossa.)

Convidou Feynman para visitar Israel sem sucesso **Tiago?**

Episódio dos três juntos [114]

Quando me ausentei do Caltech por uma semana em Outubro de 1964 para a inauguração (**dedication, ver**) do campus da Universidade de Tel Aviv, Feynman, Gell-Mann e eu jantamos juntos e o assunto Israel e os judeus veio à tona. "Por que preservar esse fóssil?" perguntou-me Feynman à mesa, referindo-se ao povo judeu. "Não seria melhor acelerar a assimilação?" Como eu tentasse enumerar as inúmeras contribuições que os judeus fizeram à humanidade, incluindo conquistas na ciência moderna, ele me cortou. "Judeus na ciência?

compare isso com os húngaros! olhe o impacto que eles tiveram!" ao que Gell-Mann respondeu: "Mas você não sabe que todos esses húngaros eram judeus?" E aparentemente, ele não sabia.

(A tradução é nossa.)

mais sobre religiosidade??

(Isaac Asimov)?? Gell-Mann foi chamado de místico ver: Cosmic anger (bookmarks), livro sobre Salam turbante em Stockolmo

→ **Sec 5 mencionar que tinha a mesma idade de Salam? mais do livro sobre Salam: Cosmic anger: Abdus Salam - the first Muslim Nobel scientist? [113] ou é melhor na secao 5??**

Mais de Candid: trabalho sobre epistemologia (final) e sobre papel na politica de Israel, metade da carreira em fisica; chamado de dr. strangelove, ver artigo na Executive Intelligence Review, Volume 6, Number 46, November 27, 1979, na secao middle east: The 'Ayatollah' Yuval Neeman.

perfil pouco standard lhe permitiu ousar mais? seu idolo era pai? do Carnot (ver candid), e sua trajetoria lembra a de conde Rumford?? cite: Scientist, Soldier, Statesman, Spy: Count Rumford : the Extraordinary Life of a Scientific Genius, George Ingham Brown Sutton, 1999

dizer em algum lugar sobre problemas com artigos, mal datilografados, embaco de Salam, artigo com Goldberg foi perdido (hargittai)??

Na Referência [111], Michael J. Duff —que também foi estudante de Abdus Salam— recorda como foi visionária a posição de Ne'eman e também a de Salam, que o aceitou como estudante:

...Talvez porque suas próprias ideias beirassem o absurdo, ele [Abdus Salam] era tão tolerante em relação à excentricidade dos outros; ele era capaz de reconhecer pérolas de sabedoria onde o resto de nós via apenas irritantes grãos de areia. Um exemplo disso foi o adido militar da embaixada israelense em Londres que apareceu um dia com suas ideias sobre física de partículas. Salam ficou suficientemente impressionado com ele para tomá-lo sob sua tutela. O homem era Yuval Ne'eman e o resultado foi [a simetria] $SU(3)$ de sabor.

(A tradução é nossa.)

6 Conclusão

A história dos quarks envolveu períodos de grande incerteza, e as conquistas foram devidas à persistência de pessoas como Ne'eman

Apesar de não ter ganhado o prêmio Nobel, Ne'eman recebeu diversas premiações nacionais e internacionais, como o Prêmio Israel (1969), a Medalha Einstein (1970), a Medalha Wigner (1982) e o prêmio EMET (2003).

Ne'eman teve um papel importante na divulgação da física, tendo deixado um ótimo texto introdutório sobre física de partículas, escrito em conjunto com Yoram Kirsh [1].

considerado o melhor guia de física de partículas etc ? co-authored The Particle Hunters, which, published in English in 1986, the Times Literary Supplement hailed as "the best guide to quantum physics at present available". fonte: [10].

Que mais? história da ciência, filosofia Higgs?? (hargittai) from <http://www.science.co.il/people/yuval-neeman/>, Israel Science and Technology Homepage:

After 1977, he developed an interest and a parallel line of work, generalizing the theory of Evolution and formulating a universal paradigm, then also applying it to various areas, especially Social Anthropology and Evolutionary Epistemology.

outras contribuições ? TUCA ? ligar melhor ? Além das contribuições descritas na Introdução para o estabelecimento de instituições científicas em Israel, Ne'eman fundou o "Center for Particles and Fields" da Universidade do Texas (Austin) em 1968.

www.science.co.il/People/Yuval-Neeman/ ou o diretor de 1968 até 1990 ? http://en.wikipedia.org/wiki/Yuval_Neeman os dois (ver linha 104)

ver obituario do CERN [53]. Musica das esferas ([11]) **regularidade na produção científica ? more citations by Ne'eman ?**

sec 5?? mostrar que o fato de não ser um físico standard fez com que ele ousasse mais?? Count RUMford??

Pode-se dizer que a iniciativa de Ne'eman foi surpreendente, considerando como se apresentava caótica a situação na época e dado que ele estava apenas iniciando seus estudos de física de partículas, como descrito nas Seções 2 e 3 acima.

Na Referência [2], Shlomo Sternberg (matemático britânico) conta-nos que conheceu Ne'eman no ano de 1962, atendendo ao pedido de que apresentasse algumas aulas sobre Topologia dos Grupos de Lie para o grupo de pesquisa de Ne'eman. Inicialmente, Sternberg não compreendeu qual o interesse do grupo de físicos nessa área da matemática, mas posteriormente conheceu a utilização do grupo $SU(3)$ para descrição dos hádrons. Essas poucas aulas acabaram originando 43 anos de colaboração. O último trabalho em conjunto foi publicado no Physics Reports em 2005.

It is hard to explain how one person could successfully perform so many tasks. Obviously he

had an enormous capacity for hard work and was extremely well organized. Two other traits that I could observe first hand were: He always had his mind on the big picture: he did get involved in the details but was always able to relate them to the overall goal. A second trait was his personal charm combined with an ability to delegate authority. Once he trusted someone's ability to do a job, he inspired that person to charge ahead while keeping himself informed of the progress. This is a rare trait of true leadership.

7 Agradecimentos

Agradecemos a C.C.B. dos Santos e T.M. Schlittler por sugestões e comentários e a A. Manes, editor da revista eletrônica "PhysicaPlus", pelo uso da fotografia na Fig. 1. T.B.M. agradece ao CNPq pelo apoio financeiro (a elaboração de uma versão preliminar deste manuscrito fez parte de seu projeto de Iniciação Científica). A.C. e T.M. agradecem à Fapesp e ao CNPq por apoio financeiro parcial.

A Grupos de Lie: Teoria e Aplicações

Neste Apêndice mostramos em maior detalhe algumas das propriedades dos grupos de Lie e das álgebras de Lie, já discutidas no texto principal. Em particular, tomamos o exemplo das rotações (tridimensionais) em mecânica quântica, dadas como representações do grupo $SO(3)$ associado ao momento angular. A descrição do spin do elétron em termos de representações do grupo $SU(2)$ segue por analogia. Utilizando as regras para adição de momentos angulares, demonstramos então a obtenção de representações (de singleto e tripleto, ver Seção A.5) para a simetria $SU(2)$ de isospin, como mencionado na Seção 3.3. Ao mesmo tempo, vamos ressaltar como a análise de teoria de grupos auxilia na compreensão de problemas de mecânica quântica, além de proporcionar uma metodologia para obter as representações de um dado grupo de simetria.

Antes disso, porém, vale relembrar que na mecânica quântica, do ponto de vista matemático, a invariância de um sistema físico em relação a uma certa simetria demanda [25] que a *hamiltoniana* H do sistema *comute* com todos os elementos U do grupo (correspondente a essa simetria), isto é, devemos ter

$$HU = UH \quad (6)$$

ou, equivalentemente, $H = UHU^{-1}$. Efetivamente, se a *função de onda* Ψ é solução da equação de Schrödinger

para a hamiltoniana H , a relação acima implica que a função de onda transformada $U\Psi$ também será solução da mesma equação de Schrödinger [ver Eq. (20), no caso $U = R$, onde R está associado às rotações espaciais].

A.1 Grupos de Lie

Na Seção 3.1 acima os grupos de Lie foram introduzidos para descrever as transformações de simetria contínuas. De fato, os elementos de um grupo de Lie são funções analíticas de g parâmetros θ_k , como os três ângulos de Euler no caso das rotações tridimensionais. Assim, indicamos os elementos de um grupo de Lie com $U(\theta_1, \dots, \theta_g)$ e usualmente essa parametrização é escolhida de forma tal que $U(0, \dots, 0) = \mathbb{1}$, onde $\mathbb{1}$ é a matriz identidade. Logo, no limite de pequenos parâmetros $\delta\theta_k$ temos⁴⁷

$$U(\delta\theta_1, \dots, \delta\theta_g) \approx \mathbb{1} + i \sum_{k=1}^g \delta\theta_k T_k, \quad (7)$$

onde as g matrizes T_k são objetos *linearmente independentes*⁴⁸ e são chamadas de *geradores* do grupo de Lie. Por consequência, usando transformações infinitesimais $U(\delta\theta_1, \dots, \delta\theta_g)$ na Eq. (6), devido à arbitrariedade dos parâmetros $\delta\theta_k$, obtemos que a invariância de um sistema físico em relação a um grupo de Lie requer que a hamiltoniana H comute com todos os geradores T_k do grupo, i.e.

$$H T_k = T_k H. \quad (8)$$

As matrizes

$$T = \sum_{k=1}^g c_k T_k, \quad (9)$$

obtidas como combinação linear dos geradores T_k de um grupo de Lie G , constituem a álgebra de Lie associada ao grupo G . A propriedade fundamental dessas álgebras é que elas são *fechadas* sob a operação

$$[A, B] \equiv AB - BA, \quad (10)$$

chamada de *comutador*. Em particular, os geradores do grupo satisfazem às relações

$$[T_i, T_j] = T_i T_j - T_j T_i = \sum_{k=1}^g f_{ijk} T_k, \quad (11)$$

onde as constantes f_{ijk} são chamadas de constantes de estrutura do grupo de Lie. No caso do grupo $SO(3)$

⁴⁷A fatorização explícita da unidade imaginária i é uma escolha conveniente, como será mostrado mais abaixo.

⁴⁸Ou seja, não podem ser escritos como *combinações lineares* — i.e. somas que “misturam” objetos de um conjunto, por exemplo com coeficientes reais e fracionários, como exemplificado logo a seguir— uns dos outros.

das rotações tridimensionais,⁴⁹ os três geradores L_k podem ser escolhidos como matrizes 3×3 (linearmente independentes) hermitianas que satisfazem às regras de comutação

$$[L_i, L_j] = i\hbar \sum_{k=1}^3 \epsilon_{ijk} L_k. \quad (12)$$

Aqui, \hbar é a constante de Planck racionalizada e ϵ_{ijk} é o símbolo de Levi-Civita, i.e.

- $\epsilon_{123} = 1$;
- ϵ_{ijk} é antissimétrico (tem seu sinal invertido) pela troca de dois índices. Ou seja, $\epsilon_{213} = -1$, $\epsilon_{231} = 1$ e assim por diante.

Para o grupo $SU(N)$ a álgebra é dada, na representação fundamental, por matrizes hermitianas $N \times N$ com traço zero. Uma matriz hermitiana M pode sempre ser escrita como $M = A + iB$, onde A é uma matriz real e simétrica e B é real e antissimétrica. Sendo que $A = A^T$, onde T indica a transposta da matriz, temos que A possui N elementos não nulos na diagonal e $N(N-1)/2$ elementos distintos fora da diagonal (por exemplo, os elementos acima da diagonal). Ao mesmo tempo, sendo que $B^T = -B$, temos que os elementos na diagonal de B são nulos e portanto essa matriz possui somente $N(N-1)/2$ elementos distintos. No total isto dá N^2 elementos reais independentes. Porém o traço de M é zero. Assim, dos N elementos na diagonal, somente $N-1$ são independentes. Logo, no total temos $N^2 - 1$ elementos reais e independentes e precisamos de $N^2 - 1$ geradores T_k na equação (9).

Vale ressaltar que, se T_k são os geradores de um grupo de Lie, então $\tilde{T}_k = -T_k^T$ também são geradores desse grupo. De fato, é fácil verificar que se os geradores T_k satisfazem às regras de comutação (11) com certas constantes de estrutura f_{ijk} , então os geradores \tilde{T}_k também satisfazem às mesmas regras:

$$\begin{aligned} [\tilde{T}_i, \tilde{T}_j] &= T_i^T T_j^T - T_j^T T_i^T = -[T_i, T_j]^T \\ &= -\sum_{k=1}^g f_{ijk} T_k^T = \sum_{k=1}^g f_{ijk} \tilde{T}_k. \end{aligned} \quad (13)$$

A representação do grupo de Lie em termos dos geradores \tilde{T}_k é chamada de *representação dual* da representação caracterizada pelos geradores T_k [48].

A relação fundamental entre um grupo de Lie e a álgebra correspondente é o *mapa exponencial*, i.e. podemos

⁴⁹Mais detalhes sobre os grupos de Lie, ilustrados pelo exemplo das rotações em mecânica quântica (i.e. o grupo $SO(3)$) e pelo caso de *momento angular de spin* (i.e. o grupo $SU(2)$), serão apresentados nas Seções A.2 e A.3 abaixo.

escrever um elemento do grupo $U(\theta_1, \dots, \theta_g)$ como⁵⁰

$$U(\theta_1, \dots, \theta_g) = \exp\left(i \sum_{k=1}^g \theta_k T_k\right). \quad (14)$$

Logo, como a função $f(x) = e^x$ pode ser razoavelmente aproximada pela função $1 + x$ quando $|x| \ll 1$, também a Eq. (7) pode ser obtida através de uma aproximação linear do mapa exponencial, no limite de parâmetros θ_k pequenos. Ao mesmo tempo, o mapa exponencial implica que, se os parâmetros θ_k forem reais⁵¹ e se as matrizes $U(\theta_1, \dots, \theta_g)$ forem *unitárias*, i.e. se for satisfeita a condição⁵² $U^{-1} = U^\dagger$, então, notando que $U^{-1} = \exp(-i \sum_{k=1}^g \theta_k T_k)$ e $U^\dagger = \exp(-i \sum_{k=1}^g \theta_k T_k^\dagger)$, temos que os geradores T_k são *hermitianos*, i.e. $T_k = T_k^\dagger$.

Enfim, vamos rever em mais detalhe a definição de *posto* l de um grupo de Lie, introduzida na Seção 3.4. Para isso vamos definir l como o número de geradores do grupo que comutam entre si, i.e. tais que $T_i T_j = T_j T_i$. No caso de uma representação matricial, isso implica que as matrizes correspondentes a esses geradores podem ser diagonalizadas simultaneamente [108]. Assim sendo, os vetores da *base* do espaço vetorial V , no qual as matrizes do grupo agem, são autovetores (simultâneos) desses geradores, i.e. podem ser classificados pelos correspondentes autovalores. De forma mais precisa, pode-se demonstrar [25] que se um grupo é de posto l , então existem l *operadores invariantes* (ou *de Casimir*) C_i , i.e. operadores —escritos em função dos geradores do grupo T_k — que comutam com todos os geradores e, consequentemente, entre si.⁵³ Logo, se a hamiltoniana H do sistema é invariante sob as transformações de um dado grupo (de Lie) de simetria, i.e. se H comuta com os geradores T_k desse grupo [ver Eq. (8) acima], então H comuta também com os operadores de Casimir C_i do grupo. Ao mesmo tempo, considerando uma representação unitária do grupo,⁵⁴ é possível [25] construir os operadores (invariantes) de Casimir C_i de forma tal que eles sejam hermitianos (ver nota de rodapé 13 sobre a importância dos operadores hermitianos em mecânica quântica). Podemos então diagonalizar simultaneamente H e os operadores C_i e, portanto, cada estado do sistema fica caracterizado pelos autovalores c_i dos operadores de Casimir do grupo. Em particular, cada multipletto é caracterizado, de forma unívoca, pelo conjunto de autovalores $\{c_i\}$ e o número de elementos do

multipletto está relacionado à degenerescência dos operadores invariantes. Também, sendo que os operadores de Casimir comutam com os geradores, temos que os autovalores $\{c_i\}$ não são afetados pelas transformações de simetria do sistema físico, i.e. são números quânticos conservados. Fica então evidente que o posto l do grupo de simetria é igual ao número de grandezas conservadas (números quânticos conservados) para o sistema físico, em relação à transformação associada ao grupo de simetria.

A.2 Momento Angular

Um exemplo familiar de grupo de Lie em mecânica quântica é o grupo $SO(3)$, associado à simetria por rotações em três dimensões [25], cujos geradores podem ser identificados com as componentes cartesianas L_x, L_y, L_z do vetor momento angular (orbital) \mathbf{L} . Assim como ocorre para a energia e para o momento linear, temos no caso quântico que L_x, L_y, L_z são operadores, atuando na função que descreve o estado (quântico) do sistema, a função de onda. Vejamos primeiramente como estão relacionadas entre si as componentes de \mathbf{L} . Analogamente à expressão clássica, temos $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$, ou seja \mathbf{L} é dado pelo *produto vetorial* da posição \mathbf{r} pelo momento linear $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. (Por exemplo, no caso clássico de movimento circular uniforme em uma órbita de raio r para um corpo de massa m e velocidade v , o momento angular é um vetor de módulo mvr e direção perpendicular ao plano que contém o círculo.) O produto vetorial “mistura” as componentes x, y, z dos vetores envolvidos, sendo e.g. a componente z de \mathbf{L} dada em termos das componentes x e y dos vetores \mathbf{r} e \mathbf{p} por $L_z = xp_y - yp_x$. Por sua vez, as componentes do operador momento linear são dadas, no caso quântico, por derivadas espaciais, e.g. $p_x = -i\hbar\partial/\partial x$, sendo \hbar a constante de Planck racionalizada e i a unidade imaginária. No caso do operador L_z podemos aplicar a uma função de x, y e z as operações definidas pela expressão de p_x (e suas formas análogas para as coordenadas y e z) e obter⁵⁵

$$L_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi}, \quad (15)$$

onde ϕ é o ângulo de rotação ao redor do eixo z . Isto significa que uma rotação por um ângulo infinitesimal $\delta\phi$ estará associada à operação

$$I - \frac{i}{\hbar} \delta\phi L_z = I - \delta\phi \frac{\partial}{\partial \phi}, \quad (16)$$

onde I é a identidade. Este resultado é um caso particular da expressão (7), válida para qualquer grupo de

⁵⁰A exponencial de uma matriz M é definida através da série $\exp(M) = \sum_{n=0}^{+\infty} M^n/n!$.

⁵¹Neste caso a álgebra de Lie é dita *real*.

⁵²Relembramos que a operação \dagger é obtida tomando-se o complexo conjugado da transposta da matriz.

⁵³Note que, como vimos acima, os geradores *não* comutam entre si.

⁵⁴Ver comentários sobre as representações unitárias, para os grupos de Lie compactos, na Seção 3.3.

⁵⁵Note que, utilizando a *regra da cadeia* e as expressões das coordenadas x e y em termos de ϕ , podemos escrever $\partial/\partial\phi = x\partial/\partial y - y\partial/\partial x$.

Lie.⁵⁶ Ao mesmo tempo, uma rotação do sistema físico, de um ângulo finito ϕ_0 ao redor do eixo z , é produzida pelo operador⁵⁷ $\exp(-i\phi_0 L_z/\hbar)$.

Assim como na mecânica clássica, também na mecânica quântica o momento angular \mathbf{L} é uma grandeza conservada para sistemas isolados, em consequência da invariância por rotação. Em particular, isto vale para cada componente de \mathbf{L} . No estudo do caso quântico, porém, devemos considerar as relações de comutação entre os operadores envolvidos, ou seja, o fato de que, para dois operadores A e B gerais, o comutador $[A, B]$, definido na Eq. (10), não será nulo. No caso da posição e momento linear na direção x , sendo $p_x = -i\hbar\partial/\partial x$, temos

$$[x, p_x] = xp_x - p_x x = i\hbar. \quad (17)$$

Tais relações são consistentes com o *princípio da incerteza* de Heisenberg, que limita o conhecimento simultâneo da posição e do momento de uma partícula [1]. Para as componentes de \mathbf{L} , obtemos assim as relações de comutação

$$[L_x, L_y] = i\hbar L_z, \quad [L_y, L_z] = i\hbar L_x, \quad [L_z, L_x] = i\hbar L_y, \quad (18)$$

de acordo com a Eq. (12). Como para o caso de momento linear e posição visto acima, o fato de duas componentes de \mathbf{L} não comutarem (i.e. terem comutador não-nulo) implica que há uma imprecisão ou incerteza —da ordem de \hbar — na medida simultânea dessas grandezas. Ou seja, não será possível conhecer ao mesmo tempo mais do que uma das componentes do vetor \mathbf{L} . Por outro lado, pode-se verificar que o operador $\mathbf{L}^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$ comuta com todas as componentes de \mathbf{L} , o que significa que os estados do sistema podem ser descritos por uma das componentes do momento angular, por exemplo L_z , e pelo módulo do vetor \mathbf{L} , relacionado ao operador \mathbf{L}^2 .

Além disso, as relações de comutação acima determinam a *quantização* do momento angular, ou seja o fato de que apenas certos valores sejam permitidos para as componentes de \mathbf{L} . Mais precisamente, pode-se escrever a função de onda do sistema em termos das *autofunções* ou autoestados dos operadores \mathbf{L}^2 e L_z , i.e. um conjunto de funções (em comum para os dois operadores) que não se alteram sob ação desses operadores, exceto pela multiplicação por um valor constante, ou autovalor. Os autovalores associados a \mathbf{L}^2 e L_z são indexados respectivamente pelas constantes l e m . Em particular, considerando a Eq. (15), fica imediato verificar que as autofunções de L_z são dadas pelas expressão

$\Phi_m(\phi) = \exp(im\phi)$, que de fato satisfaz a relação

$$L_z \Phi_m(\phi) = m\hbar \Phi_m(\phi). \quad (19)$$

Ao mesmo tempo, utilizando as relações de comutação e impondo que a função que descreve o estado do sistema não se altere por uma rotação de 360° , verifica-se que l e m podem assumir apenas valores inteiros. De fato, como explicado acima, uma rotação de 360° ao redor do eixo z é produzida pelo operador $\exp(-2\pi i L_z/\hbar)$. Ao mesmo tempo, a aplicação deste operador nas autofunções $\Phi_m(\phi)$ é equivalente a trocar L_z com o fator $m\hbar$ [ver a Eq. (19)], e produz uma *fase* (i.e. um número complexo de *módulo* igual a 1) $\exp(-2\pi im)$. Logo, o estado do sistema não se altera quando essa fase é igual a 1, i.e. para valores inteiros de m . Assim, l deve ser inteiro e pode ser tomado positivo. Além disso, para cada valor fixo de l , temos $2l + 1$ valores possíveis para as projeções m , dados pelos números inteiros entre $-l$ e l . Em resumo, o sistema será descrito pelos números quânticos l e m , associados respectivamente ao módulo do momento angular e à sua componente L_z , com valores $l = 0, 1, 2, \dots$ e $m = -l, -l + 1, \dots, l - 1, l$.

A.3 Momento Angular Intrínseco

As regras descritas acima para o caso do momento angular podem ser aplicadas também ao momento angular *intrínseco* para as partículas elementares,⁵⁸ o spin \mathbf{S} [1]. Em particular, as componentes de \mathbf{S} obedecem a relações de comutação análogas às do momento angular orbital vistas acima. Portanto, as propriedades resultantes dessas relações, como a quantização dos autovalores dos operadores \mathbf{S}^2 e S_z , serão as mesmas que para o operador \mathbf{L} . Note porém que nesse caso não há uma correspondência clássica,⁵⁹ como havia para o vetor \mathbf{L} (dado por $\mathbf{r} \times \mathbf{p}$), e o número quântico s associado ao módulo de \mathbf{S} (o equivalente de l acima) poderá assumir valores semi-inteiros além de inteiros, o que determina algumas propriedades peculiares do spin. Por exemplo, o estado de uma partícula com número quântico de spin $1/2$, como o elétron, *não* permanece inalterado após uma rotação de 360° de suas coordenadas, mas será multiplicado por um fator global -1 . De fato, usando o resul-

⁵⁸Estes resultados se aplicam da mesma forma ao spin isotópico, ou isospin. Como descrito na Seção 3.3, o conceito de spin como representação de $SU(2)$ foi generalizado (para a descrição inicial de hádrons) à chamada simetria de isospin. Tal descrição, claramente incompleta, serviu de inspiração para o esquema de classificação introduzido mais tarde por Ne'eman e Gell-Mann, que era baseado nas representações do grupo $SU(3)$, levando em conta tanto a simetria de isospin quanto a hipercarga.

⁵⁹Para ressaltar esta diferença entre momento angular \mathbf{L} e spin \mathbf{S} , o segundo é muitas vezes definido como um grau de liberdade interno da partícula. Correspondentemente, as “rotações” do spin \mathbf{S} acontecem nesse espaço interno e não no espaço tridimensional usual.

⁵⁶Como explicado na Seção A.1 acima, a fatorização da unidade imaginária i , no lado esquerdo da relação (16), permite associar ao gerador L_z um operador hermitiano.

⁵⁷Aquí estamos usando o mapa exponencial, também descrito na Seção A.1.

tado descrito na seção anterior com valores semi-inteiros de m , fica imediato verificar que uma rotação de 360° produz uma fase igual a -1 . Tal fator não pode ser detetado diretamente, mas traz consequências dramáticas para a diferença de comportamento entre partículas com spin inteiro e semi-inteiro, como discutido nas Seções 4.1 e 4.3. Para ilustrar essa diferença é suficiente considerar duas partículas idênticas de spin s . Sendo estas partículas idênticas, elas são de fato indistinguíveis a nível quântico e, contrariamente ao caso clássico, não podemos saber qual partícula ocupa qual posição. Assim, nos cálculos (quânticos) devemos incluir a possibilidade de trocar a posição das partículas idênticas. Escolhendo como origem das coordenadas cartesianas do sistema o ponto mediano entre as partículas, a troca de uma partícula com a outra é equivalente a uma rotação de 180° ao redor, por exemplo, do eixo z . Como explicado acima, essa rotação gera uma fase $\exp(-\pi im)$ para cada partícula ou, equivalentemente, uma fase total de $\exp(-2\pi im)$ para o sistema de duas partículas. Assim, se m possui valores inteiros, essa fase é igual a 1 e o sistema é simétrico pela troca das duas partículas. Por outro lado, se m é semi-inteiro, esta fase é igual a -1 e o sistema é antissimétrico pela troca das duas partículas. Esse resultado é a base do Princípio da exclusão de Pauli (ver Seção 4.3).

A.4 Átomo de Hidrogênio

Claramente, na discussão acima, não houve a *necessidade* de invocar a teoria de grupos. Por outro lado, vimos que as relações de comutação associadas ao momento angular no caso quântico são *exatamente* as relações entre os geradores das rotações infinitesimais, que determinam a álgebra para a representação do grupo $SO(3)$ por matrizes ortogonais 3×3 . Em particular, o gerador de rotações infinitesimais ao redor do eixo z pode ser identificado com L_z . Assim, apenas pela análise de teoria de grupos poderíamos saber de antemão, por exemplo, os números quânticos permitidos para o momento angular \mathbf{L} de um sistema com simetria rotacional, e poderíamos associar os estados físicos desse sistema às representações do grupo das rotações. De fato, a linguagem de transformações de simetria é tão poderosa que a simples observação de que um problema com potencial central —i.e. no qual a força depende apenas da distância r da partícula até a origem, e não da posição dela— possui simetria esférica (i.e. simetria por rotação) permite a determinação da estrutura dos níveis quânticos de energia para o sistema. Uma ilustração disso para o átomo de hidrogênio é feita a seguir [58, 109].

Para tanto, relembremos que as possíveis energias E de um sistema físico, descrito pela hamiltoniana H , são dadas pela aplicação da hamiltoniana às autofunções de

H , ou seja funções Ψ para as quais vale $H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle$, i.e. a ação do operador H sobre o autoestado Ψ (representado na notação usual de mecânica quântica por $|\Psi\rangle$) é multiplicar o estado por sua energia E . No caso geral, o estado quântico do sistema é dado como combinação linear de autofunções de H e podemos calcular a probabilidade de achar, em uma medida experimental, um dos possíveis valores de energia E . Para o átomo de hidrogênio, a hamiltoniana é dada pelo termo cinético $\mathbf{p}^2/2m_e$ (onde m_e representa a massa do elétron,⁶⁰ que é essencialmente a *massa reduzida* do sistema) e pelo termo potencial de interação coulombiana entre o próton e o elétron. Pode-se verificar que esta hamiltoniana comuta com os três geradores das rotações (L_x , L_y e L_z). Logo, o operador R associado a qualquer rotação —obtido pela exponencial de combinações lineares dos geradores do grupo— também comuta com a hamiltoniana, i.e. $HR = RH$. Portanto, o estado quântico “rodado” $R|\Psi\rangle$ do sistema terá a mesma energia que o estado original $|\Psi\rangle$

$$H(R|\Psi\rangle) = RH|\Psi\rangle = RE|\Psi\rangle = E(R|\Psi\rangle). \quad (20)$$

Isto implica que os estados quânticos do sistema serão dados por funções radiais (i.e. que dependem apenas de r) multiplicadas por funções angulares, representações irredutíveis do grupo $SO(3)$. Essas funções são indexadas pelos números quânticos l e m vistos acima. As autofunções do problema, obtidas da multiplicação das partes radial e angular, serão portanto $\Psi_{n,l,m}$, onde n é o número quântico associado à parte radial. Note que, em princípio, apenas estados com mesmo valor de l são degenerados, i.e. têm a mesma energia. No entanto, no caso do átomo de hidrogênio, estados de l diferente podem ter a mesma energia, se tiverem o mesmo valor de n . Essa degenerescência adicional está relacionada ao operador excentricidade [25, 110], que é o análogo quântico do vetor de Runge-Lenz. Em particular, pode-se demonstrar que a conservação desse operador no caso do átomo de hidrogênio⁶¹ amplia a simetria $SO(3)$, devida ao momento angular, para uma simetria $SO(4)$. Esse grupo possui dois operadores de Casimir. Logo, é de se esperar que os estados do átomo de hidrogênio com a mesma energia (multipletos) possam ser classificados usando dois números quânticos (i.e. l e m).

Vale ressaltar que uma descrição mais completa dos níveis de energia do átomo de hidrogênio deve incluir os

⁶⁰Nossa descrição da evolução do sistema é feita para o movimento do elétron apenas, já que o próton é muito mais massivo e pode ser considerado em repouso.

⁶¹Ao contrário da conservação do momento angular, que acontece para todos os potenciais com simetria de rotação, a conservação do operador excentricidade é uma propriedade exclusiva do potencial coulombiano. Assim, não se aplica a átomos com mais de um elétron, ou quando se consideram correções relativísticas para o átomo do hidrogênio.

efeitos relativos ao spin do elétron. Tais efeitos surgem levando-se em conta interações adicionais no sistema, e.g. a interação do spin do elétron com o campo magnético produzido pela “rotação” do próton vista no referencial do elétron, o chamado *efeito spin-órbita*. Este efeito elimina a degenerescência no número quântico l , i.e. neste caso as energias do átomo de hidrogênio dependem de n e de l [109].

A.5 Representações para Spin 1/2

As propriedades associadas ao spin do elétron podem ser obtidas, de forma análoga ao procedimento acima, a partir das representações do grupo $SU(2)$ [58]. Em particular, temos dois autoestados para a componente S_z (análogo a L_z acima) do operador de spin 1/2, com autovalores $+\hbar/2$ e $-\hbar/2$. Tais estados correspondem a spin “para cima” e “para baixo” em relação ao eixo z e podem ser escritos como vetores unitários, respectivamente

$$\chi_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \chi_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Isso significa que o estado do sistema de spin 1/2 será uma “mistura” dos dois possíveis autoestados χ_+ e χ_- , i.e. uma soma dos dois vetores, com coeficientes c_{\pm} complexos: $c_+ \chi_+ + c_- \chi_-$. Uma medida experimental do spin ao longo do eixo z dará $+\hbar/2$ ou $-\hbar/2$ com probabilidade dada em termos⁶² dos coeficientes c_{\pm} . A operação de simetria por rotação dos spins é gerada pelas chamadas matrizes de Pauli

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

geradores do grupo $SU(2)$ de matrizes 2×2 complexas unitárias. As componentes do operador \mathbf{S} podem ser identificadas com as matrizes acima multiplicadas pelo fator $\hbar/2$. Em particular, a componente S_z , associada à reflexão em relação ao eixo z , é obtida de σ_z , cujos autovalores são 1 e -1 , associados aos autoestados χ_+ e χ_- introduzidos acima. Da mesma forma, as relações de comutação entre as componentes de \mathbf{S} seguem das relações para as matrizes σ . Como esperado, essas relações são as mesmas que para o momento angular \mathbf{L} [ver Eq. (12)], já que a álgebra do grupo $SU(2)$ é a mesma que a do grupo $SO(3)$. Consequentemente, as representações de $SU(2)$ são também representações de $SO(3)$, mas com valores duplos no caso de spin semi-inteiro. [A cada elemento de $SO(3)$ serão associados dois objetos

⁶²Em geral considera-se uma combinação linear normalizada, i.e. com $|c_+|^2 + |c_-|^2 = 1$, de forma que as probabilidades de uma medida dar $+\hbar/2$ ou $-\hbar/2$ serão respectivamente $|c_+|^2$ e $|c_-|^2$.

da representação de $SU(2)$, com sinais opostos.] Pode-se também verificar que o operador

$$\mathbf{S}^2 = \frac{\hbar^2}{4} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) \quad (23)$$

é proporcional à matriz identidade. Logo, esse operador comuta com os geradores do grupo, i.e. as três matrizes de Pauli, e é, de fato, o único operador de Casimir do grupo $SU(2)$. (Da mesma forma, o operador \mathbf{L}^2 é o único operador de Casimir do grupo $SO(3)$, estando relacionado à conservação do momento angular, como visto acima.)

Vejamos agora como podem ser obtidas representações de ordens mais altas a partir de combinações de objetos na representação fundamental [35], no caso do spin 1/2. O resultado da adição de dois momentos angulares de spin 1/2, por exemplo a combinação dos spins de dois elétrons, é um operador vetorial com as mesmas relações de comutação dos spins individuais,⁶³ como pode ser visto escrevendo as somas para as componentes x , y , z . Os números quânticos associados ao novo operador são obtidos de maneira simples, a partir dos valores permitidos para suas componentes. Por exemplo, a soma das componentes S_z para os dois spins pode assumir os valores -1 , 0 , 1 (já que cada uma delas vale $+1/2$ ou $-1/2$). Como tínhamos quatro combinações possíveis dos autoestados χ_+ e χ_- de cada elétron, temos uma representação de dimensão 4, que será agora indexada pelos autovalores do spin total, cujo autovalor s pode ser 0 ou 1, já que são esses os valores do “módulo” do spin que correspondem às projeções possíveis. Em particular, o caso $s = 0$ corresponde a uma única projeção possível, $m = 0$, e o caso $s = 1$ a três projeções, -1 , 0 , 1 . Vemos portanto que os autoestados serão quatro, como esperado. Em outras palavras, a partir da combinação, ou *produto direto* de duas representações de dimensão 2, obtivemos uma representação de dimensão 4, *soma direta* de representações irredutíveis, de dimensões 1 (no caso $s = 0$) e 3 (caso $s = 1$). Isso é geralmente representado simbolicamente como

$$2 \otimes 2 = 1 \oplus 3. \quad (24)$$

A representação resultante é associada ao operador obtido pela soma dos spins, e seus autoestados serão dados por combinações dos autoestados individuais χ_+ e χ_- para cada elétron. Por exemplo o estado com projeção S_z máxima (presente no caso $s = 1$) corresponde a ter os dois spins no autoestado χ_+ , e pode ser representado por $\chi_+(1) \otimes \chi_+(2)$. O caso de projeção -1 é análogo, e corresponde a $\chi_-(1) \otimes \chi_-(2)$. Já o caso de projeção

⁶³Este resultado se aplica a qualquer soma de momentos angulares e de spin e, em particular, ao momento angular total $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ de um sistema de partículas interagentes.

0, presente tanto para $s = 1$ quanto para $s = 0$, envolve combinações de $\chi_+(1) \otimes \chi_-(2)$ e $\chi_-(1) \otimes \chi_+(2)$, já que essas duas configurações possuem projeção S_z igual a zero. Mais precisamente, a combinação referente ao caso $s = 1$ é dada por

$$[\chi_+(1) \otimes \chi_-(2) + \chi_-(1) \otimes \chi_+(2)]/\sqrt{2}, \quad (25)$$

enquanto que o caso $s = 0$ corresponde a

$$[\chi_+(1) \otimes \chi_-(2) - \chi_-(1) \otimes \chi_+(2)]/\sqrt{2}. \quad (26)$$

Podemos notar que os três autoestados relativos a $s = 1$ têm a propriedade de simetria por troca dos spins, i.e. trocando-se o estado da partícula “1” pelo da partícula “2” nas expressões acima. O caso $s = 0$, por sua vez, é antissimétrico em relação a essa operação, ou seja fica multiplicado por um fator -1 . As três combinações referentes a $s = 1$ formam o chamado *triplete* e a referente a $s = 0$ é chamada de *singleto*.

O procedimento demonstrado acima para obtenção das representações de singleto e triplete do grupo $SU(2)$ através da soma de dois spin $1/2$ pode ser estendido ao caso de um número arbitrário de objetos (utilizando-se os chamados *coeficientes de Clebsch–Gordan*). Vale relembrar (ver Seção 3.3) que, para os grupos $SU(N)$, todas as representações irredutíveis (de grau finito) podem ser construídas a partir de produtos tensoriais das representações fundamentais. No caso $SU(2)$ aqui considerado, há uma única representação fundamental, dada pelas matrizes 2×2 unitárias e de determinante igual a 1. Assim, o método ilustrado acima, baseado no produto direto da representação fundamental de $SU(2)$ — e subsequente simetrização (como no caso do triplete) e antissimetrização (como no caso do singleto) no espaço produto [24, 32, 47]— permite obter todas as representações irredutíveis (de grau finito) desse grupo.

manca qualcosina rapida su SU3, forse!!!!

uniformare: nobel? colocar primeiros nomes geral? colocar todos os nobel ou nenhum?? ??? verificar ordem das referencias !!! ??? inserir cidade de publicação nos livros !!! e data nos links e .pdfs??

Referências

- [1] Y. Ne’eman e Y. Kirsh, *The Particle Hunters* (Cambridge University Press, Cambridge, segunda ed., 1996).
- [2] S. Sternberg, *Yuval Ne’eman*, anais da “Albert Einstein’s Century International Conference” (realizada em Paris, França, 2005), AIP Conf. Proc. **861**, 247 (2006).
- [3] A. Watson, *Yuval Ne’eman Dies at 80*, obituário na revista “Science” (versão eletrônica) em 26 de abril de 2006, <https://web.archive.org/web/20120314192308/http://news.sciencemag.org/sciencenow/2006/04/26-01.html>.
- [4] A. T. Wolf, *Hydropolitics along the Jordan River* (United Nations University Press, Tóquio, 1995).
- [5] M. Hargittai e I. Hargittai, *Candid Science IV: Conversations With Famous Physicists* (Imperial College Press, Londres, 2004).
- [6] T. Ne’eman, *In Remembrance of Yuval Ne’eman (1925–2006)*, obituário na revista eletrônica “PhysicaPlus”, editada pela Sociedade Israelense de Física, No. 7, https://web.archive.org/web/20071007191318/http://physicaplus.org.il/zope/home/en/1124811264/memorial_neeman_en.
- [7] Y. Ne’eman, *Patterns, Structure And Then Dynamics: Discovering Unitary Symmetry And Conceiving Quarks*, DOE-ER-03992-466 e TAUP 142-81, <https://lib-extopc.kek.jp/preprints/PDF/2000/0036/0036115.pdf>.
- [8] F. Forsyth, *O Dossilê Odessa* (Editora Record, Rio de Janeiro, 1972).
- [9] G. Pape e T. Aspler, *The Scorpion Sanction* (Bantam Books, Nova York, 1981).
- [10] L. Joffe, *Yuval Ne’eman*, obituário no jornal britânico “The Guardian” em 15 de maio de 2006, <http://www.theguardian.com/science/2006/may/15/obituaries.guardianobituaries>.
- [11] Y. Ne’eman, *Hadronic Octaves: Symphony in Treble Clef*, anais da “9th International Conference on Hadron Spectroscopy” (realizada em Protvino, Rússia, 2001), AIP Conf. Proc. **619**, 259 (2002).
- [12] Esse relato pode ser encontrado na página eletrônica <http://www.mth.kcl.ac.uk/~streater/SU3.html> de Raymond F. Streater (Professor Emérito do King’s College). **TEREZA: questo link non esiste piu’... ??? scrivere a Streater? la nuova pagina personale è https://www.kcl.ac.uk/nms/depts/mathematics/people/atoz/streater**
- [13] <http://home.web.cern.ch/topics/large-hadron-collider>.
- [14] <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2013/summary/>.

- [15] Y. Ne'eman, *The Periodic Table and Genetic Code of the Hadrons*, anais da "24th International Workshop on Fundamental Problems of High Energy Physics and Field Theory" (realizada em Protvino, Rússia, 2001), editados por V. A. Petrov, <http://inspirehep.net/record/1209784/files/IHEP%20C01-06-27%20295-304.pdf>.
- [16] Y. Ne'eman, *Derivation of Strong Interactions from a Gauge Invariance*, Nucl. Phys. **26**, 222 (1961).
- [17] M. Gell-Mann e Y. Ne'eman, *The Eightfold Way: a Review with a Collection of Reprints* (W. A. Benjamin, Nova York, 1964).
- [18] M. Gell-Mann, *The Eightfold Way: A Theory Of Strong Interaction Symmetry*, Caltech report CTSL-20 (1961), <https://www.osti.gov/biblio/4008239/>.
- [19] R. Feynman, *The Character of Physical Law* (MIT Press, Cambridge, decima-segunda impressão, 1985).
- [20] Y. Ne'eman, *The interplay of symmetry, order and information in physics and the impact of gauge symmetry on algebraic topology*, <https://lib-extop.c.kek.jp/preprints/PDF/2000/0036/0036040.pdf>.
- [21] G. G. Garbi, *O Romance das Equações Algébricas* (Editora Livraria da Física, São Paulo, quarta edição, 2010).
- [22] C. Jordan, *Traité des substitutions et des équations algébriques* (Gauthier-Villars, Paris, 1870).
- [23] J. P. Elliot e P. G. Dawber, *Symmetry in Physics*, Volume 1 (Macmillan Education, Londres, 1979).
- [24] I. Verona Schensted, *A Course on the Application of Group Theory to Quantum Mechanics*, (NEO Press, Peaks Island, 1976).
- [25] W. Greiner e B. Müller, *Quantum Mechanics: Symmetries*, (Springer-Verlag, Berlim, segunda edição, 2004).
- [26] George Johnson, *Strange Beauty: Murray Gell-Mann and the Revolution in Twentieth-Century Physics* (Knopf, Nova York, 1999).
- [27] M. Riordan, *The Hunting of the Quark, a True Story of Modern Physics* (Simon & Schuster, Nova York, 1987).
- [28] L. Bonolis, *From the Rise of the Group Concept to the Stormy Onset of Group Theory in the New Quantum Mechanics. A saga of the invariant characterization of physical objects, events and theories*, La Rivista del Nuovo Cimento **27**, No. 4-5, 1 (2004).
- [29] A. Borrelli, *The emergence of selection rules and their encounter with group theory, 1913-1927*, Studies In History and Philosophy of Science Part B: Studies In History and Philosophy of Modern Physics **40**, No. 4, 327 (2009).
- [30] A. Pais, *Inward Bound, of Matter and Forces in the Physical World* (Oxford University Press, Nova York, 1986).
- [31] C. N. Yang e R. L. Mills, *Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance*, Phys. Rev. **96**, 191 (1954).
- [32] R. Mirman, *Group theory: an intuitive approach* (World Scientific, Singapura, 1995).
- [33] A. Fazzio e K. Watari, *Introdução à teoria de grupos (com aplicações em moléculas e sólidos)* (Editora UFMS, Santa Maria, 1998).
- [34] J.-S. Huang, *Lectures on Representation Theory* (World Scientific, Singapura, 1999).
- [35] P. Ramond, *Group Theory: A Physicist's Survey* (Cambridge University Press, Nova York, 2010).
- [36] S.A. Abbas, *Group Theory in particle, nuclear, and hadron physics* (Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2017).
- [37] R. Gomez, *Introduction to Representation Theory of Lie Groups*, <https://pdfs.semanticscholar.org/6b6b/5cfbccf6f596966d0414732e06ff6521b390.pdf>.
- [38] S. Sakata, *On A Composite Model For The New Particles*, Prog. Theor. Phys. **16**, 686 (1956).
- [39] M. Ikeda, S. Ogawa e Y. Ohnuki, *A Possible Symmetry in Sakata's Model for Bosons-Baryons System*, Progr. Theor. Phys. **22**, 715 (1959).
- [40] R. E. Behrends e A. Sirlin, *Weak-Coupling Currents and Symmetries of Strong Interactions*, Phys. Rev. **121**, 324 (1961).
- [41] E. Fermi e C. N. Yang, *Are Mesons Elementary Particles?*, Phys. Rev. **121**, 324 (1961).
- [42] F. Wilczek, *Fermi and the elucidation of matter*, <https://arxiv.org/abs/physics/0112077>.
- [43] L. B. Okun, *The impact of the Sakata model*, Prog. Theor. Phys. Suppl. **167**, 163 (2007).

- [44] H. Pietschmann, *On the Early History of Current Algebra*, Eur. Phys. J. H **36**, 75 (2011).
- [45] R. Gilmore, *Lie groups, physics, and geometry: an introduction for physicists, engineers and chemists* (Cambridge University Press, Nova York, 2008).
- [46] W. K. Tung, *Group Theory in Physics* (World Scientific, Singapura, 1985).
- [47] H. Georgi, *Lie Algebras In Particle Physics: from Isospin To Unified Theories* (Westview Press, Boulder, segunda edição, 1999).
- [48] J. M. F. Bassalo e M. S. D. Cattani, *Teoria de Grupos* (Livraria da Física, São Paulo, segunda edição, 2008).
- [49] K. W. McVoy, *Symmetry Groups in Physics*, Rev. Mod. Phys. **37**, 84 (1965).
- [50] H. J. Lipkin, *From Sakata Model to Goldberg-Ne’eman Quarks and Nambu QCD Phenomenology and “Right” and “Wrong” Experiments*, Progr. Theor. Phys. Suppl. **167**, 155 (2007).
- [51] <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1969/summary/>.
- [52] H. Fritzsche, *Murray Gell-Mann — A Scientific Biography*, Int. J. Mod. Phys. A **25** 3879 (2010).
- [53] CERN Courier 46, n. 6, 2006 (http://lib-docs.web.cern.ch/lib-docs/Archives/biographies/Ne’eman_Y-200607.pdf).
- [54] D. R. Speiser e J. Tarski, *Possible schemes for global symmetry*, J. Math. Phys. **4**, 588 (1963).
- [55] K. Williams, *Two Cultures: Essays in Honour of David Speiser* (Birkhäuser Verlag, Basileia, 2006).
- [56] A. Speiser, *Die theorie Der Gruppen von Endlicher Ordnung Paperback* (Dover, Nova York, 1943).
- [57] D. Joyner, *Adventures in group theory: Rubik’s cube, Merlin’s machine, and other mathematical toys* (Johns Hopkins University Press, Baltimore, 2002).
- [58] D. J. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles* (Wiley-VCH Verlag, Weinheim, segunda edição, 2008).
- [59] F. Halzen e A. D. Martin, *Quarks & Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics* (John Wiley & Sons, Nova York, 1984).
- [60] R. Gilmore *O Mágico dos Quarks - A Física de Partículas ao Alcance de Todos* (Jorge Zahar Editor, Rio de Janeiro, 2002).
- [61] A. Pickering, *Constructing quarks: a sociological history of particle physics* (University of Chicago Press, Chicago, 1984).
- [62] F. Caruso, V. Oguri e A. Santoro (editores), *Partículas Elementares: 100 anos de descobertas* (Editora da Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2005).
- [63] C. Oldoni da Silva e P. L. Natti, *Modelo de Quarks e Sistemas Multiquarks*, Rev. Bras. Ens. Fis. **29**, 175 (2007).
- [64] M. A. Moreira, *A Física dos Quarks e a Epistemologia*, Rev. Bras. Ens. Fis. **29**, 161 (2007).
- [65] H. Yukawa, *On the Interaction of Elementary Particles*, Proc. Phys. Math. Soc. Japan **17**, 48 (1935).
- [66] C. M. G. Lattes, H. Muirhead, G. P. S. Occhialini e C. F. Powell, *Processes Involving Charged Mesons*, Nature **159**, 694 (1947).
- [67] <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1950/summary/>.
- [68] A. Landé e D. R. Inglis, *The Magnetic Moment of the Neutron*, Phys. Rev. **46**, no. 1, 76 (1934).
- [69] G. Breit e I. I. Rabi, *On the Interpretation of Present Values of Nuclear Moments*, Phys. Rev. **46**, no. 3, 230 (1934).
- [70] C. Brogini, C. Giunti e A. Studenikin, *Electromagnetic Properties of Neutrinos*, Adv. High Energy Phys. **2012**, 459526 (2012).
- [71] K. Nishijima, *Two alternative versions of strangeness*, Proc. Japan Acad. B **84**, 363 (2008).
- [72] S. L. Glashow e J. J. Sakurai, *The 27-fold way and other ways: symmetries of mesons-baryon resonances*, Nuovo Cim. **25**, 337 (1962).
- [73] Ver a Seção *Three Quarks for Muster mark!* em J. Baggott, *The Quantum Story, A History in 40 Moments* (Oxford University Press, Nova York, 2011).
- [74] S. L. Glashow e J. J. Sakurai, *On the tenfold way*, Nuovo Cim. **26**, 622 (1962).
- [75] V. E. Barnes *et al.*, *Observation of a Hyperon with Strangeness Minus Three*, Phys. Rev. Lett. **12**, 204 (1964).

- [76] H. Goldberg e Y. Ne'eman, *Baryon Charge and R-Inversion in the Octet Model*, Nuovo Cim. **27**, 1 (1963).
- [77] H. J. Lipkin, *Quarks for pedestrians*, Phys. Rept. **8**, 173 (1973).
- [78] M. Gell-Mann, *A Schematic Model Of Baryons And Mesons*, Phys. Lett. **8**, 214 (1964).
- [79] G. Zweig, *An SU(3) Model for Strong Interaction Symmetry and its Breaking*, CERN-TH-401 e CERN-TH-412 (1964).
- [80] G. Zweig, *Origins of the Quark Model*, CALT-68-805 (1980), [https://authors.library.caltech.edu/18969/1/Origins_of_the_Quark_Model_Final_Zweig\[1\].pdf](https://authors.library.caltech.edu/18969/1/Origins_of_the_Quark_Model_Final_Zweig[1].pdf).
- [81] <http://ep-news.web.cern.ch/content/interview-george-zweig>.
- [82] S. Okubo, *Phi meson and unitary symmetry model*, Phys. Lett. **5**, 165 (1963).
- [83] J. Iizuka, *Systematics and phenomenology of meson family*, Prog. Theor. Phys. Suppl. **37**, 21 (1966).
- [84] G. Zweig, *Concrete Quarks - The Beginning of the End*, EPJ Web Conf. **71**, 00146 (2014).
- [85] S. Aoki *et al.* [Flavour Lattice Averaging Group], *FLAG Review 2019*, arXiv:1902.08191 [hep-lat].
- [86] M. Gell-Mann, *Quarks*, Acta Phys. Austriaca Suppl. **9**, 733 (1972).
- [87] E. Segrè, *From X-Rays To Quarks, Modern Physicists and Their Discoveries* (W.H. Freeman and Co., São Francisco, 1980).
- [88] <https://www.nobelprize.org/prizes/chemistry/1909/summary/>.
- [89] <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1932/summary/>.
- [90] <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1965/summary/>.
- [91] R. P. Feynman, *Very high-energy collisions of hadrons*, Phys. Rev. Lett. **23**, 1415 (1969).
- [92] J. D. Bjorken e E. A. Paschos, *Inelastic Electron Proton and gamma Proton Scattering, and the Structure of the Nucleon*, Phys. Rev. **185**, 1975 (1969).
- [93] C. O. Escobar, *A invenção dos pártons*, Rev. Bras. Ens. Fis. **40**, e4214 (2018).
- [94] <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1990/summary/>.
- [95] M. Tanabashi *et al.* [Particle Data Group], *Review of Particle Physics*, Phys. Rev. D **98**, no. 3, 030001 (2018).
- [96] <http://pdg.lbl.gov/>.
- [97] <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2008/summary/>.
- [98] M. Y. Han e Y. Nambu, *Three-Triplet Model with Double SU(3) Symmetry*, Phys. Rev. **139B**, 1006 (1965).
- [99] H. Fritzsch, *The history of QCD*, CERN Courier 52, n. 8, 2012 (<https://cds.cern.ch/record/1734855/files/vol52-issue8-p021-e.pdf>).
- [100] O. W. Greenberg, *Spin And Unitary Spin Independence In A Paraquark Model Of Baryons And Mesons*, Phys. Rev. Lett. **13**, 598 (1964).
- [101] T. Hübsch, *(Fundamental) Physics of Elementary Particles*, <https://www.mobt3ath.com/uploade/book/book-62333.pdf>.
- [102] O. W. Greenberg e D. Zwanziger, *Saturation in Triplet Models of Hadrons*, Phys. Rev. **150**, 1177 (1966).
- [103] H. Fritzsch e M. Gell-Mann, *Current algebra: Quarks and what else?*, Anais da "XVI International Conference on High Energy Physics" (Chicago, EUA, 1972), p. 135 (J.D. Jackson e A. Roberts, eds.), <https://www.slac.stanford.edu/econf/C720906/papers/v2p135.pdf> e hep-ph/0208010.
- [104] H. Fritzsch, M. Gell-Mann e H. Leutwyler, *Advantages of the Color Octet Gluon Picture*, Phys. Lett. **47B**, 365 (1973).
- [105] K. Moriyasu, *An elementary primer for gauge theory* (World Scientific, 1983).
- [106] M. Kaku, *Quantum Field Theory, a modern introduction* (Oxford Univ. Press, 1993).
- [107] <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2004/summary/>.
- [108] K.M. Abadir e J.R. Magnus, *Matrix Algebra* (Cambridge University Press, New York, 2005).
- [109] J.J. Sakurai e J. Napolitano, *Mecânica Quântica Moderna* (Bookman Editora, Porto Alegre, segunda edição, 2012).

[110] C.-K. Chua, *Obtaining hydrogen energy eigens-tate wave functions using the Runge-Lenz vector*, J. Phys. Commun. **2**, 085023 (2018).

----- FINO A QUI -----

[111] M. J. Duff, *A Layman's Guide to M-Theory*, anais do "Abdus Salam Memorial Meeting" (realizado em Trieste, Itália, 1997), em *The Mathematical Sciences after the Year 2000* (World Scientific, 2000).

[112] J.M.F. Bassalo, *Os Primeiros Quarks*, Revista de Ensino de Física **3**(4), 13 (1981).

[113] <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1979/summary/>.

[114] Y. Ne'eman, *The Elvis Presley of Science*, no jornal diário israelense Haaretz em 8 de outubro de 1999.

[115] ? non citato ? A. Kantorovich e Y. Ne'eman, *Serendipity as a Source of Evolutionary Progress in Science*, Studies in History and Philosophy of Science **20**, 505 (1989).