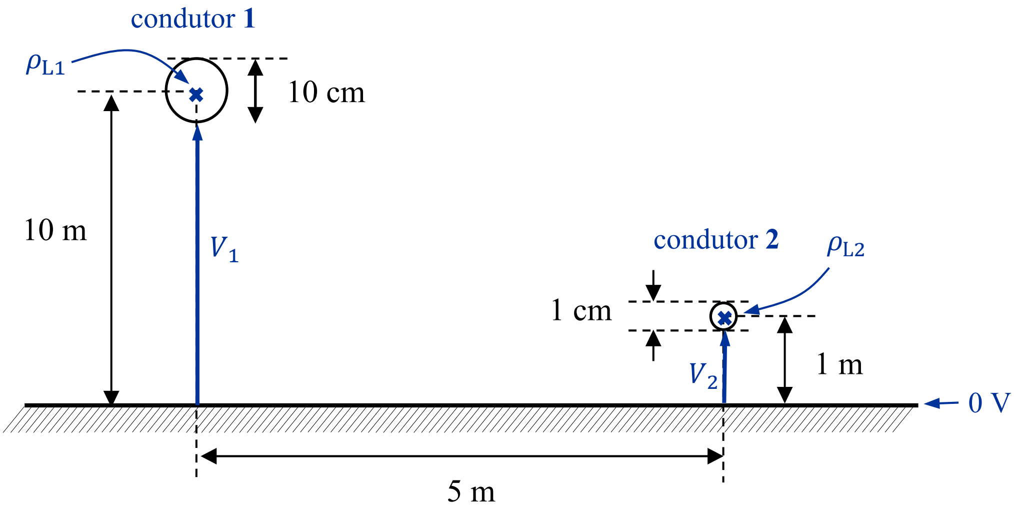

PTC3213 – Eletromagnetismo **Prova – 16/07/2020**

NOTAS:

Prova remota assíncrona
Nome:
N.º USP: ______________________________
Assinatura: ______________________________
____

1ª (2,5): ______
2ª (2,5): ______
3ª (2,5): ______
4ª (2,5): ______
TOTAL: ______

1ª Questão (2,5). Uma linha de energia com retorno a terra é energizada a 300 kV. Uma cerca metálica está disposta paralelamente àquela linha em um comprimento muito longo, conforme mostra a figura abaixo correspondente a uma secção reta.



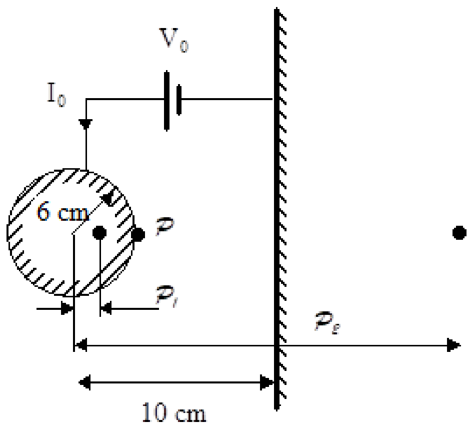
Pede-se determinar:

a) (1,5) A matriz de capacitâncias e o circuito equivalente.

b) (1,0) A tensão induzida na cerca sabendo-se que a linha opera em 60 Hz.

2a. Questão (2,5) É dado um condutor cilíndrico de raio R=6 cm e comprimento l = 10 m, paralelo a um plano condutor. A distância entre o eixo do cilindro e o plano é de 10 cm. O meio tem condutividade = 2 mS/m e permeabilidade do ar seco. Uma fonte de tensão V0 é ligada entre o plano e o cilindro, resultando corrente I0 = 2 A.

a)(0,5) Indique a posição e o valor de fontes filiformes de corrente que permitam determinar a função potencial na região entre o cilindro e o plano. Dica: R2=x.y.



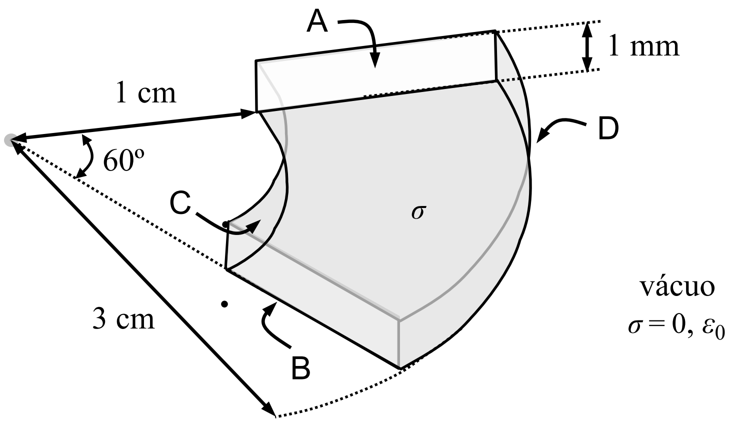
b)(0,5) Justifique a resposta do item anterior utilizando o teorema da unicidade.

c)(0,5) Determine a tensão V0 e a resistência entre o condutor cilíndrico e o plano.

d)(0,5) Calcule a capacitância entre o condutor e o plano.

e)(0,5) Calcule o valor máximo do campo elétrico na superfície do condutor cilíndrico.

3ª Questão (2,5) Considere um resistor cuja geometria corresponde a um setor de espessura 1 mm, ângulo 60°, raio interno 1 cm e externo 3 cm, conforme ilustrado na figura a seguir.



Considere as superfícies A e B inicialmente metalizadas, isto é, condutoras ideais. Entre essas superfícies, suponha que há um material condutor perfeitamente homogêneo com condutividade $\sigma = 5{,}0 \times 10^4$ S/m. Pede-se calcular:

a) (0,5) A função potencial φ aplicável ao problema;

b) (0,5) A resistência R em ohms, calculada a partir da função potencial obtida no item (a);

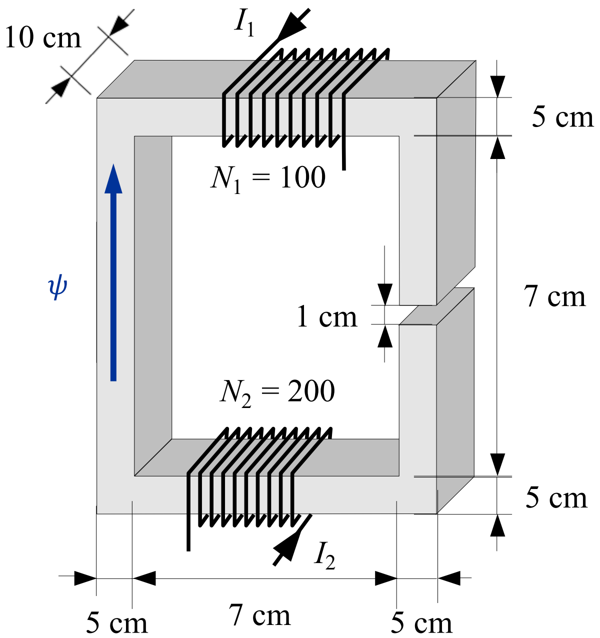
c) (0,5) O vetor densidade volumétrica de corrente $\vec{J}$ em qualquer ponto do material condutor, supondo uma ddp entre A e B igual a 2 volts;

d) (1,0) Utilizando a propriedade da dualidade, calcule a nova resistência R_{dual} se as superfícies metalizadas forem, agora, C e D.

4ª Questão (2,5).

a) (1,5) Determine a indutância mútua com sinal no núcleo mostrado na figura abaixo. O material do núcleo pode ser suposto linear com $\mu_r = 2500$. A dispersão pode ser desprezada, mas não o espraiamento.

b) (1,0) Determine o fluxo magnético no núcleo se $I_1 = 1$ A e $I_2 = 0{,}5$ A.



Formulário

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m $\qquad \varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}$ F/m $\qquad \vec{A} \wedge \vec{B} = -\vec{B} \wedge \vec{A} \qquad \vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

Coordenadas cartesianas:

$$\nabla S = \frac{\partial S}{\partial x}\hat{a}_x + \frac{\partial S}{\partial y}\hat{a}_y + \frac{\partial S}{\partial z}\hat{a}_z$$

$$\nabla \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

$$\nabla \wedge \vec{F} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\hat{a}_x + \left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}\right)\hat{a}_y + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\hat{a}_z$$

$$\nabla^2 S = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2}$$

$$\nabla \wedge \vec{E} = -\partial \vec{B}/\partial t \qquad \nabla \wedge \vec{H} = \vec{J} + \partial \vec{D}/\partial t \qquad \nabla \cdot \vec{D} = \rho_\mathrm{v} \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla \cdot \vec{J} = -\partial \rho_\mathrm{v}/\partial t$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \qquad \vec{J} = \sigma \vec{E} \qquad \vec{B} = \mu \vec{H} \qquad B_\mathrm{n1} - B_\mathrm{n2} = 0 \qquad D_\mathrm{n1} - D_\mathrm{n2} = \rho_\mathrm{s}$$

$$J_\mathrm{n1} - J_\mathrm{n2} = -\partial \rho_\mathrm{s}/\partial t \qquad \vec{E}_\mathrm{t1} - \vec{E}_\mathrm{t2} = \vec{0} \qquad \vec{H}_\mathrm{t1} - \vec{H}_\mathrm{t2} = \vec{J}_\mathrm{s} \wedge \hat{n}$$

$$\vec{E} = -\nabla \varphi \qquad \varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{(1)}^{(2)} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \qquad \nabla^2 \varphi = -\rho_\mathrm{v}/\varepsilon$$

$$\varphi = \frac{\rho_\mathrm{L}}{2\pi\varepsilon} \ln\left(\frac{\rho_-}{\rho_+}\right) \qquad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon r} \qquad \varphi = \frac{V_0}{\ln(b/a)} \ln\left(\frac{b}{\rho}\right) \qquad \varphi = \frac{V_0}{(1/a - 1/b)}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right)$$

$$\vec{E} = \frac{\rho_\mathrm{L}}{2\pi\varepsilon\rho}\hat{a}_\rho \qquad \vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}\hat{a}_r \qquad \vec{E} = \frac{V_0}{\rho \ln(b/a)}\hat{a}_\rho \qquad \vec{E} = \frac{V_0}{(1/a - 1/b) r^2}\hat{a}_r$$

$$W_\mathrm{E} = \iiint_\tau \frac{1}{2}\vec{D} \cdot \vec{E}\, d\tau = \iiint_\tau \frac{1}{2}\varepsilon E^2\, d\tau = \iiint_\tau \frac{1}{2\varepsilon} D^2\, d\tau = \frac{1}{2}\iiint_{-\infty}^{+\infty} \varphi \rho_\mathrm{v}\, d\tau + \frac{1}{2}\iint_S \varphi \rho_\mathrm{s}\, dS$$

$$W_\mathrm{E} = \frac{1}{2}\sum_i V_i Q_i = \frac{1}{2}\sum_i \sum_j C_{ij} V_i V_j \qquad F_\ell = \left.\frac{\partial W_\mathrm{E}}{\partial \ell}\right|_{V = \mathrm{cte}} = -\left.\frac{\partial W_\mathrm{E}}{\partial \ell}\right|_{Q = \mathrm{cte}}$$

fio: $\vec{H} = \frac{I}{2\pi r}\hat{a}_\phi$ $\qquad$ espira circular: $\vec{H}(r = 0) = \frac{I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}}\hat{a}_z$

solenoide: $\vec{H}(r = 0) = \frac{NI}{2L}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)\,\hat{a}_z$ $\qquad$ toroide: $\vec{H} = \frac{NI}{2\pi R}\hat{a}_\phi$

$$\Psi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \qquad \Psi_j = L_j I_j + \sum_{i \neq j} M_{ji} I_i$$

$$W_\mathrm{m} = \iiint_\tau \frac{1}{2}\vec{B} \cdot \vec{H}\, d\tau = \iiint_\tau \frac{1}{2}\mu H^2\, d\tau = \iiint_\tau \frac{1}{2\mu} B^2\, d\tau$$

$$W_\mathrm{m} = \frac{1}{2}\Psi I \qquad W_\mathrm{m} = \frac{1}{2}\sum_i \Psi_i I_i \qquad W_\mathrm{m} = \frac{1}{2}\sum_i \sum_j M_{ji} I_i I_j$$

$$dW_\mathrm{fonte} = dW_\mathrm{mag} + dW_\mathrm{mec} \qquad F_\ell = \left.\frac{\partial W_\mathrm{m}}{\partial \ell}\right|_{I = \mathrm{cte}} = -\left.\frac{\partial W_\mathrm{m}}{\partial \ell}\right|_{\Psi = \mathrm{cte}}$$

$$d\vec{F} = I\, d\vec{\ell} \wedge \vec{B} \qquad F_x = -\frac{B^2 S}{2\mu_0} = -\frac{\Psi^2}{2\mu_0 S}$$