

Em todas as questões, justifique sua resposta!

NOME:----- NO. USP FINAL ÍMPAR-----

Questão 1 (4,5) Caso necessário, use que $\ln 2 \approx 0,6931$ e $\ln 3 \approx 1,0986$.

(a) (0,5) Explique por que a faixa de hipérbole H_{16}^{48} tem área maior do que 1 e menor do que 1,2.

(b) (1,0) Por que se pode assegurar que existe *um único número* $y > 1$ tal que a faixa de hipérbole H_1^y tem área igual a π ? Qual é o valor desse número y ?

(c) (1,5) Seja $f(x) = \ln(x+3) - \ln(2x+1)$.

- Determine o domínio de f .
- Exprima os valores de $f(0)$ e $f(1)$ em termos de $\ln 2$ e $\ln 3$.
- Para qual valor de x tem-se $f(x) = 0$?
- Para qual valor de x tem-se $f(x) = 1$?

(d) (1,5) Determine o conjunto solução da desigualdade $(\ln x)^2 - \ln x \leq 0$.

Questão 2 (4,5)

(a) (0,5) Determine $z \in \mathbb{C}$ tal que $iz + 2\bar{z} + 1 - i = 0$.

(b) (1,0) Simplifique a expressão $(1+i)^{48} - (1+i)^{49}$.

(c) (1,5) Mostre que se $z \in \mathbb{C}$ é tal que $1 + |z| = |1 + z|$, então $z \in \mathbb{R}$.

(d) (1,5) Determine todos os números $n \in \mathbb{N}$ tais que $(\sqrt{3} + i)^n$ é um número real.

Questão 3 (1,0) Faça sua **autoavaliação** na disciplina MAT 1513 - Laboratório de Matemática.

Refleta e escreva sobre sua dedicação, participação e aprendizado. Que nota numérica (entre 0,0 e 10,0) você se daria?