Função polinomial, função racional, função raiz e função potência

Função polinomial

Definição

Seja $b \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$. Definimos

$$\begin{cases} b^0 = 1, & se\ b \neq 0 \\ b^n = \overbrace{b \dots b}^{n-vezes}, & se\ \ n \geq 1 \end{cases}$$

Definição

Sejam $n \in \mathbb{N}$, e $a_1, a_2, \cdots, a_n$, números reais com $a_n \neq 0$. Uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_0,$$

é chamada polinômio de grau n.

Exemplo

Uma função afim $f(x) = ax + b$ *é um polinômio de grau* $n = 1$.

Exemplo

Uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ *é um polinômio de grau* $n = 2$.

Exemplo

Uma função cúbica $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ *é um polinômio de grau* $n = 3$.

Exemplo

A função $f(x) = 3x^7 + x^4 + x + 1$ *é uma função polinomial de grau* $n = 7$*.*

Exemplo

A função $f(x) = 4x^{11} + 2x^8 + 7x^6 + x^3 + 2x^2 + 3$ *é uma função polinomial de grau* $n = 11$*.*

Função racional

Definição

Uma função

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

onde $p(x)$ e $q(x)$ são polinômios é chamada uma funcão racional.
Note que o domínio de f é $D(f) = D(p) \cap D(q) - \{x; q(x) = 0\}$.

Exemplo

A função

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^7 + 8x - 1}$$

é uma função racional.

Exemplo

A função

$$f(x) = \frac{x^{10} + 9x^6 + 1}{x - 1}$$

é uma função racional.

Função raiz enésima

Definição

Sejam $n \in \mathbb{N}$ *par,* $b \in \mathbb{R}$ *e* $b \geq 0$*. A raiz-enésima positiva de b é definida como sendo o único número real não negativo c tal que* $c^n = b$*. Denotamos* $\sqrt[n]{b} = b^{\frac{1}{n}} = c$.

Definição

Sejam $n \in \mathbb{N}$ *impar,* $b \in \mathbb{R}$ *. A raiz-enésima de b é definida como sendo o único número real c tal que* $c^n = b$*. Denotamos* $\sqrt[n]{b} = b^{\frac{1}{n}} = c$.

Definição

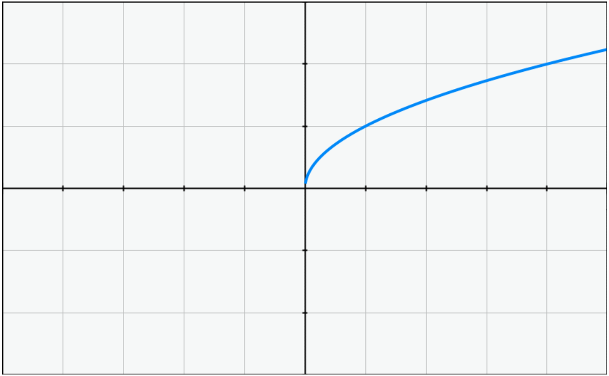
Seja $n \in \mathbb{N}$ e n par. A função $f : [0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$ é chamada raiz enésima.

Exemplo

1) $n = 2$, $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$
2) $n = 4$, $f(x) = \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}}$
3) $n = 6$, $f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$

Observação: Os gráficos destas funções tem o seguinte formato:

Gráfico de $f(x) = \sqrt{x}$



Definição

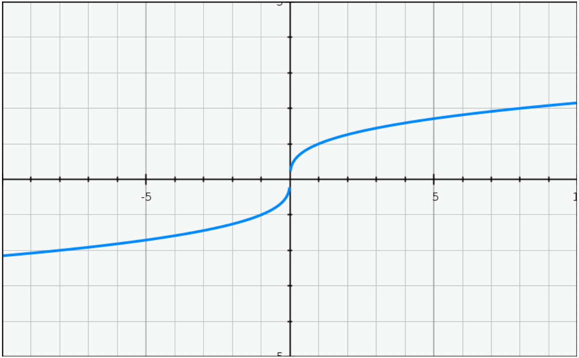
Seja $n \in \mathbb{N}$ e n impar. A função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$ é chamada raiz enésima.

Exemplo

1) $n = 3$, $f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$
2) $n = 5$, $f(x) = \sqrt[5]{x} = x^{\frac{1}{5}}$
3) $n = 7$, $f(x) = \sqrt[7]{x} = x^{\frac{1}{7}}$

Observação: Os gráficos destas funções tem o seguinte formato:

Gráfico de $f(x) = \sqrt[3]{x}$



Função potência

Definição

Seja $a \in \mathbb{R}$. A função $f(x) = x^a$ é chamada de função potência.

Exemplo

1) $a = n \in \mathbb{N}$, $f(x) = x^n$, *polinômio de grau* n
2) $a = \frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}$, $f(x) = x^{\frac{1}{n}}$, *raiz-enésima.*
3) $a = -1$, $f(x) = x^{-1} = \frac{1}{x}$.
4) $a = -2$, $f(x) = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$.

Gráficos de $f(x) = x^2$ e $g(x) = x^3$

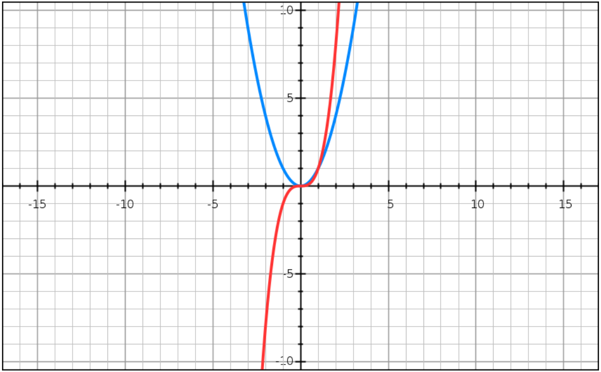


Gráfico de $f(x) = \dfrac{1}{x}$

Gráfico de $f(x) = \frac{1}{x^2}$