**IME-USP**
MAT105 – Geometria Analítica
T42 (IME) – Profa. Ana Paula Jahn

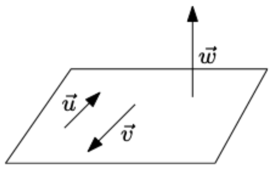
**Lista Complementar 1 – LI, LD, Bases**

**1)** Se possível, represente. Se impossível, explique por quê.

a. $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ LD, $\{\vec{v}, \vec{w}\}$ LI e $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ LD.
b. $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ LD, $\{\vec{v}, \vec{w}\}$ LI e $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ LI.
c. $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ LD, $\{\vec{u}, \vec{w}\}$ LD e $\{\vec{v}, \vec{w}\}$ LI.
d. $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ LI, $\{\vec{u}, \vec{w}\}$ LI e $\{\vec{v}, \vec{w}\}$ LD.

**2)** Responda verdadeiro ou falso e justifique.

a. ( ) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ implica que $A$, $B$ e $C$ são colineares.
b. ( ) Se os quatro pontos $A$, $B$, $C$ e $D$ são não coplanares, então os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{CD}$ também são não coplanares.
c. ( ) Os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, na figura abaixo, são coplanares. (Aqui $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são paralelos.)




d. O ângulo entre as projeções $proj_{\vec{u}}\, \vec{v}$ e $proj_{\vec{v}}\, \vec{u}$ é igual ao ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

**3)** Prove que:

a. se $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é LD, então $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é LD para qualquer $\vec{w} \in V^3$.
b. se $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é LI, então $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é LI.
c. $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é LD $\Longleftrightarrow \{\vec{u} - \vec{v}, \vec{u} + \vec{v}\}$ é LD.
d. $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é LI $\Longleftrightarrow \{\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}\}$ é LI.

**4)** Em cada caso, verifique se os pontos dados são colineares:

(a) $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, 2, 0)$ e $C = (0, -2, 2)$;
(b) $A = (0, 1, -1)$, $B = (1, 2, 0)$ e $C = (0, 2, 1)$;
(c) $A = (3, 1, 4)$, $B = (2, 7, 1)$ e $C = (0, 1, 5)$;

**5)**

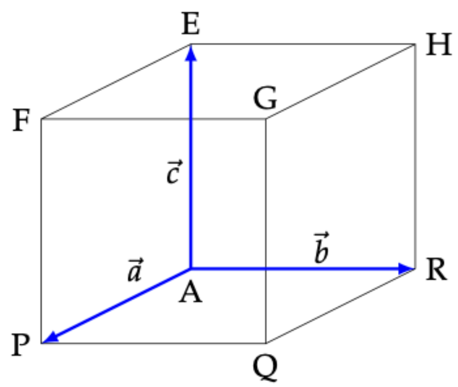
É possível escrever $(0, 0, 1)$ como combinação linear de $(1, 2, 1)$, $(1, 0, 1)$ e $(1, 1, 1)$? Se quatro vetores de $V^3$ são sempre LD, como interpretar a resposta anterior?

**6)**

Sejam $OABC$ um tetraedro e M o ponto médio de $BC$. Explique por que $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$ é base e determine as coordenadas de $\overrightarrow{AM}$ nessa base.

**7)**

A figura abaixo é um cubo e $B = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$ é uma base.




a. Demonstre, algebricamente, que $C = \{\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AH}\}$ é uma base.
b. Determine, na base $B$, as coordenadas do vetor $\overrightarrow{x} = (1, 2, -2)_C$.
c. Se $\overrightarrow{y} = 3\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$, quais as coordenadas de $\overrightarrow{y}$ na base $C$?

**8)**

Sejam $\vec{u} = (1, 1, 1)$, $\vec{v} = (0, 1, 1)$ e $\vec{w} = (1, 1, 0)$ vetores no espaço. Encontre as componentes de um vetor $\vec{z} = (a, b, c)$ na base formada por $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$.