

# Motores de indução (MOT12)

Princípios de funcionamento, ligações, operação e partida

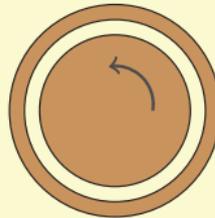
Eletrotécnica Geral

Depto. de Engenharia de Energia e Automação Elétricas  
Escola Politécnica da USP

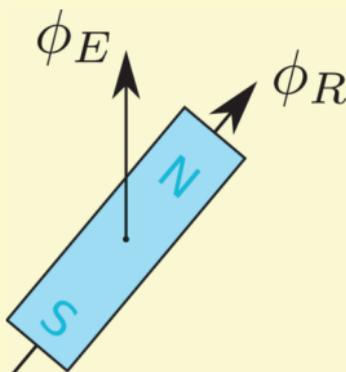
6 de março de 2017

# Conceitos básicos

- Motor: converte energia elétrica em energia mecânica
- Gerador: converte energia mecânica em energia elétrica
- Estator: parte estacionária da máquina
- Rotor: parte rotativa da máquina
- Entreferro (*air-gap*): espaço entre o estator e o rotor, percorrido pelas linhas de fluxo magnético



# Fluxos magnéticos no estator e rotor



- Máquinas de corrente contínua:
  - $\phi_E$  tem direção fixa
  - $\phi_R$  muda de direção em função de um comutador
- Máquinas de corrente alternada (síncronas e assíncronas):
  - $\phi_E$  gira com velocidade constante
  - $\phi_R$  segue  $\phi_E$
- Máquina síncrona: Rotor gira à mesma velocidade de  $\phi_E$  e  $\phi_R$
- Máquina assíncrona (indução): Rotor gira a uma velocidade ligeiramente inferior à de  $\phi_E$  e  $\phi_R$

# Equação de Lorentz - força em uma espira fechada

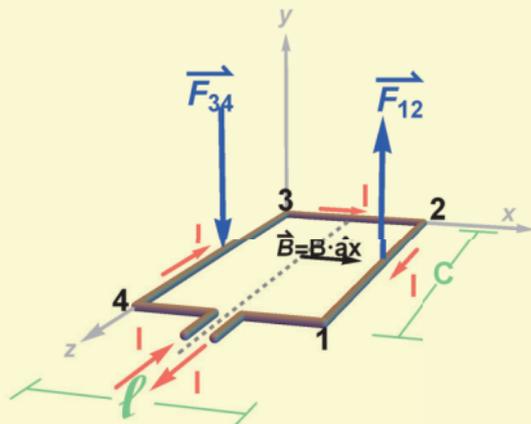
$$\vec{dF} = I \cdot d\vec{L} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_{12} = I \cdot C(a\hat{z}) \times (B \cdot a\hat{x}) = I \cdot C \cdot B \cdot a\hat{y}$$

$$\vec{F}_{23} = I \cdot \ell(a\hat{x}) \times (B \cdot a\hat{x}) = 0$$

$$\vec{F}_{34} = I \cdot C(-a\hat{z}) \times (B \cdot a\hat{x}) = -I \cdot C \cdot B \cdot a\hat{y}$$

$$\vec{F}_{41} = I \cdot \ell(-a\hat{x}) \times (B \cdot a\hat{x}) = 0$$

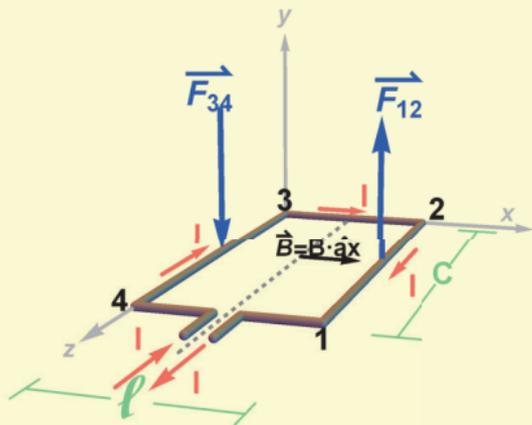


# Torque em uma espira fechada

$$\vec{T} = \frac{\ell}{2} \cdot a\hat{x} \times \vec{F}_{12} + \frac{\ell}{2} \cdot (-a\hat{x}) \times \vec{F}_{34}$$

$$\vec{T} = \ell \cdot I \cdot z \cdot B \cdot a\hat{z}$$

- O torque gerado pela corrente tende a girar a espira no sentido anti-horário

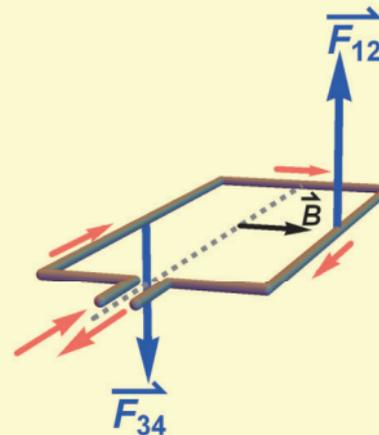


# Como manter o movimento giratório?

Máquina CC

O sentido das correntes é invertido logo após o ponto de equilíbrio.

O mecanismo para essa inversão (anéis comutadores) está fora do escopo dessa aula.

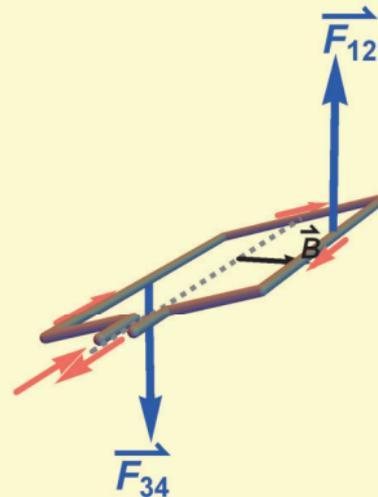


# Como manter o movimento giratório?

Máquina CC

O sentido das correntes é invertido logo após o ponto de equilíbrio.

O mecanismo para essa inversão (anéis comutadores) está fora do escopo dessa aula.

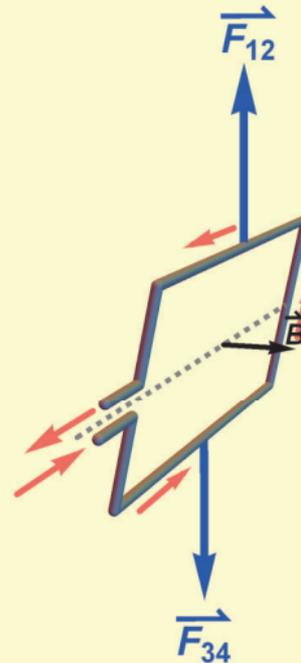


# Como manter o movimento giratório?

## Máquina CC

O sentido das correntes é invertido logo após o ponto de equilíbrio.

O mecanismo para essa inversão (anéis comutadores) está fora do escopo dessa aula.

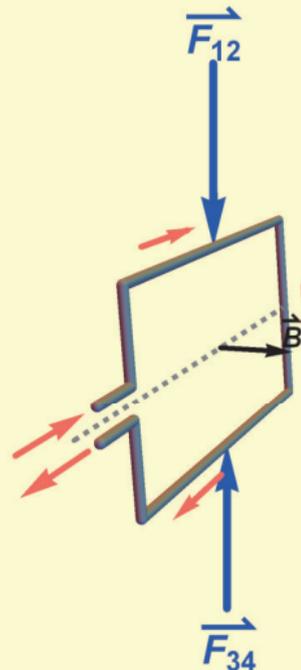


# Como manter o movimento giratório?

Máquina CC

O sentido das correntes é invertido logo após o ponto de equilíbrio.

O mecanismo para essa inversão (anéis comutadores) está fora do escopo dessa aula.

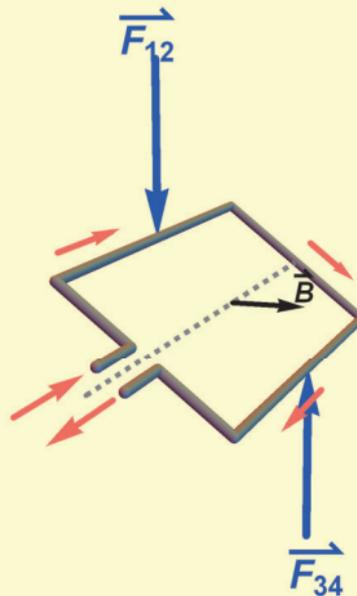


# Como manter o movimento giratório?

Máquina CC

O sentido das correntes é invertido logo após o ponto de equilíbrio.

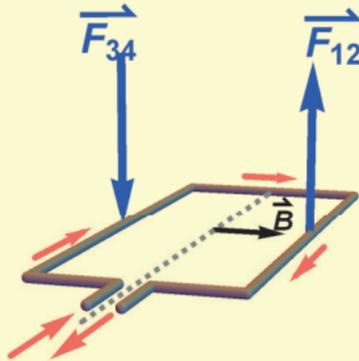
O mecanismo para essa inversão (anéis comutadores) está fora do escopo dessa aula.



Força e torque

# Como manter o movimento giratório?

Máquina CA

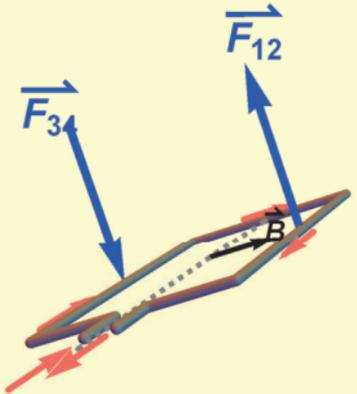


Campo  $\vec{B}$  gira continuamente

Força e torque

# Como manter o movimento giratório?

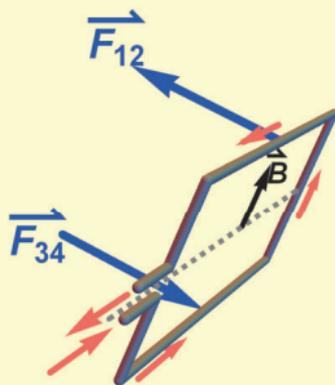
Máquina CA



Campo  $\vec{B}$  gira continuamente

# Como manter o movimento giratório?

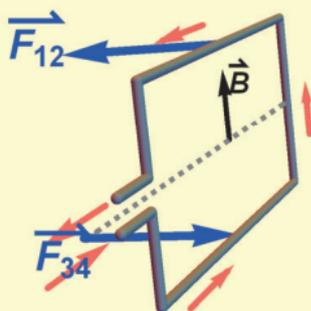
Máquina CA



Campo  $\vec{B}$  gira continuamente

# Como manter o movimento giratório?

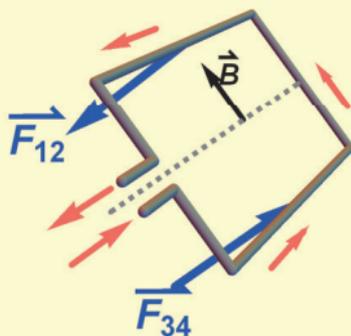
Máquina CA



Campo  $\vec{B}$  gira continuamente

# Como manter o movimento giratório?

Máquina CA

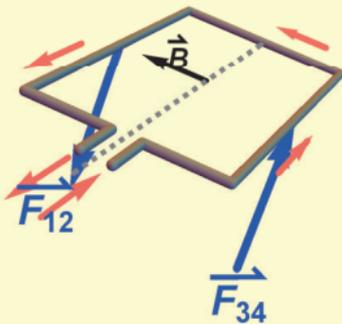


Campo  $\vec{B}$  gira continuamente

Força e torque

# Como manter o movimento giratório?

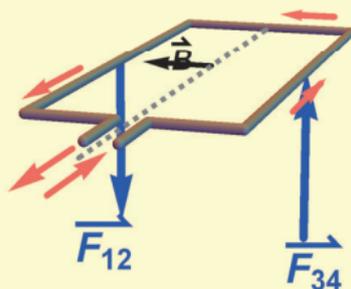
Máquina CA



Campo  $\vec{B}$  gira continuamente

# Como manter o movimento giratório?

Máquina CA



Campo  $\vec{B}$  gira continuamente

## Campo magnético girante

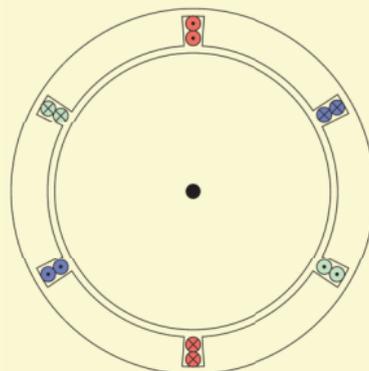
- Soma vetorial do campo produzido pelas bobinas de cada fase

$$\vec{H}_{res} = \vec{H}_A + \vec{H}_B + \vec{H}_C$$

$$\vec{H}_A = H(\cos \omega t) [\hat{a}_x]$$

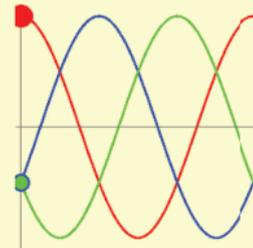
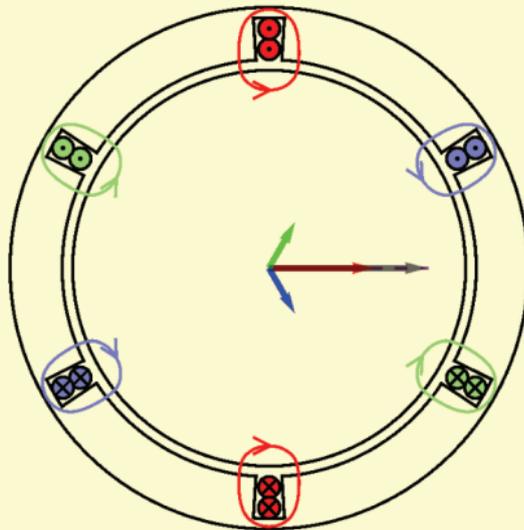
$$\vec{H}_B = H(\cos \omega t - 120^\circ) [\cos(120^\circ)\hat{a}_x + \sin(120^\circ)\hat{a}_y]$$

$$\vec{H}_C = H(\cos \omega t + 120^\circ) [\cos(-120^\circ)\hat{a}_x + \sin(-120^\circ)\hat{a}_y]$$



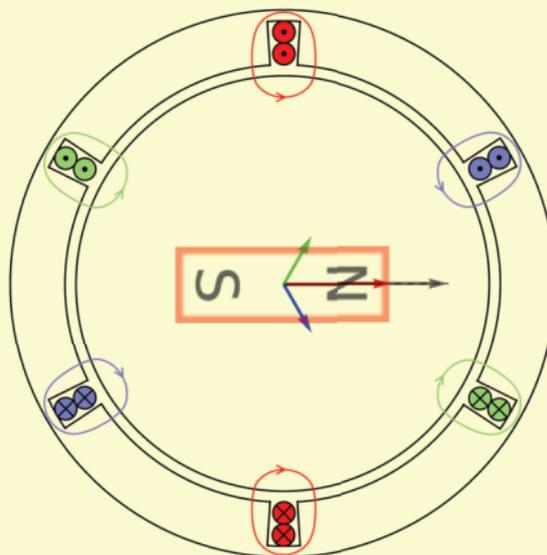
Campo girante

# Campo magnético girante - ilustração



Campo girante

# Campo magnético girante - ilustração (cont.)



## Decomposição de $H(t)$ no eixo $x$

$$\vec{H}_A = H(\cos \omega t) [\hat{a}_x]$$

$$\vec{H}_B = H(\cos \omega t - 120^\circ) [\cos(120^\circ)\hat{a}_x + \sin(120^\circ)\hat{a}_y]$$

$$\vec{H}_C = H(\cos \omega t + 120^\circ) [\cos(-120^\circ)\hat{a}_x + \sin(-120^\circ)\hat{a}_y]$$

$$H_{res,x} = H \cos \omega t$$

$$+ H [\cos(\omega t) \cos(120^\circ) + \cancel{\sin(\omega t) \sin(120^\circ)}] \cos(120^\circ)$$

$$+ H [\cos(\omega t) \cos(120^\circ) - \cancel{\sin(\omega t) \sin(120^\circ)}] \cos(-120^\circ)$$

$$= H \cos \omega t (1 + 2 \cdot \cos 120^\circ \cdot \cos 120^\circ) = H \cos \omega t \left( 1 + 2 \cdot \frac{-1}{2} \cdot \frac{-1}{2} \right)$$

$$= \frac{3}{2} H \cos \omega t$$

## Decomposição de $H(t)$ no eixo $y$

$$\vec{H}_A = H(\cos \omega t) [\hat{a}_x]$$

$$\vec{H}_B = H(\cos \omega t - 120^\circ) [\cos(120^\circ)\hat{a}_x + \sin(120^\circ)\hat{a}_y]$$

$$\vec{H}_C = H(\cos \omega t + 120^\circ) [\cos(-120^\circ)\hat{a}_x + \sin(-120^\circ)\hat{a}_y]$$

$$\begin{aligned} H_{res,y} &= H \left[ \cancel{\cos(\omega t) \cos(120^\circ)} + \sin(\omega t) \sin(120^\circ) \right] \sin(120^\circ) \\ &\quad + H \left[ \cancel{\cos(\omega t) \cos(120^\circ)} - \sin(\omega t) \sin(120^\circ) \right] \sin(-120^\circ) \\ &= 2H \sin \omega t \cdot \sin 120^\circ \cdot \sin 120^\circ = 2H \sin \omega t \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{3}{2} H \sin \omega t \end{aligned}$$

## Campo magnético girante (cont.)

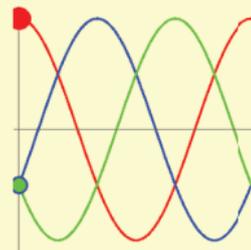
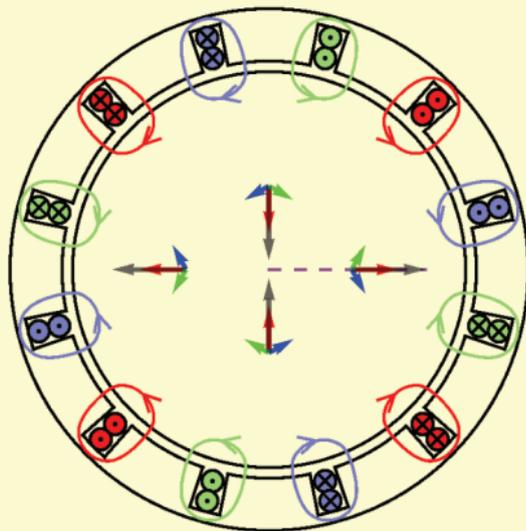
- Portanto:

$$\vec{H}_{res} = \frac{3}{2}H \left[ \cos(\omega t)\hat{x} + \sin(\omega t)\hat{y} \right]$$

- H gira com velocidade  $\omega$  no sentido anti-horário

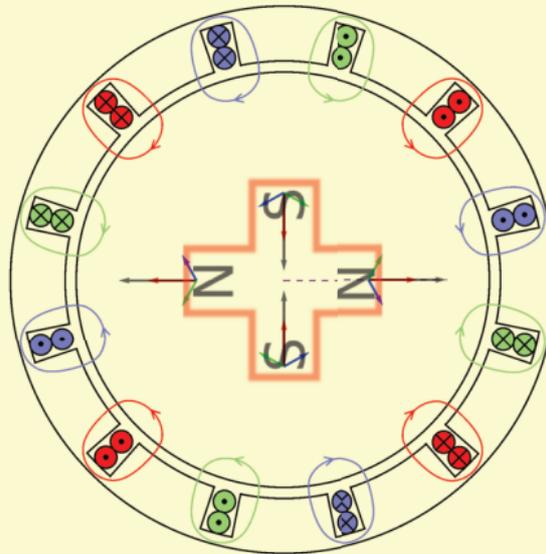
Campo girante

# Campo girante, máquina com quatro polos



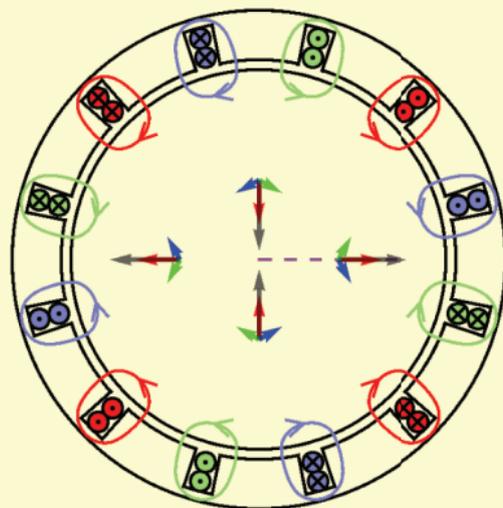
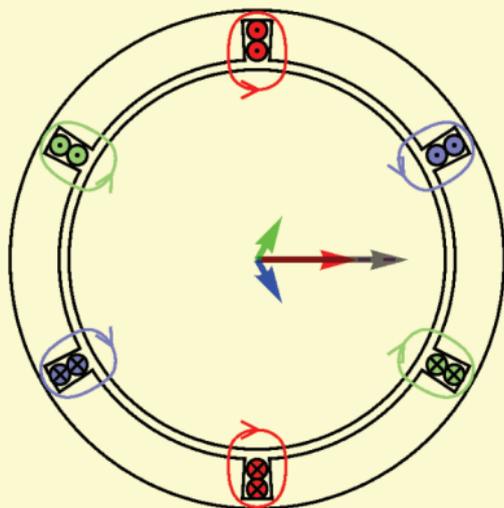
Campo girante

# Campo girante, máquina com quatro polos



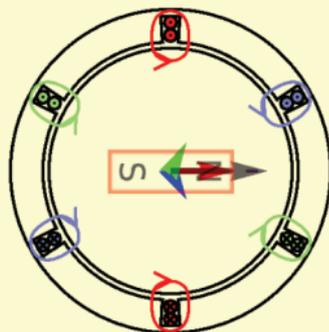
Campo girante

# Comparação 2 e 4 polos



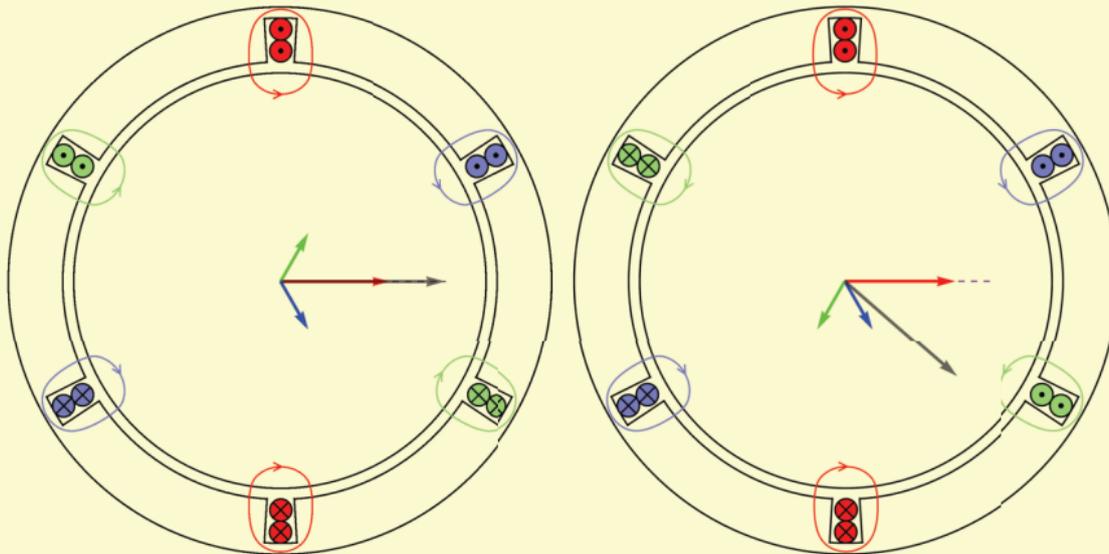
Campo girante

# 6 polos, 8 polos...



Campo girante

# Ligação correta x incorreta, 2 polos



## Velocidade e pares de polos

- A velocidade do campo girante é proporcional ao inverso do número de pares de polos, isto é:

$$\omega_s = \frac{2\pi f}{p} \quad \longrightarrow \quad n_s = \frac{60 \cdot f}{p}$$

$[rad/s]$ 
 $[rpm]$

- Exemplos:
  - $f=60$  Hz,  $p=1$  (2 polos)  $\rightarrow \omega_s = 2\pi 60$  rad/s,  $n_s = 3600$  rpm
  - $f=60$  Hz,  $p=2$  (4 polos)  $\rightarrow \omega_s = 2\pi 30$  rad/s,  $n_s = 1800$  rpm

# Máquina assíncrona (de indução)



- Tensão induzida na espira

$$e_{ind} = \left( \vec{v} \times \vec{B} \right) \cdot \vec{C}$$

- Tensão induzida resulta em corrente  $i_{esp}$  na espira
- Geração de  $\vec{B}_{esp}$  ( $\phi_{esp}$ ) a partir de  $i_{esp}$

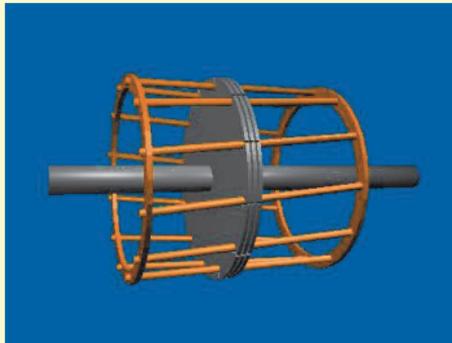
## Campo girante

- A força eletromotriz induzida no enrolamento do rotor pode ser calculada a partir da equação de Lorentz e da definição de potencial elétrico:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \underbrace{\vec{vel} \times \vec{B}}_{\substack{\text{dimensão} \\ \text{de campo} \\ \text{elétrico}}})$$

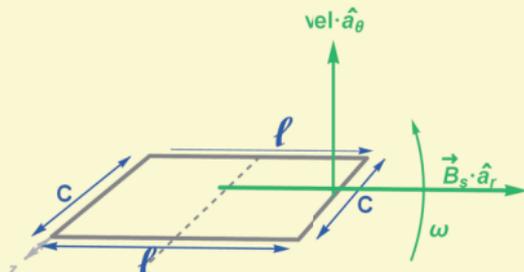
## Tipos de rotores

- Gaiola de esquilo (*squirrel cage*)
- Rotor com anéis deslizantes (rotor bobinado)
  - Acesso externo às bobinas do rotor



'Squirrel cage' by en:User:Meggar. Licensed under CC BY-SA 3.0 via Wikimedia Commons  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Squirrel-cage\\_rotor](https://en.wikipedia.org/wiki/Squirrel-cage_rotor)  
<http://gemotors.com.br/products/motors/wound/>

## Campo girante



- $\vec{vel}$  é a velocidade (tangencial) relativa entre o rotor e a densidade de fluxo girante. A sua relação com a velocidade de rotação  $\omega = \omega_s - \omega_r$  (relativa entre a espira e o campo do estator) é dada por:

$$\omega = \frac{vel}{\ell/2} \longrightarrow \vec{vel} = \omega \cdot \frac{\ell}{2} \hat{a}_\theta$$

- A força eletromotriz é dada por:

$$e = \left( \omega \frac{\ell}{2} \hat{a}_\theta \times B \cdot \hat{a}_r \right) C (-\hat{a}_z) = -\omega \frac{\ell}{2} \cdot B \cdot C = -(\omega_s - \omega_r) \frac{\ell}{2} \cdot B \cdot C$$

- Se o rotor estiver parado ( $\omega_r = 0$ ), o campo girante "enxerga" o campo  $\vec{B}$  girando à velocidade síncrona  $\omega_s$

$$\vec{vel}_0 = \omega_s \frac{\ell}{2} \hat{a}_\theta \longrightarrow e_0 = \left( \vec{vel}_0 \times \vec{B} \cdot \right) dL = vel_0 \cdot B \cdot C$$

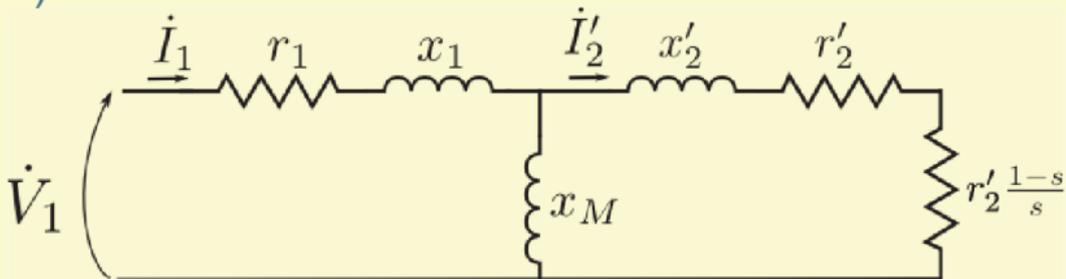
# Escorregamento

- Quantifica a diferença de velocidade do campo girante (velocidade síncrona) e a velocidade do rotor:

$$s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} (\times 100\%)$$

- rotor parado,  $s=1$
- $\omega_r \rightarrow \omega_s, s \rightarrow 0$

# Circuito equivalente de um motor de indução (por fase)



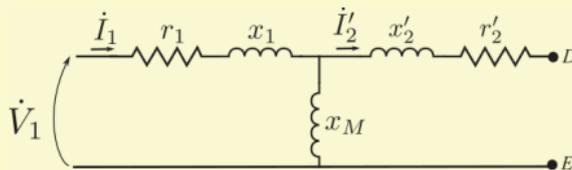
- $r_1, r'_2$ : perdas Joule nas bobinas do estator e rotor, respectivamente;
- $x_1, x'_2$ : reatâncias de dispersão das bobinas do estator e rotor, respectivamente;
- $x_M$ : reatâncias de magnetização – alinhamento dos domínios magnéticos do estator e rotor;
- $r'_2 \frac{1-s}{s}$ : a potência elétrica dissipada nesse elemento representa a potência mecânica convertida no rotor (potência útil+perdas mecânicas).

# Analogias do circuito elétrico equivalente,

$s \rightarrow 0, (\omega_r \rightarrow \omega_s)$

Circuito elétrico equivalente

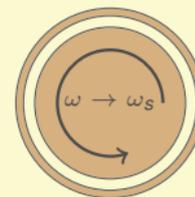
$$r'_2 \frac{1-s}{s} \rightarrow \infty$$



$$P_{elet(DE)} = V \cdot I \cdot \cos \phi = 0$$

Motor elétrico

Carga mecânica  $\rightarrow 0$  no eixo

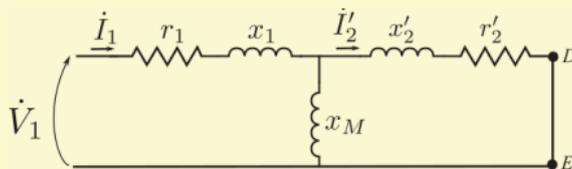


$$P_{mec} = T \cdot \omega_r = 0$$

# Analogias do circuito elétrico equivalente, $s = 1, (\omega_r = 0)$

Circuito elétrico equivalente

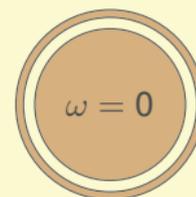
$$r'_2 \frac{1-s}{s} = 0$$



$$P_{elet(DE)} = \cancel{V} \cdot \cancel{I} \cos \phi = 0$$

Motor elétrico

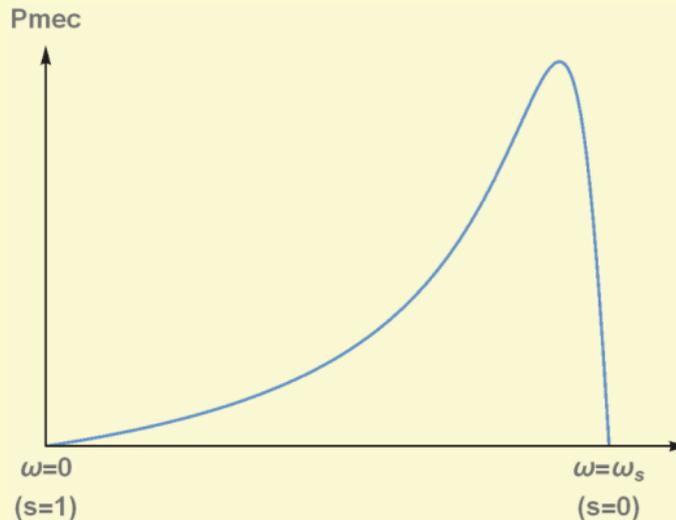
Giro do rotor bloqueado



$$P_{mec} = T \cdot \cancel{\omega_r} = 0$$

Potencia trifásica em  $r'_2 \frac{1-s}{s} \propto P_{mec}$

$$P_{mec} = 3 \cdot |I'_2|^2 r'_2 \frac{1-s}{s}, \quad \text{rendimento} = \eta = \frac{P_{mec}}{P_{elet, entrada}}$$



## Potência mecânica de saída de um motor

$$P_{mec} = \frac{d\text{Trabalho}}{dt} = \frac{d(F \cdot d)}{dt} = F \cdot vel = F \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \omega_r$$

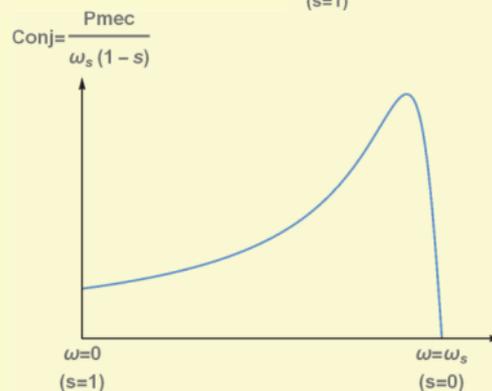
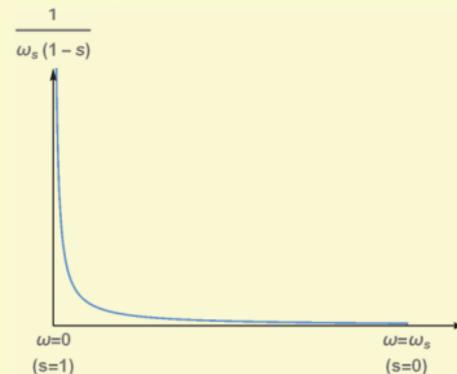
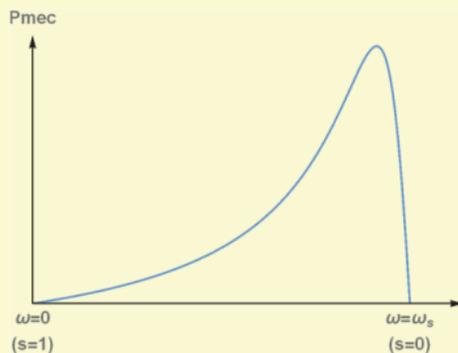
$$P_{mec} = T \cdot \omega_r$$

$$\text{Conjugado} = T = \frac{P_{mec}}{\omega_r} = \frac{P_{mec}}{(1-s)\omega_s}$$

- Conjugado = torque (sinônimos)

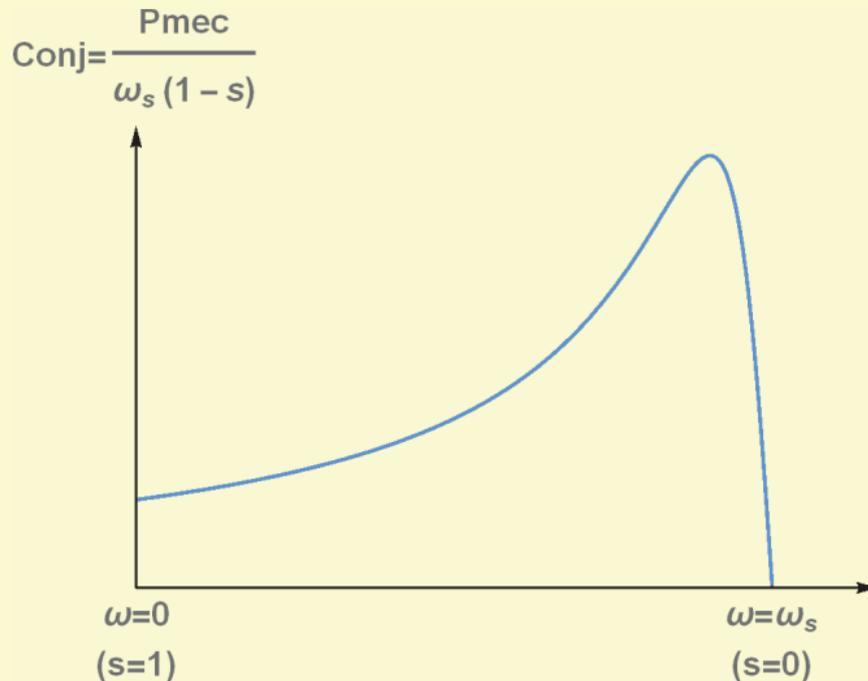
Potência mecânica

# Potencia mecânica, $1/\omega_r$ , Conjugado



Potência mecânica

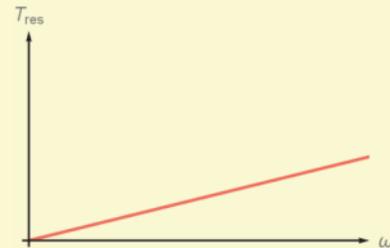
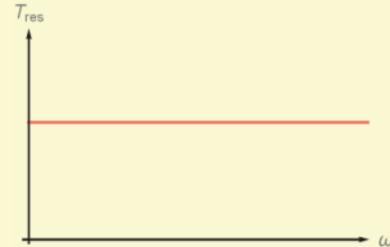
# Curva conjugado x velocidade



Cargas mecânicas

# Cargas mecânicas, torque resistente

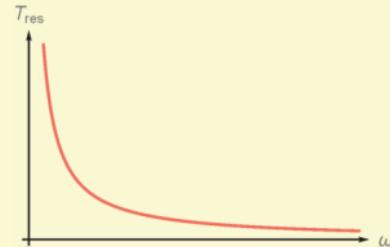
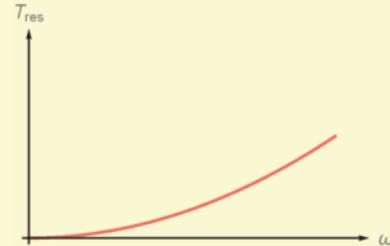
- Conjugado constante
  - ex. transportadores de correias sob carga constante
  
- Conjugado com variação linear com a rotação
  - ex. moinhos



Cargas mecânicas

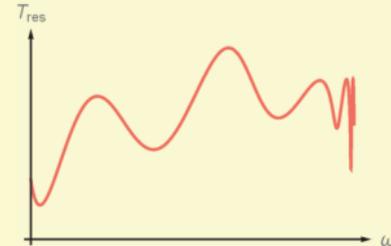
# Cargas mecânicas (continuação)

- Conjugado com variação quadrática com a rotação
  - ex. ventiladores
  
- Conjugado que varia inversamente com a rotação
  - ex. fresadoras



# Outros tipos de cargas mecânicas

- Conjugado bastante variável
  - ex. forno rotativo

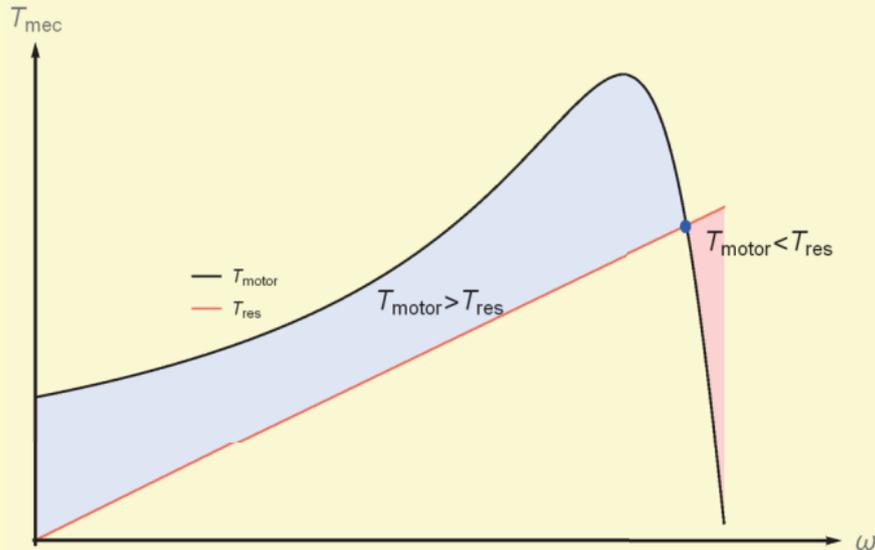


- Cargas com baixíssimos conjugados (volantes)
  - ex. armazenamento de energia



## Modos de funcionamento

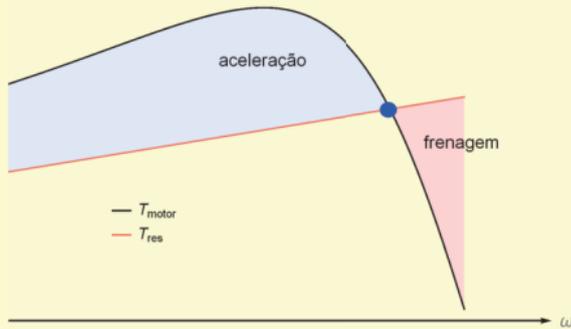
- Aceleração:  $T_{motor} > T_{res}$
- Frenagem:  $T_{motor} < T_{res}$
- Velocidade constante:  $T_{motor} = T_{res}$



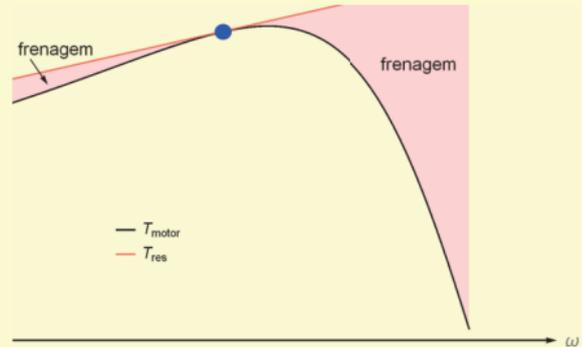
Operação

# Funcionamento estável/instável

Torque máximo admissível



● estável



● instável

# Funcionamento estável/instável

