

1. Ache a transformada de Laplace das seguintes funções:

1.  $f(t) = 2 + 3 \sin(2t)$

2.  $f(t) = e^{2t} \sin(3t)$

3.  $f(t) = t^2 e^{i\omega t}$

2. Achar a antitransformada (inversa da transformada de Laplace) das seguintes funções de variáveis complexas.

1.  $F(s) = \frac{1}{s^3 + 4s}$

2.  $F(s) = \frac{s+1}{s^2 - 8s + 12}$

3.  $F(s) = \frac{1}{s-1} \frac{s+5}{s^3 + 3s}$

3. Achar a função resposta ao impulso e a função de transferência do sistema linear

$$\dot{x}_1 = x_1 + x_2$$

$$\dot{x}_2 = 2x_2 + u$$

$$y = x_1 - x_2$$

4. Encontrar uma realização da função de transferência:

$$T(s) = \frac{1}{s^2 - 2s + 1}$$

que seja controlável e observável.

5. Resolver a seguinte equação diferencial ordinária usando a técnica da transformada de Laplace:

$$y'' - y = t$$
$$y(0) = 1 \quad y'(0) = 1$$

6. Mostre que se  $(A, B, C)$  for uma realização controlável e observável de uma função resposta ao impulso  $\Psi(t)$ , então para qualquer outra realização  $(A_1, B_1, C_1)$  temos  $\dim A_1 \geq \dim A$ .

7. Suponha que a função de transferência de um sistema seja

$$T(z) = \frac{1}{z - a} + \frac{1}{(z - b)^2}$$

com  $a$  e  $a$  reais. Qual é a função resposta ao impulso, e construa uma realização.

8. Encontre, se for possível, uma realização da função resposta ao impulso  $\Psi(t) = \sin(2t)$ , controlável e observável.

9. Mostre que a realização de uma função resposta ao impulso  $\psi(t)$  não é única.

10. Verifique que a matriz  $T(z)$  abaixo é uma função de transferência e ache uma realização

$$T(z) = \begin{bmatrix} \frac{1}{z^2+\omega^2} & \frac{2\omega}{z(z^2+\omega^2)} \\ \frac{-2\omega}{z(z^2+\omega^2)} & \frac{z^2-3\omega^2}{z^2(z^2+\omega^2)} \end{bmatrix}$$