

Fonte: <https://ctec.ufal.br/professor/enl/aurb006/apostilas/Vetores%20-%20Produto%20Escalar.pdf> Acesso em 30/06/2020

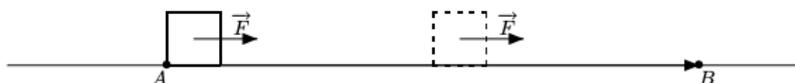
## Projeção ortogonal de Vetor

### Aplicações na Física

O conceito de projeção ortogonal que acabamos de estudar está ligado a um importante conceito de Física.

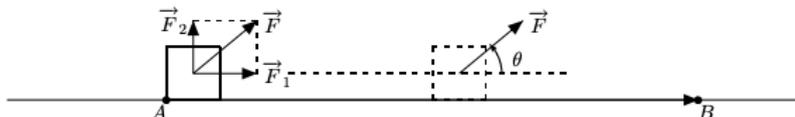
Imaginemos que uma partícula (um corpo) se desloca numa trajetória retilínea, sujeita a uma força  $\vec{F}$  constante, na direção e sentido do deslocamento.

Considerando  $A$  e  $B$  dois pontos desta trajetória, o estabelecimento de um sentido do deslocamento de  $A$  para  $B$  permite considerar o *vetor deslocamento* representado pelo segmento orientado  $\vec{AB}$ , com  $|\vec{AB}| =$  distância deslocada.



Se  $\vec{F}$  um vetor paralelo ao deslocamento, com intensidade constante ( $|\vec{F}|$  constante), o *trabalho realizado por  $\vec{F}$  no deslocamento de  $A$  para  $B$*  é definido como  $\pm |\vec{F}| |\vec{AB}|$ , onde o sinal é negativo se a força  $\vec{F}$  atua no sentido oposto ao deslocamento. Neste caso, dizemos que  $\vec{F}$  realiza um trabalho contra o deslocamento.

Considere agora uma força  $\vec{F}$  constante, mas de direção não paralela ao vetor  $\vec{AB}$ , agindo sobre a partícula (corpo) durante o deslocamento. Seja  $\theta$  o ângulo que  $\vec{F}$  faz com o deslocamento  $\vec{AB}$ .



Neste caso geral,  $\vec{F}$  se decompõe como  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ , em que  $\vec{F}_1$  é a componente paralela ao deslocamento  $\vec{AB}$  e  $\vec{F}_2$  é a componente ortogonal ao deslocamento. A componente  $\vec{F}_2$  não contribui para o trabalho realizado por  $\vec{F}$ , e é a componente  $\vec{F}_1$ , na direção de  $\vec{AB}$  que realiza.

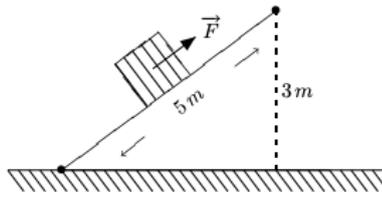
O trabalho realizado por  $\vec{F}$  durante o deslocamento  $\vec{AB}$  é dado por  $T = \vec{F} \cdot \vec{AB} = |\vec{F}| |\vec{AB}| \cos \theta$ , onde  $\theta = \angle(\vec{F}, \vec{AB})$ .

Notemos que, sendo  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$  com  $\vec{F}_2 \perp \vec{AB}$ , temos que  $T = \vec{F} \cdot \vec{AB} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \cdot \vec{AB} = \vec{F}_1 \cdot \vec{AB} + \vec{F}_2 \cdot \vec{AB} = \vec{F}_1 \cdot \vec{AB}$  que é o trabalho realizado pela  $\vec{F}_1$ .

É claro que se  $\theta$  for obtuso,  $\cos \theta < 0$  e teremos que o trabalho é realizado contra o sentido do deslocamento.

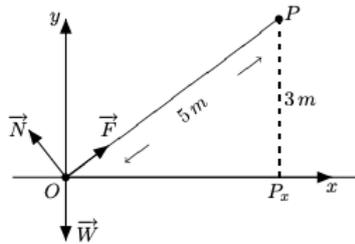
Na Física, quando a intensidade da força é medida em  $N$  (Newton) e a distância deslocada é medida em  $m$  (metros) então o trabalho é uma grandeza escalar medida em  $J$  (joules) =  $N \times m$ .

EXEMPLO: Um bloco de massa igual a 10kg vai ser deslocado de baixo para cima em uma rampa



inclinada de 5 metros de comprimento, cuja extremidade superior está 3 metros acima do solo. Supondo as superfícies em contato sem atrito, qual é o trabalho que será realizado pela força paralela ao plano inclinado que faz o bloco subir com velocidade constante? (cf. Halliday-Resnick, Física)

Para modelar a situação-problema de modo que envolva todos os dados apropriadamente, vamos fixar um sistema de coordenadas cartesianas no plano de perfil do problema, reduzindo-o a um problema bi-dimensional.



Considere o seguinte sistema, em que  $O$  e  $P$  representam as extremidades da rampa e  $Ox$  esteja no nível horizontal. Como o movimento rampa acima não é acelerado (observe que o bloco deve subir com velocidade constante), a resultante das forças que atuam sobre o bloco é o vetor nulo, isto é, as forças estão em equilíbrio. Tais forças são: o peso  $\vec{W}$ , a componente  $\vec{F}$  paralela à rampa da força que faz o bloco subir, e a componente  $\vec{N}$  normal à rampa da dita força.

O peso  $\vec{W}$  é dado por  $\vec{W} = (0, -mg)$ , onde  $m$  é a massa em kg e  $g = 9.8m/s^2$  é a aceleração da gravidade. Logo,  $\vec{W} = (0, -98)$  no sistema fixado.

O equilíbrio das forças implica que devemos ter  $\vec{F} + \vec{N} = -\vec{W}$ . A força  $\vec{N}$  não realiza trabalho no sentido do deslocamento  $\vec{OP}$ , por ser ortogonal a este. Então o trabalho realizado por  $\vec{F}$  ao subir a rampa de  $O$  a  $P$  é dado por:

$$\vec{F} \cdot \vec{OP} = (\vec{F} + \vec{N}) \cdot \vec{OP} = (-\vec{W}) \cdot \vec{OP} = -(0, -98) \cdot (4, 3) = +294J.$$

Obs: Como  $|\vec{OP}| = 5$  e  $P = (P_x, 3)$ , temos que  $P_x = 4$  e portanto,  $\vec{OP} = (4, 3)$ .

Isto quer dizer que o trabalho realizado é de 294 joules contra a gravidade.