Exercícios - Integral de superfície de campos vetoriais

(1) Calcule $\int\int_S \vec{F}.\vec{n}dS$, sendo $\vec{F} = x\vec{i} + (y+z)\vec{j} - z^2\vec{k}$, e S a parte da superfície cilíndrica $(x-1)^2 + y^2 = 1$, com $1 \leq z \leq 3$, orientada com campo normal $\vec{n}$ se afastando do seu eixo.

(2) Calcule o fluxo do campo $\vec{v} = z\vec{i} + x\vec{j} - 3yz^2\vec{k}$ (isto é, a integral $\int\int_S \vec{v}.\vec{n}dS$), sobre a parte do cilindro $x^2 + y^2 = 16$ que está no primeiro octante, entre os planos $z = 0$ e $z = 5 - y$, com orientação normal que aponta para o eixo z.

(3) Calcule $\int\int_S \vec{F}.\vec{n}dS$, sendo $\vec{F} = rot(\vec{v})$, com $\vec{v} = (x^2 + y - 4)\vec{i} + 3xy\vec{j} + (2xz - z^2)\vec{k}$, e S a semi-esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, e $z \geq 0$, e campo normal $\vec{n}$ tal que $\vec{n}.\vec{k} \geq 0$.
Para lembrar: se $\vec{v}(x,y,z) = P(x,y,z)\vec{i} + Q(x,y,z)\vec{j} + R(x,y,z)\vec{k}$ então $rot(\vec{v})$ é definido por

$$rot(\vec{v}) = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{bmatrix}$$

(4) Calcule $\int\int_S \vec{v}.\vec{n}dS$, sendo $\vec{v} = xz\vec{i}$ e S a parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, que está fora do cilindro $x^2 + y^2 = 1$, no primeiro octante, com normal $\vec{n}$ apontando para fora.

(5) Calcule $\int\int_S \vec{v}.\vec{n}dS$, sendo $\vec{v} = 2x\vec{i} - 3y\vec{j} + 5z\vec{k}$ e S a superfície fechada, fronteira da região limitada pelo parabolóide $z = 4 - x^2 - y^2$ e pelo plano xy, orientada com campo normal exterior.

(6) Calcule $\int\int_S \vec{F}.\vec{n}dS$, sendo $\vec{F}(x,y,z) = x\vec{i} + y\vec{j} + 3z\vec{k}$ e S a parte do cone $z^2 = x^2 + y^2$, com $0 \leq z \leq 2$ orientada com normal $\vec{n}$ tal que $\vec{n}.\vec{k} < 0$.