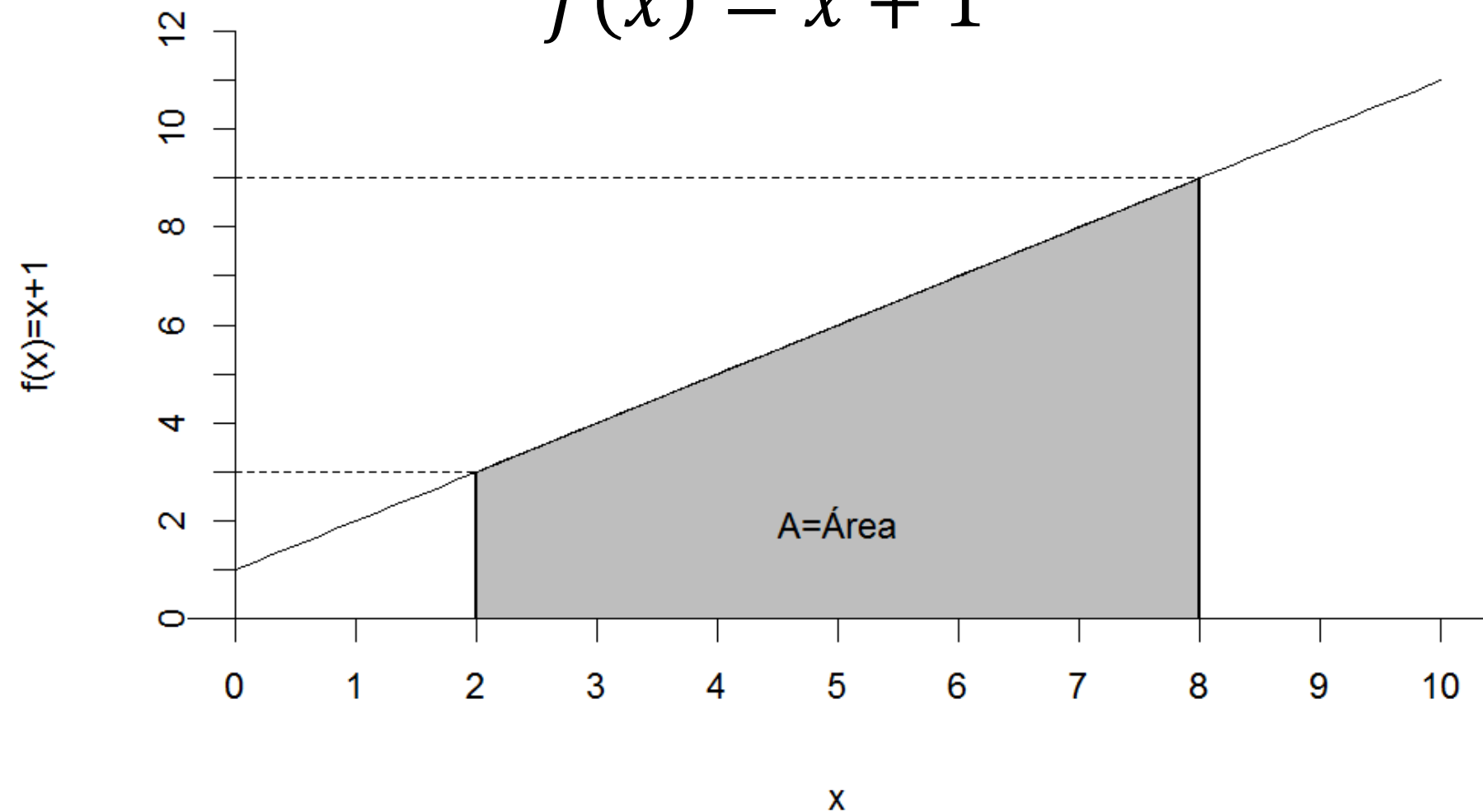


A integral Definida!

- Entendê-la como a área sob uma função (curva);
- O Teorema Fundamental do Cálculo;

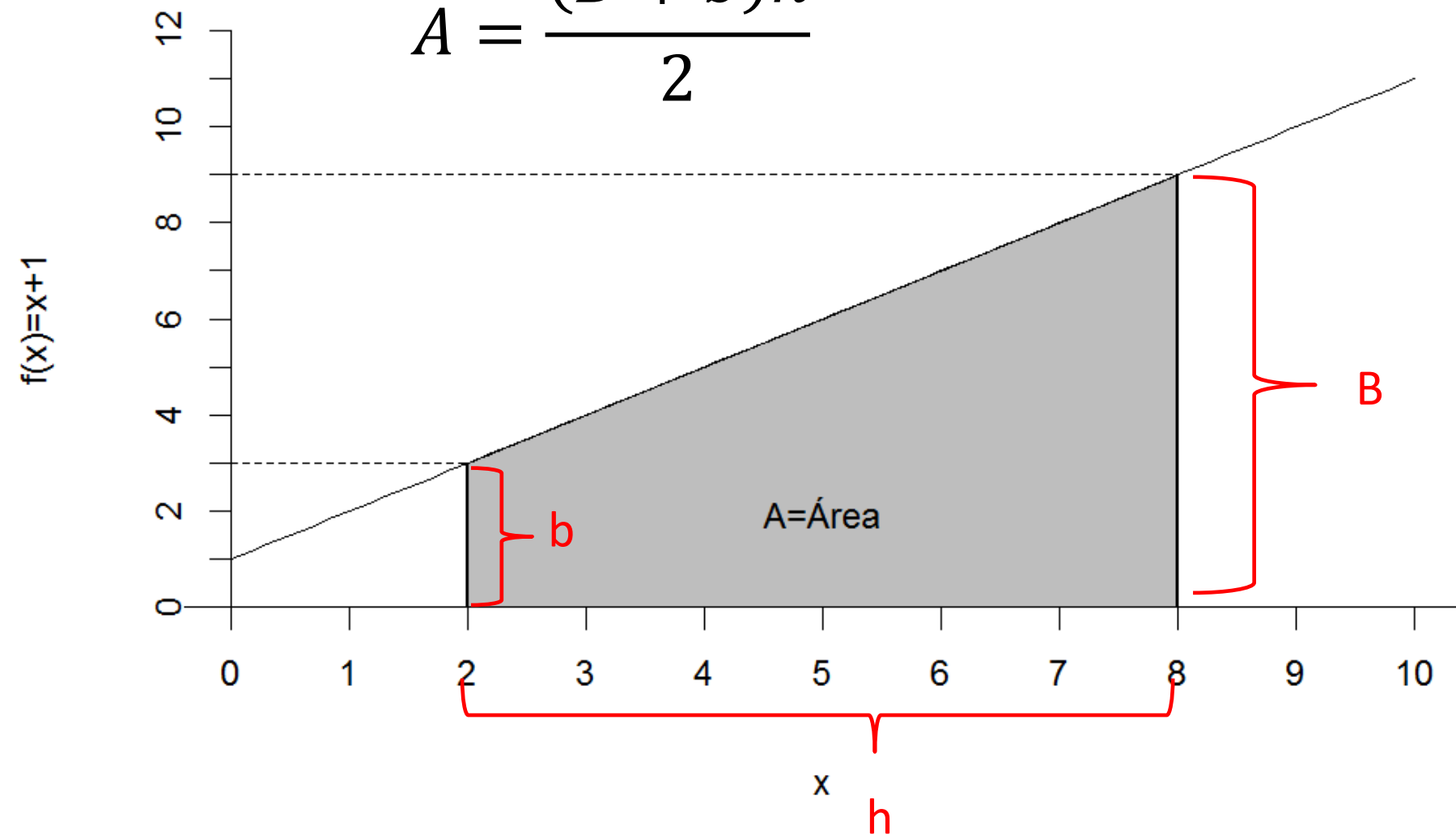
Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$f(x) = x + 1$$



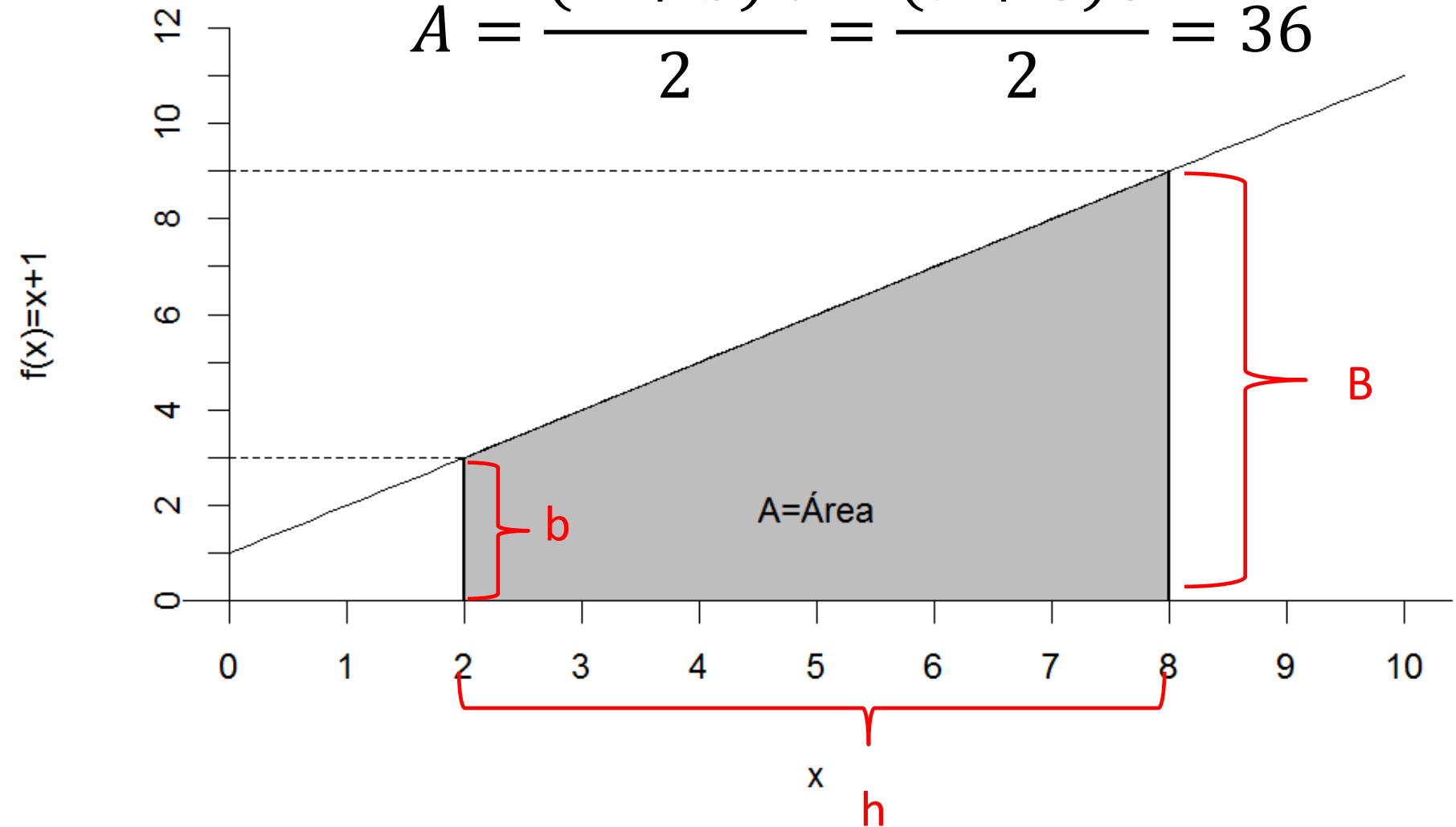
Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$A = \frac{(B + b)h}{2}$$



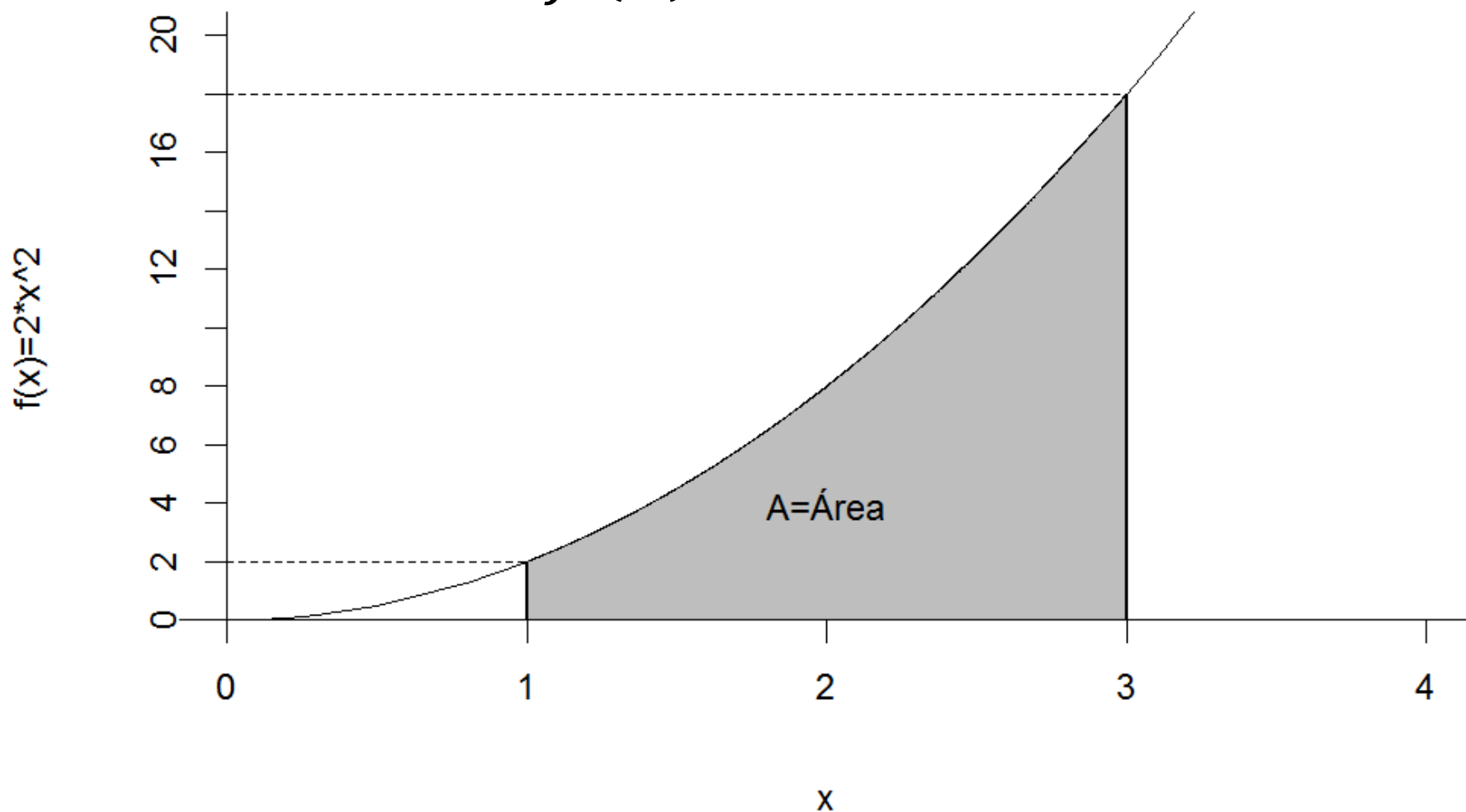
Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$A = \frac{(B + b)h}{2} = \frac{(9 + 3)6}{2} = 36$$



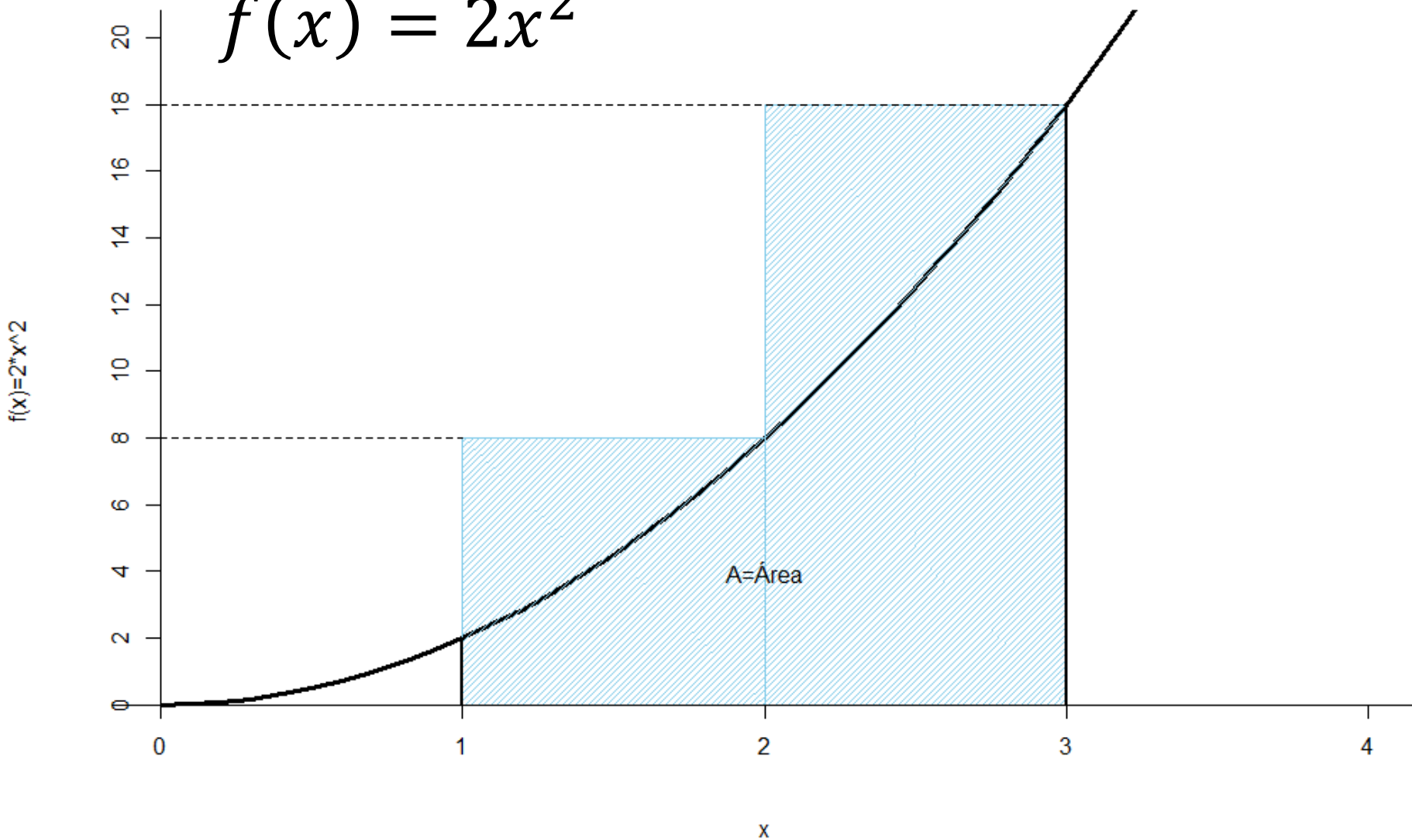
Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$f(x) = 2x^2$$



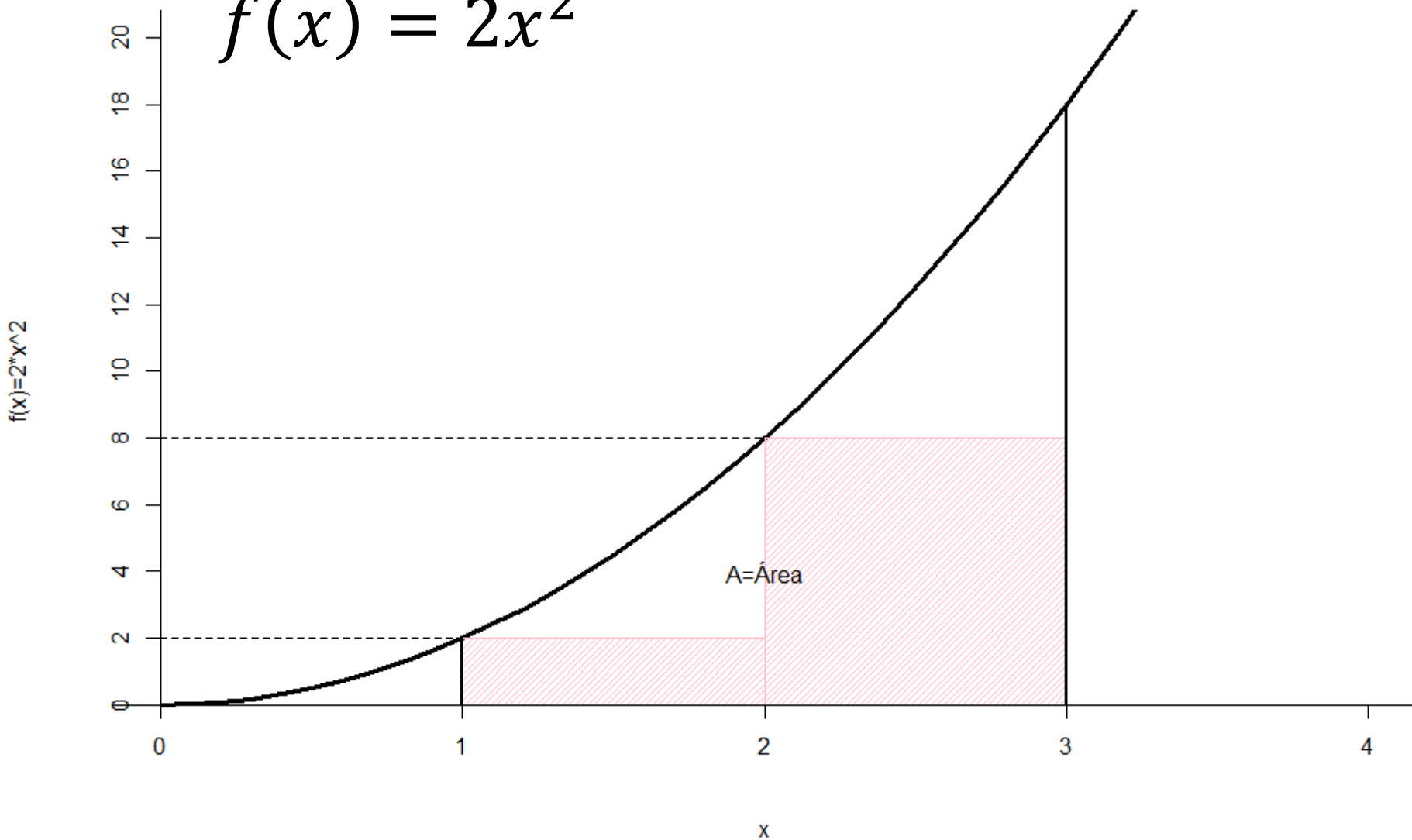
Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$f(x) = 2x^2$$

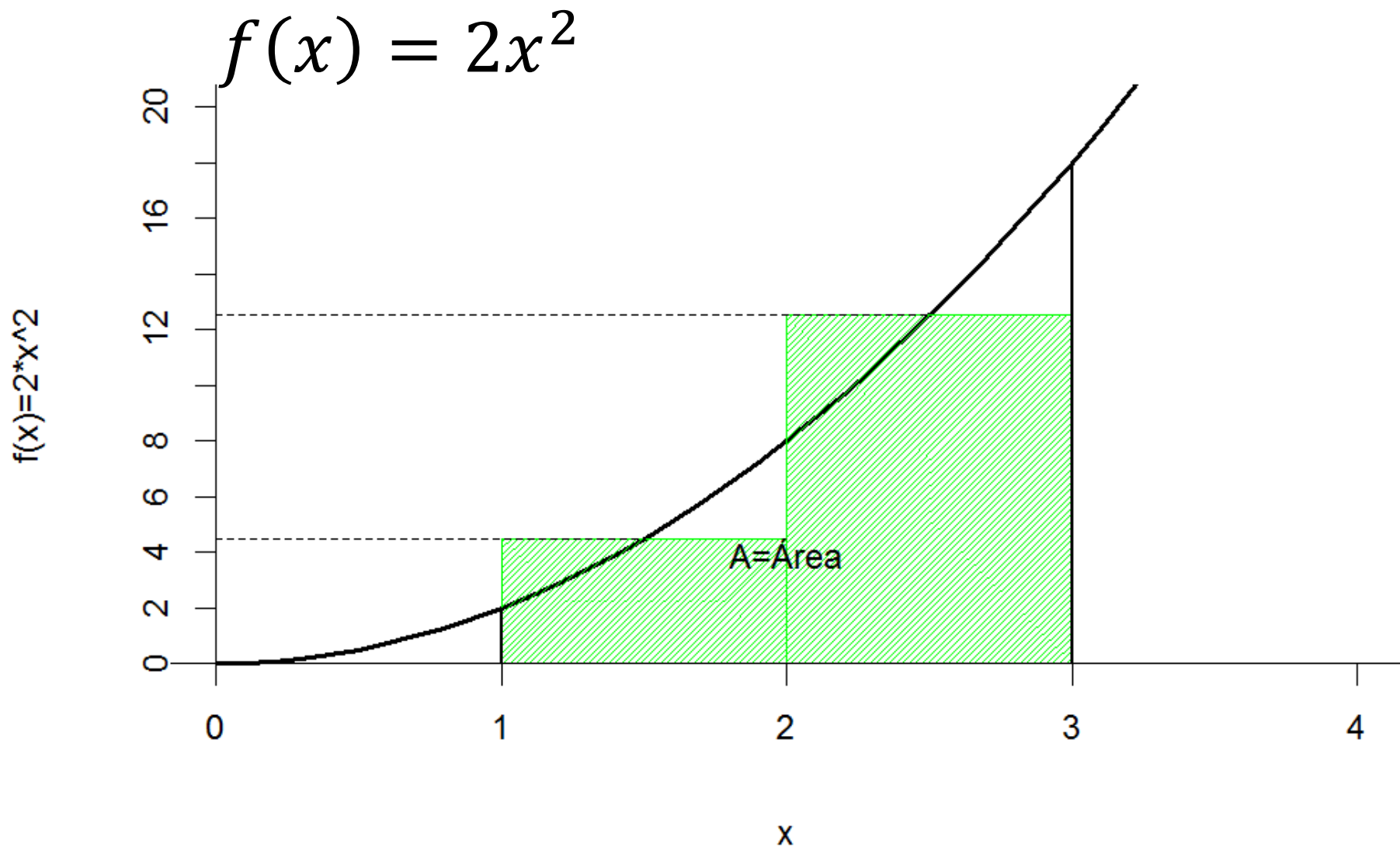


Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$f(x) = 2x^2$$

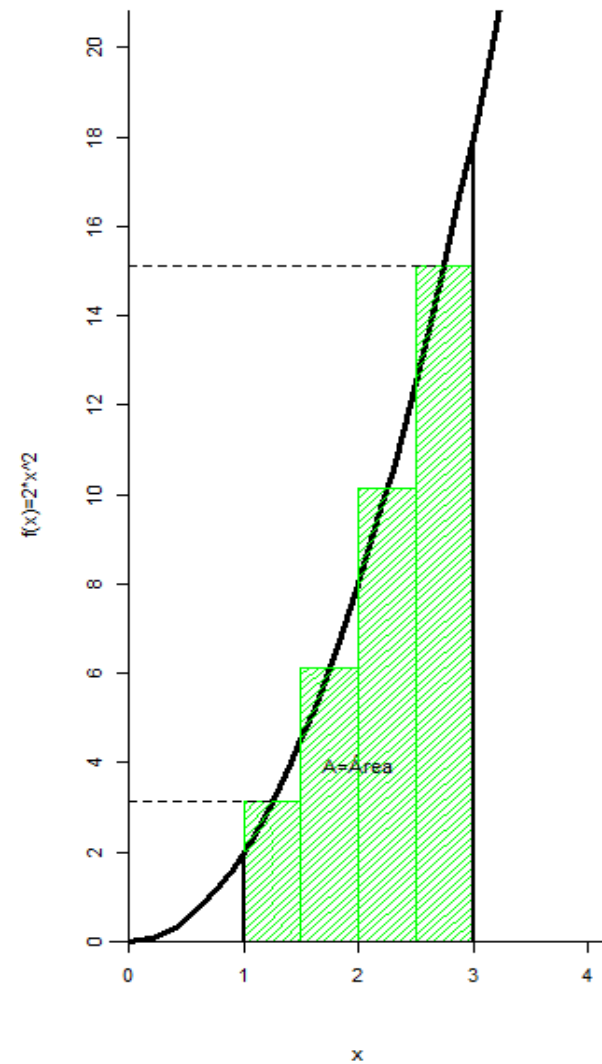
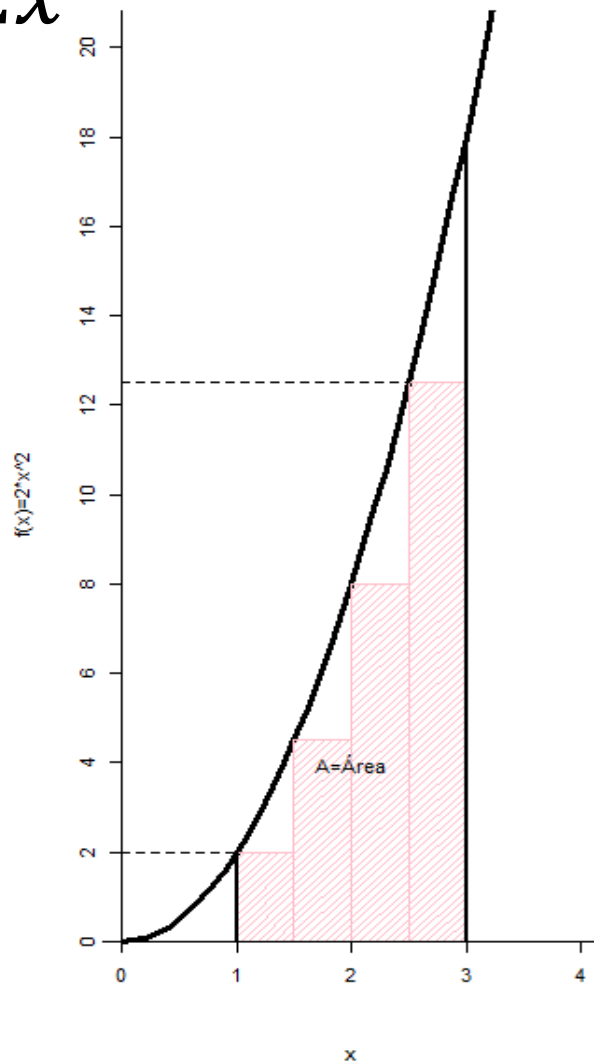
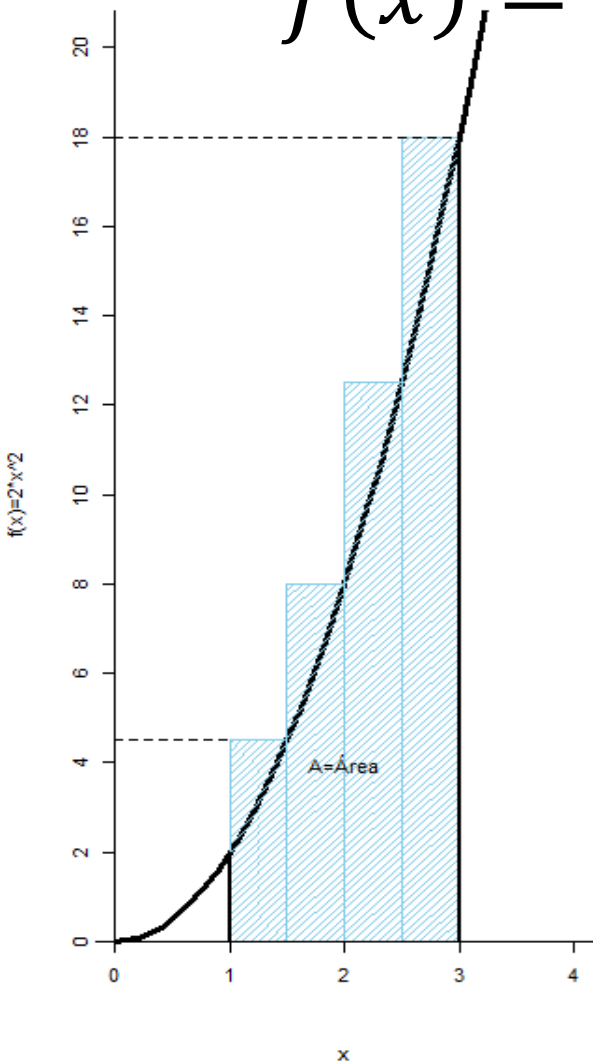


Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?



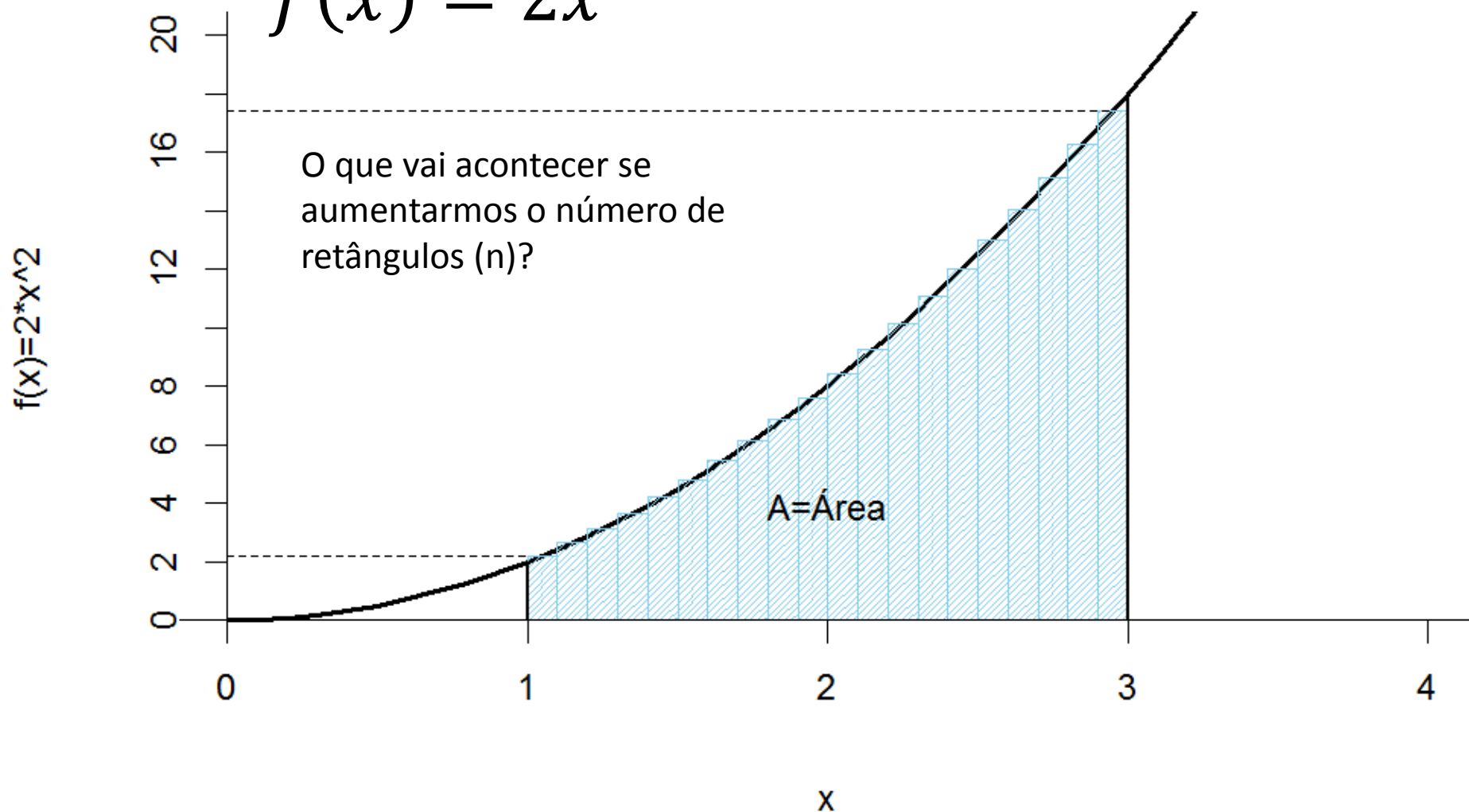
Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$f(x) = 2x^2$$

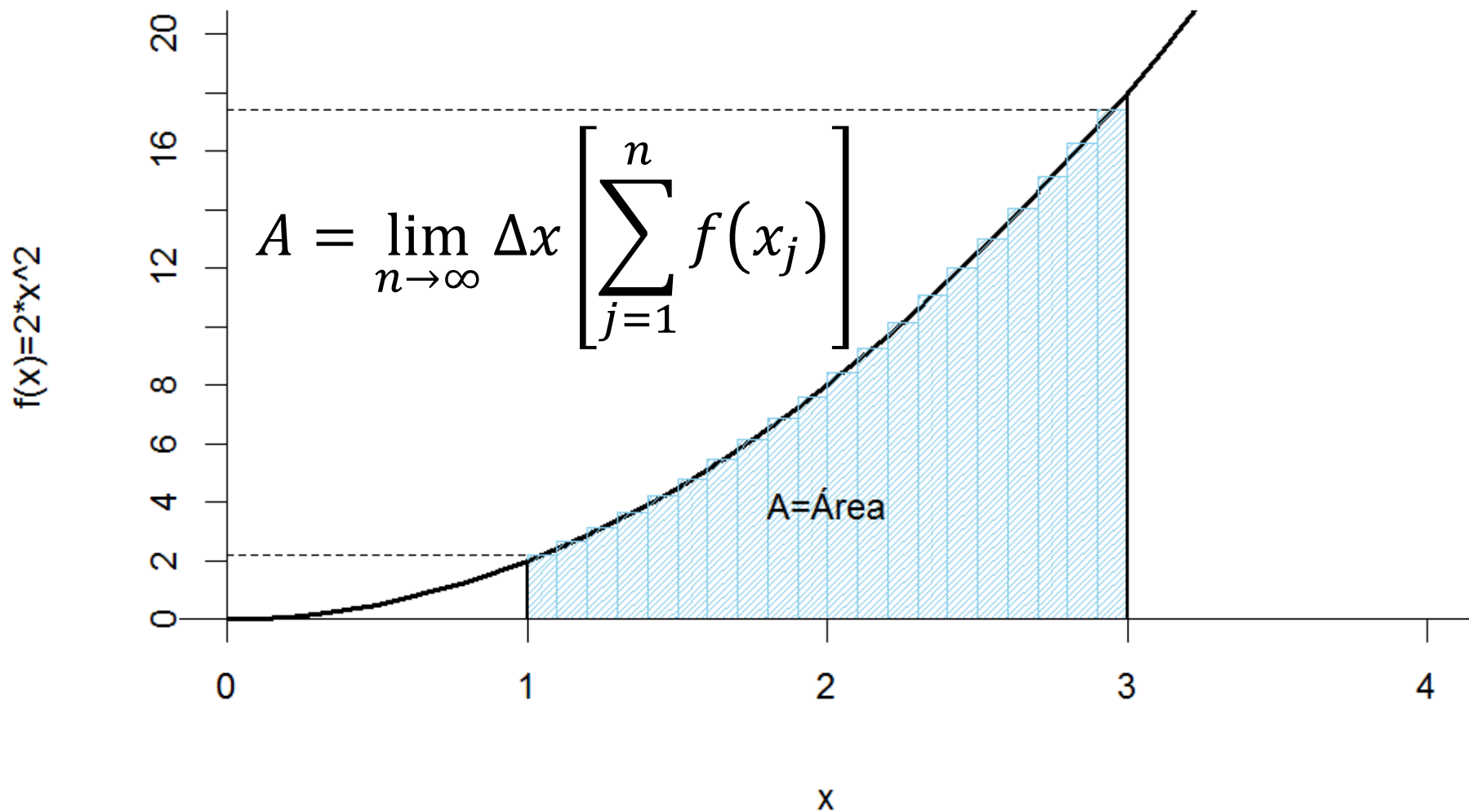


Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$f(x) = 2x^2$$



Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?



Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \Delta x \left[\sum_{j=1}^n f(x_j) \right] = \int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$$

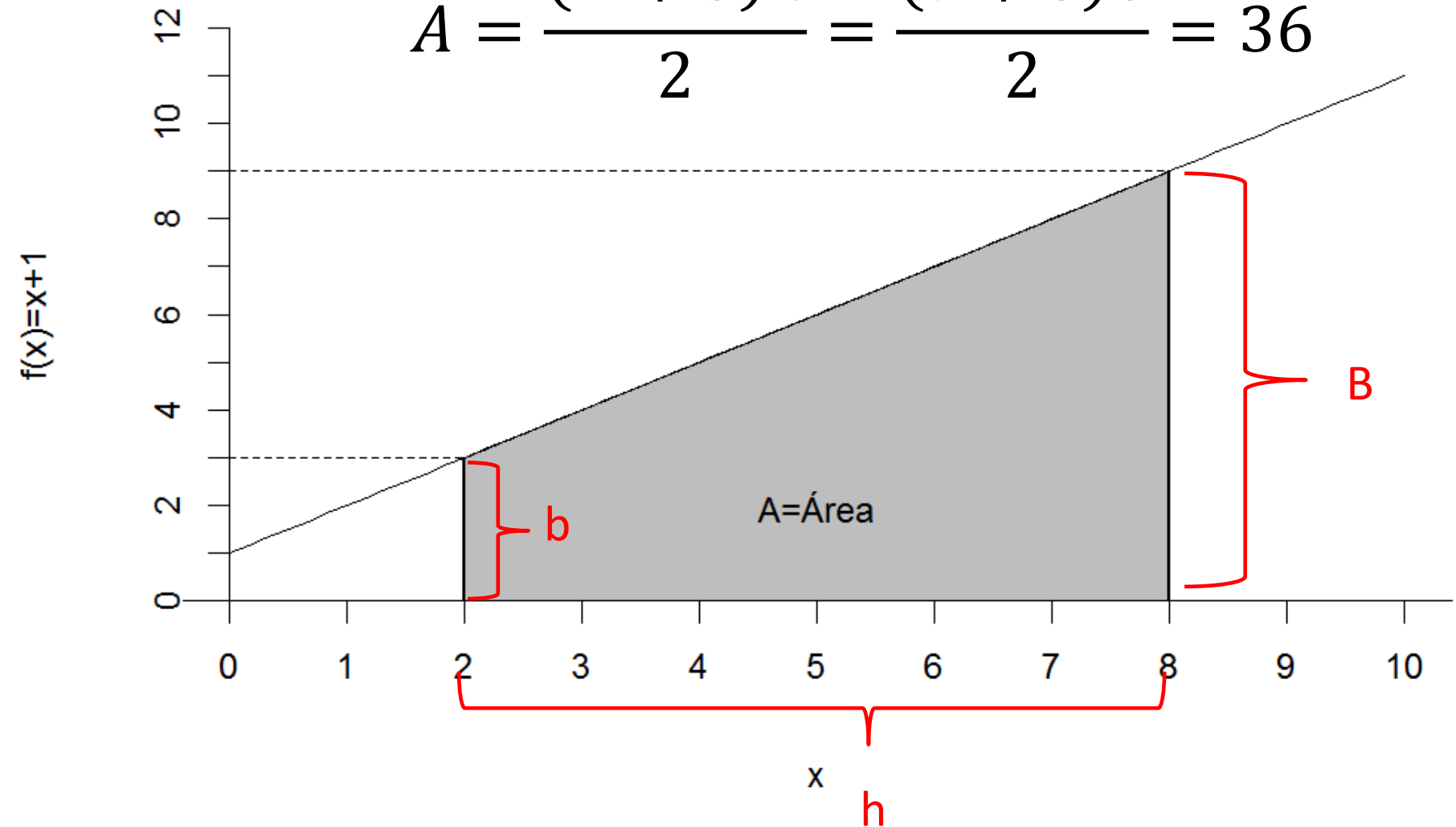
Teorema Fundamental do Cálculo

Se $y = f(x)$ é uma função contínua no intervalo $[x=a, x=b]$ e $F(x)$ é uma primitiva da função $f(x)$, então:

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx = F(b) - F(a)$$

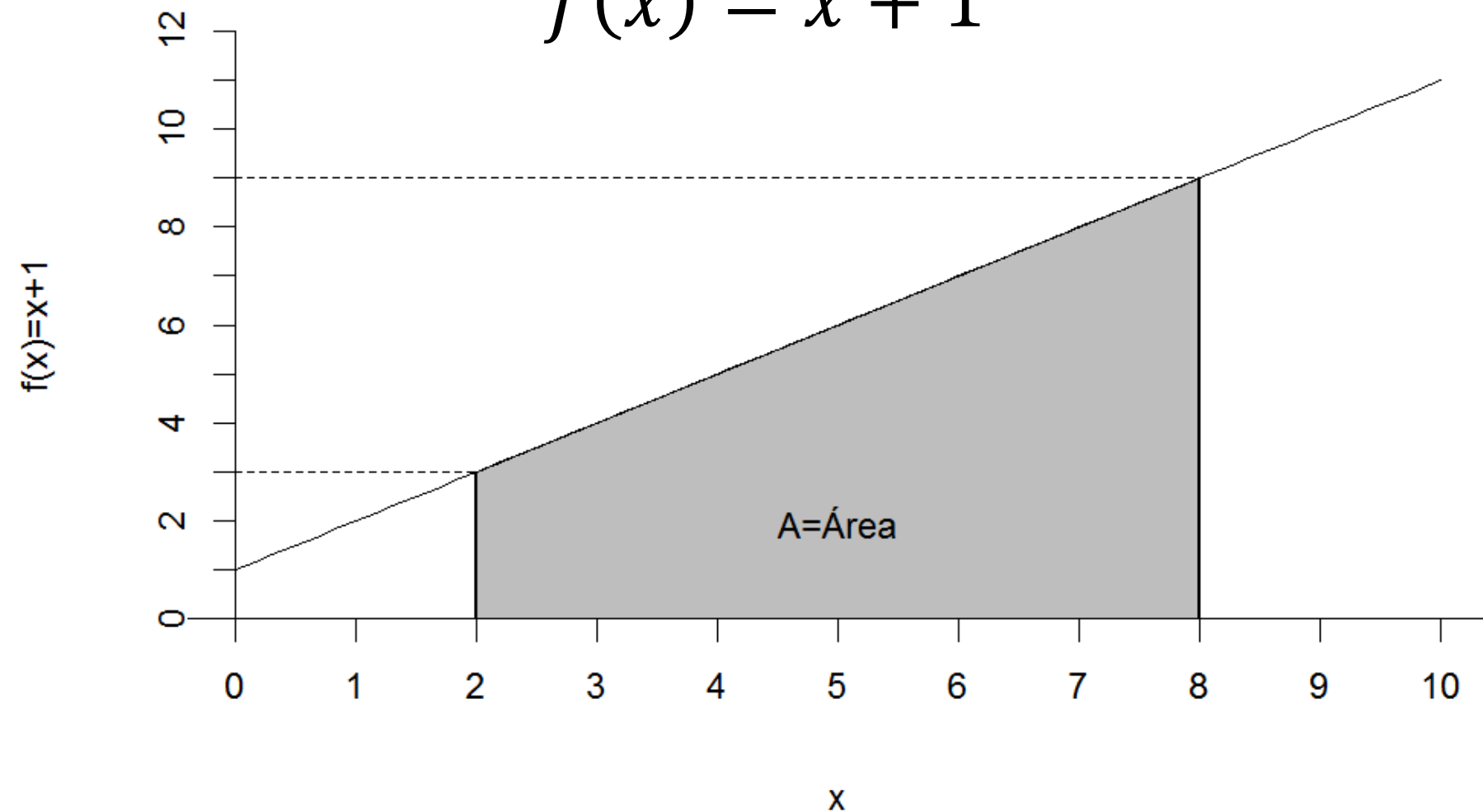
Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$A = \frac{(B + b)h}{2} = \frac{(9 + 3)6}{2} = 36$$



Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$f(x) = x + 1$$



Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$f(x) = x + 1$$

$$\int f(x)dx = F(x) \qquad F(x) = \frac{x^2}{2} + x$$

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$f(x) = x + 1$$

$$\int f(x)dx = F(x) \qquad F(x) = \frac{x^2}{2} + x$$

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$$F(b) = F(8) = \frac{8^2}{2} + 8 = 40$$

$$F(a) = F(2) = \frac{2^2}{2} + 2 = 4$$

Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

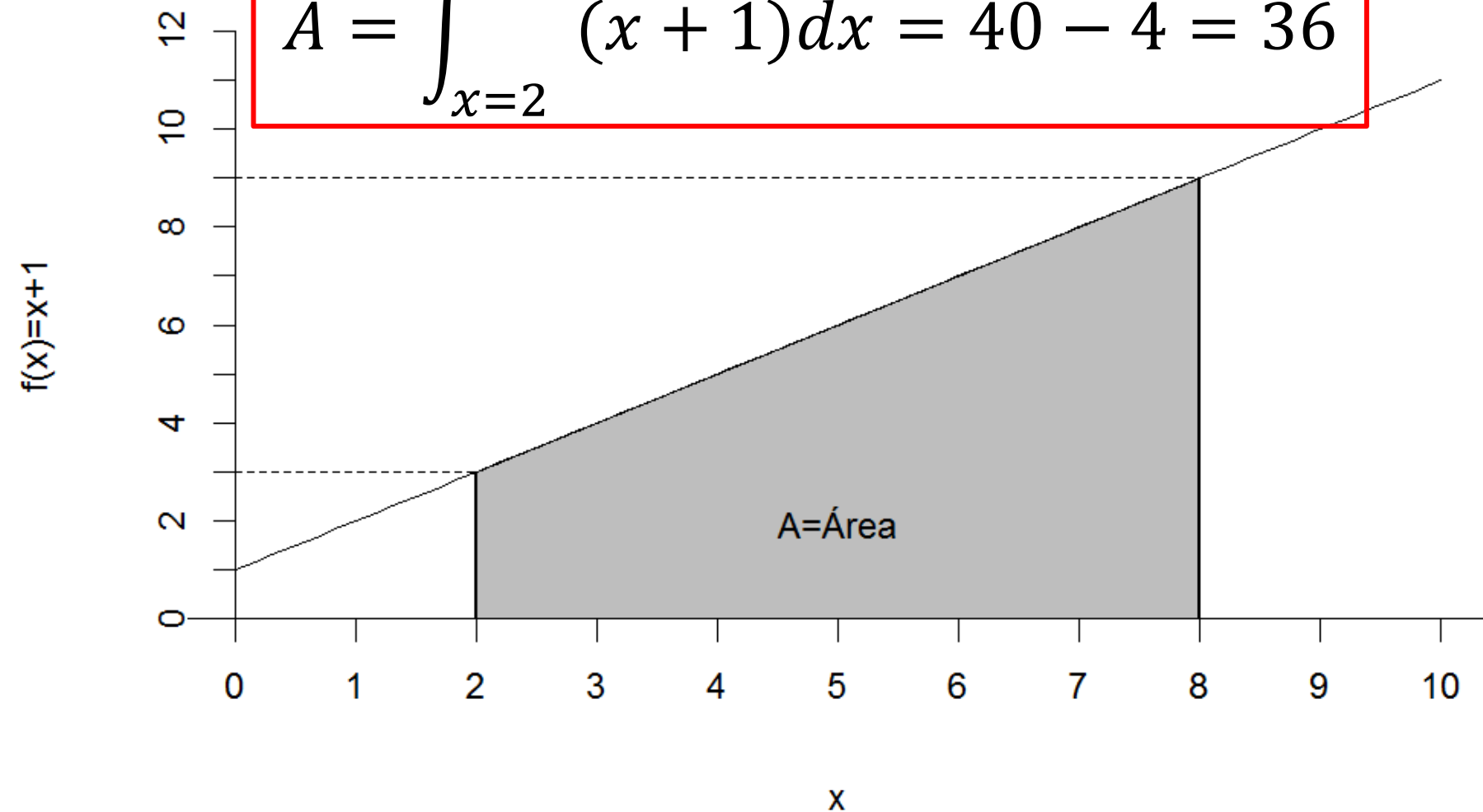
$$f(x) = x + 1$$

$$\int f(x)dx = F(x) \qquad F(x) = \frac{x^2}{2} + x$$

$$A = \int_{x=2}^{x=8} (x + 1)dx = 40 - 4 = 36$$

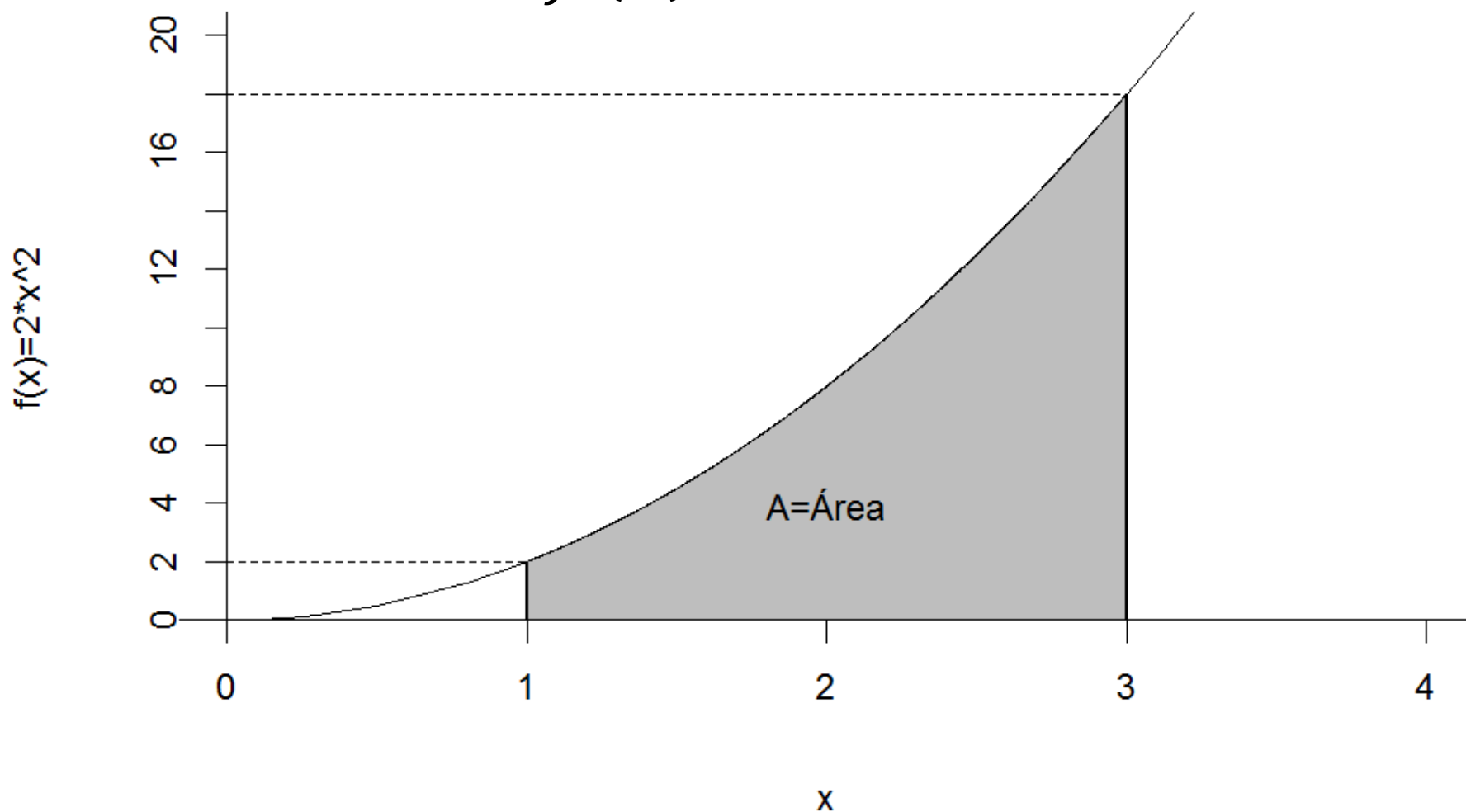
Como calcular a Área sob a curva no intervalo $I=[a, b]$?

$$A = \int_{x=2}^{x=8} (x + 1)dx = 40 - 4 = 36$$



Calcule a Área sob a curva no intervalo $I=[1, 3]$?

$$f(x) = 2x^2$$



Calcule a Área sob a curva no intervalo $I=[1, 3]$?

$$f(x) = 2x^2$$

$$\int_{x=1}^{x=3} 2x^2 dx = 2 \int_{x=1}^{x=3} x^2 dx = 2 \left(\frac{x^3}{3} \right) =$$

$$= 2 \left(\frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} \right) = 2 \left(\frac{26}{3} \right) = \frac{52}{3}$$

Exercícios

- Calcule as Integrais Definidas

1. $\int_{-2}^0 (2x + 5) dx =$

2. $\int_0^1 (x^2 + \sqrt{x}) dx =$

3. $\int_{-2}^{-1} \left(\frac{2}{x^2} \right) dx =$

4. $\int_{-1}^1 (r + 1)^2 dr =$

5. $\int_{-1}^1 3y^2 \sqrt{y^3 + 1} dy =$

6. $\int_0^1 \frac{5t}{(4+t^2)^2} dt =$

Exercícios

- Calcule as Integrais Definidas

$$1. \int_{-2}^0 (2x + 5) dx = 6$$

$$2. \int_0^1 (x^2 + \sqrt{x}) dx = 1$$

$$3. \int_{-2}^{-1} \left(\frac{2}{x^2} \right) dx = 1$$

$$4. \int_{-1}^1 (r + 1)^2 dr = \frac{8}{3}$$

$$5. \int_{-1}^1 3y^2 \sqrt{y^3 + 1} dy = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$6. \int_0^1 \frac{5t}{(4+t^2)^2} dt = \frac{1}{8}$$

Exercícios_2

Considere a função $f(x) = x^2 - 4x$. Calcule a integral definida da função no intervalo $[1 ; 3]$

$$\int_1^3 (x^2 - 4x) dx =$$

Exercícios_2

Considere a função $f(x) = x^2 - 4x$. Calcule a integral definida da função no intervalo $[1 ; 3]$

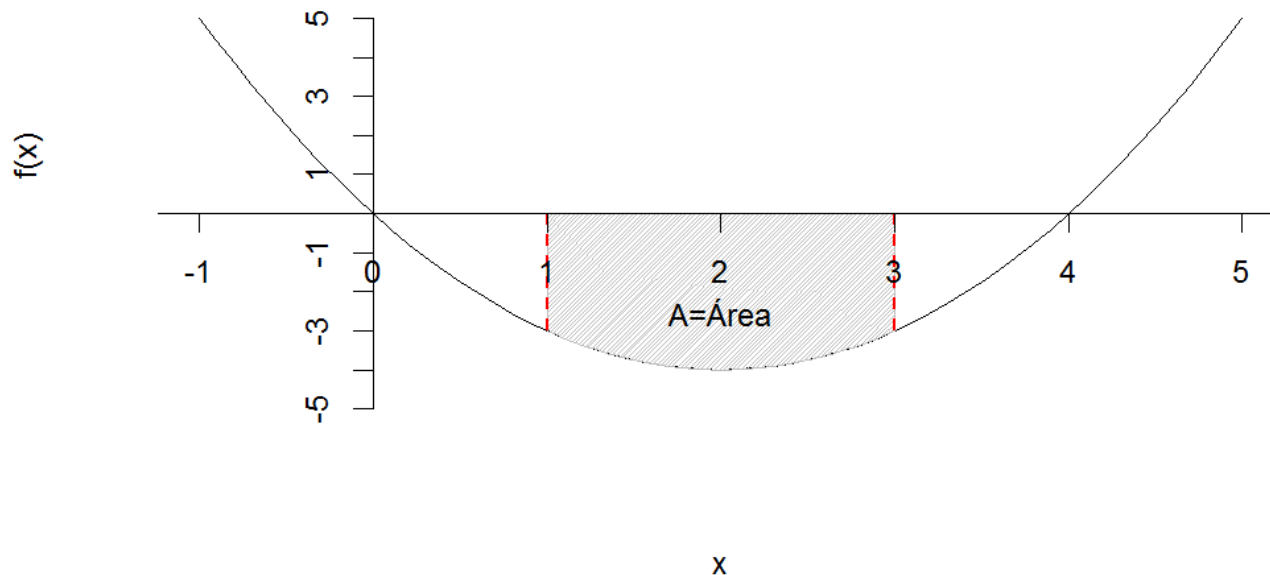
$$\int_1^3 (x^2 - 4x) dx = -\frac{22}{3}$$

Faz sentido, em termos de área?

Exercícios_2

Considere a função $f(x) = x^2 - 4x$. Calcule a integral definida da função no intervalo $[1 ; 3]$

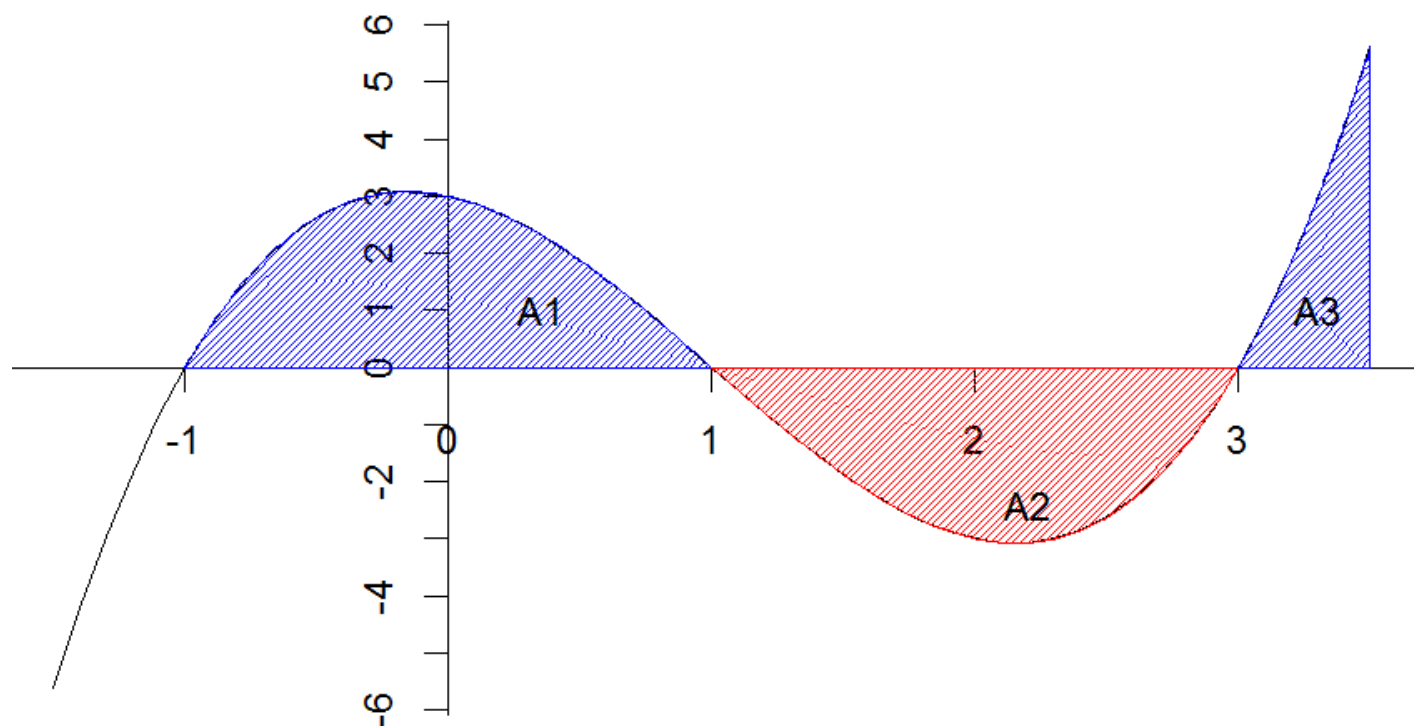
$$\int_1^3 (x^2 - 4x) dx = -\frac{22}{3}$$



Definição

Geometricamente, o valor da integral $\int_a^b f(x)dx$ representa a área da região situada entre o gráfico da função $f(x)$ e o eixo x , sendo que esta área é contada positivamente ou negativamente, conforme esta região esteja situada acima ou abaixo do eixo x .

Definição



$$\text{Área Total} = A1 - A2 + A3$$

Exercicios_3

- Para as funções que se seguem. Pede-se:
 - Faça um esboço do gráfico;
 - Calcule as áreas (se for o caso, áreas totais) entre a função e o eixo x nos intervalos indicados.

1. $f(x) = x^2 - 2x + 3$ $I = [1, 3]$

2. $f(x) = 2x^2 + 8x + 6$ $I = [-3, 3]$

3. $f(x) = 2x + 1$ $I = [-2, 3]$

4. $f(x) = 2x$ $I = [-5, 5]$

5. $f(x) = 9 - x^2$ $I = [0, 5]$