

SEL 0449 - Processamento Digital de
Imagens Médicas

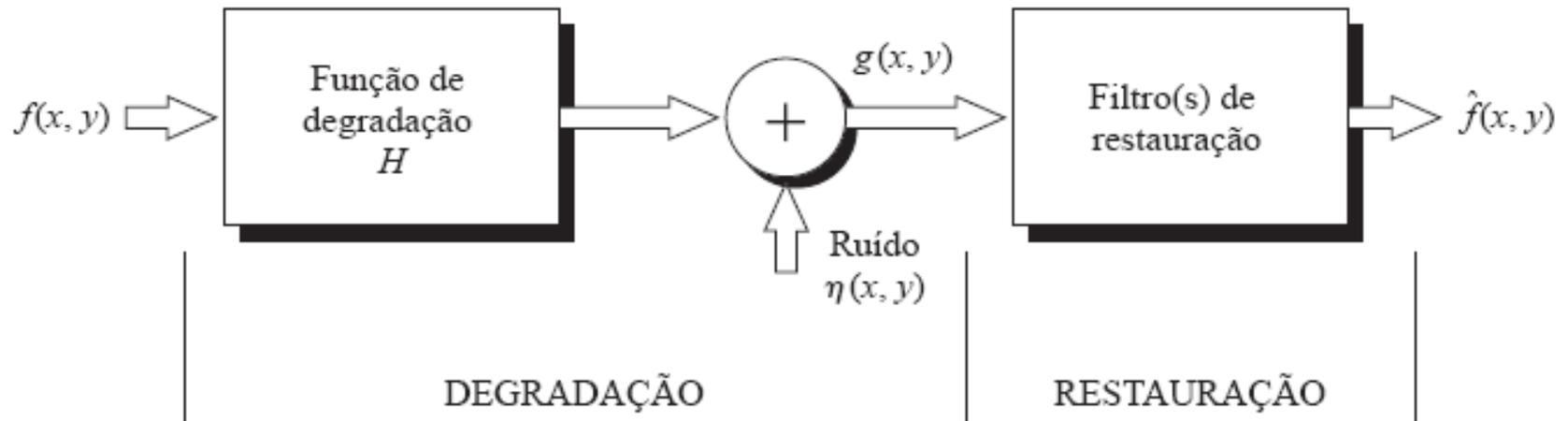
SEL 5895 – Introdução ao
Processamento Digital de Imagens

**Aula 9 – Restauração de Imagens
Parte 2**

Prof. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira

mvieira@sc.usp.br

Modelo de Degradação e Restauração



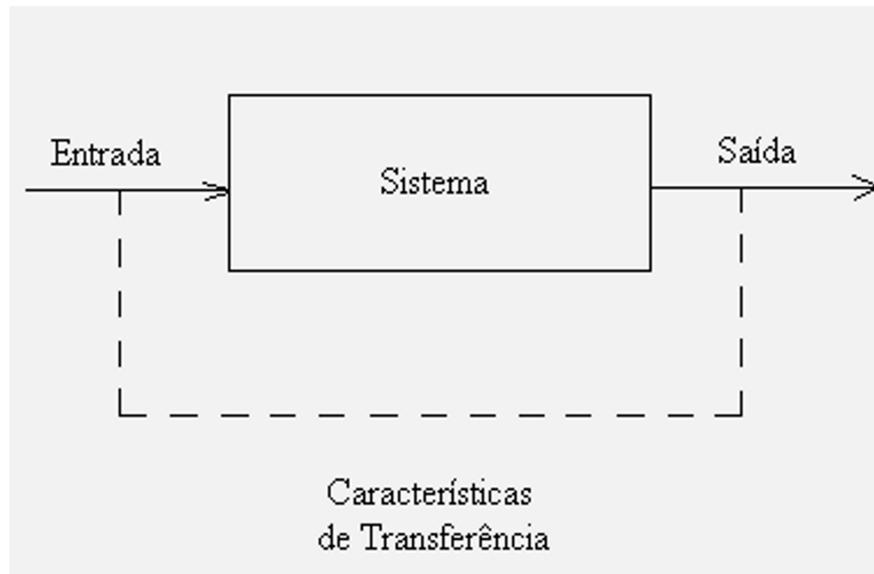
$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y)$$

$$G(u, v) = H(u, v) \cdot F(u, v) + N(x, y)$$

**Restauração de imagens
corrompidas pela função de
transferência**

Funções de Transferência

- Função que descreve a relação entre a Entrada e Saída de um Sistema Linear (caixa preta);
- Prevê a deterioração que o sinal de saída (imagem) apresentará em relação a objetos de entrada conhecidos;



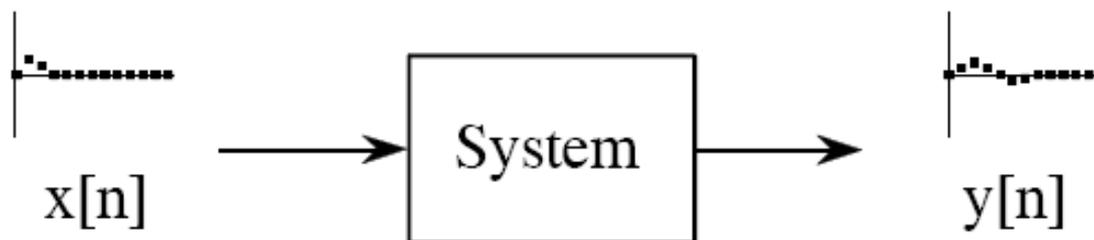
Sistemas Lineares

PROPRIEDADES:

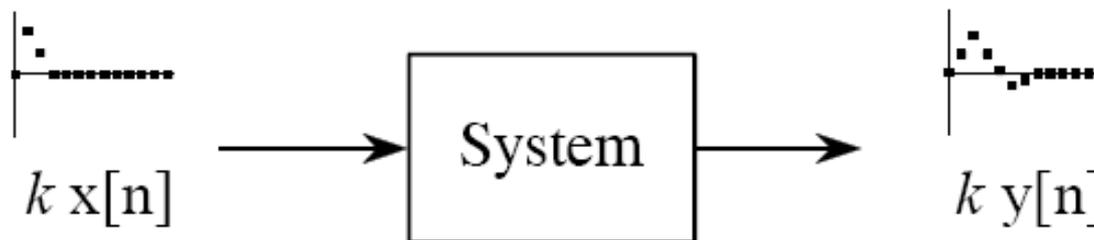
- **Homogeneidade:** “Uma mudança na entrada gera uma mudança proporcional da saída”
- **Aditividade:** “A soma de diversas entradas gera como saída o correspondente à soma das respostas individuais de cada entrada”
- **Invariância Espacial:** “Um deslocamento no sinal de entrada gera um deslocamento idêntico na saída”

Homogeneidade

IF

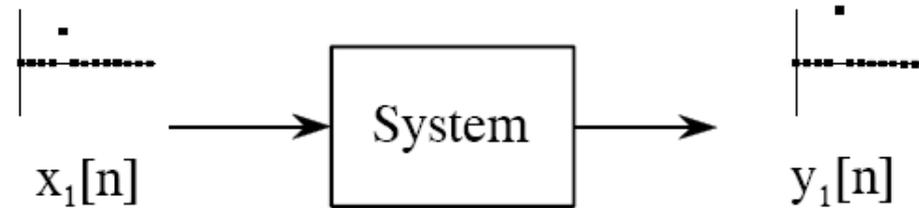


THEN

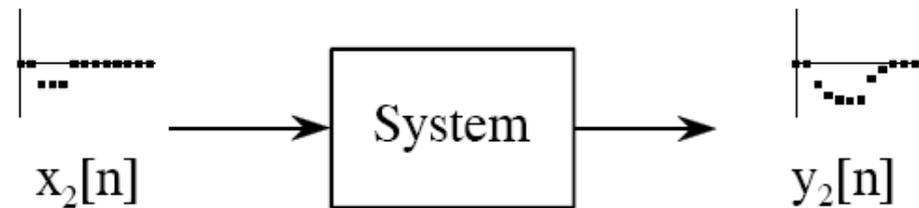


Aditividade

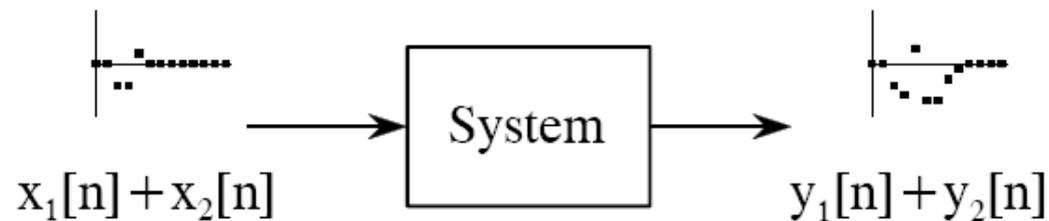
IF



AND IF

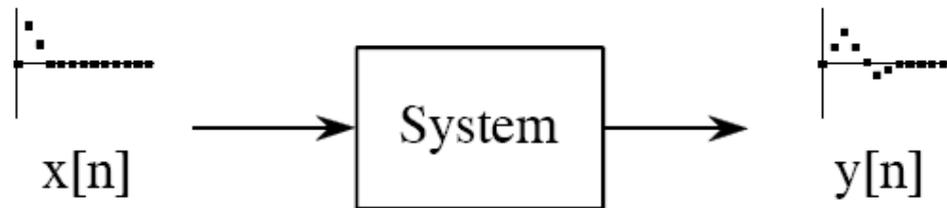


THEN

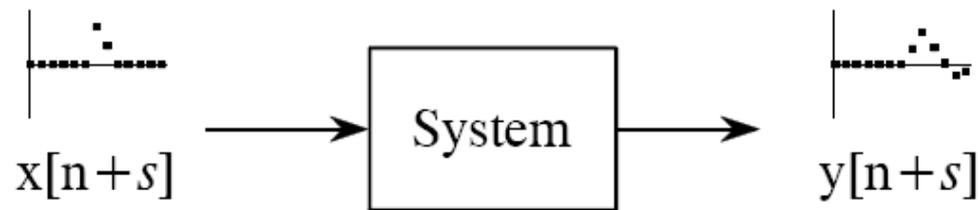


Invariância Espacial

IF



THEN

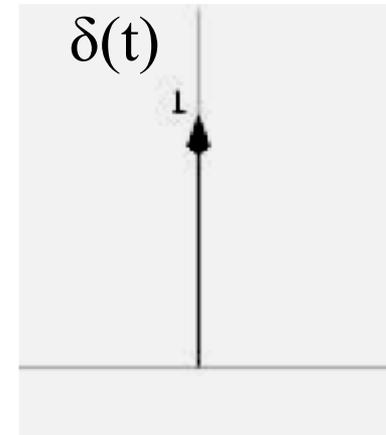


Função Impulso Unitário

“Delta de Dirac”

“Pulso de intensidade 1 normalizado em $t = 0$ ”

$$f(t) = \delta(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } t = 0 \\ 0 & \text{para } t \neq 0 \end{cases}$$

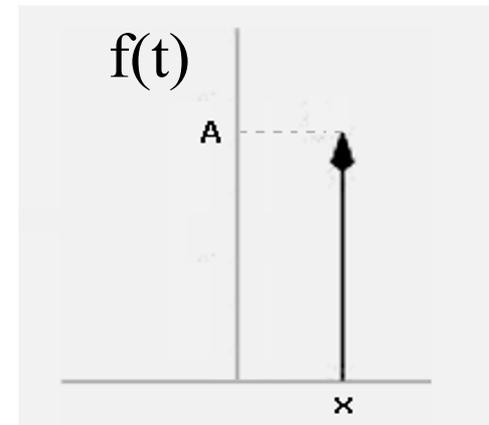


Função Impulso

Deslocado e Amplificado

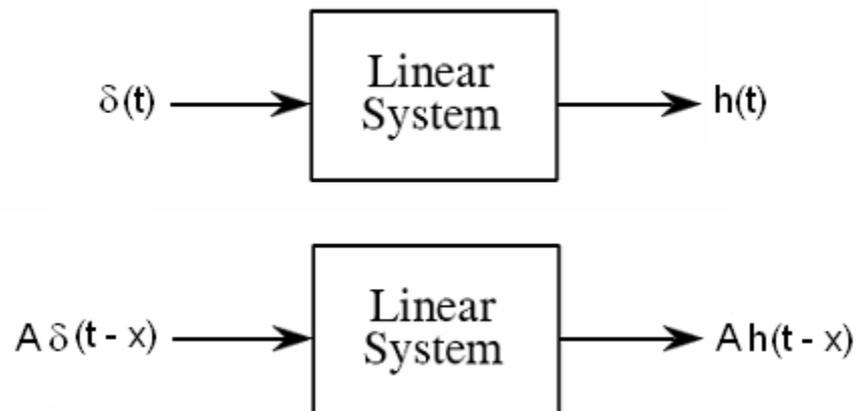
Todo impulso pode ser representado pela função delta deslocada e multiplicada por um escalar

$$f(t) = A\delta(t - x) = \begin{cases} A & \text{para } t = x \\ 0 & \text{para } t \neq x \end{cases}$$



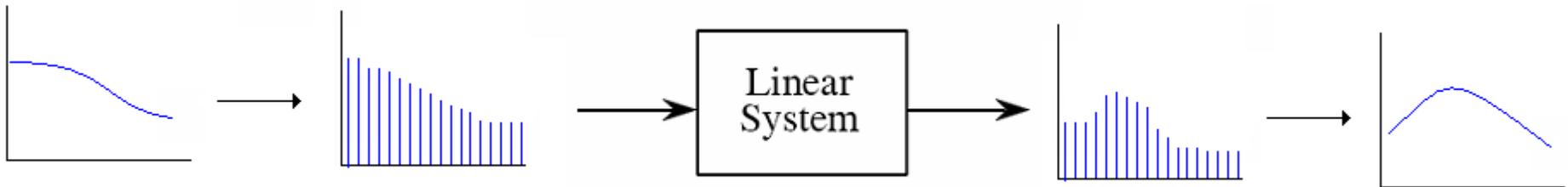
Decomposição de um sinal

- Qualquer sinal pode ser decomposto em uma soma de impulsos (amplificado e deslocado)
- A análise da resposta de um sistema linear para um sinal qualquer pode ser feita individualmente, analisando uma amostra por vez (peneiramento)
- A resposta final é a soma das respostas individuais de cada impulso (aditividade, homogeneidade e invariância espacial)

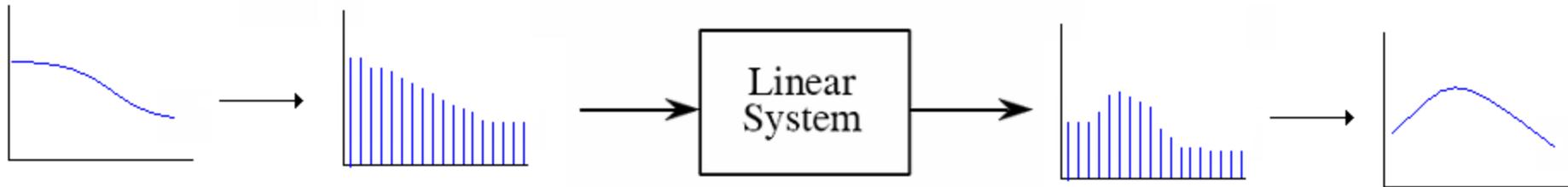


Análise de um Sistema Linear

- “Se conhecida a resposta ao Delta de Dirac de um sistema $h(t)$, é possível conhecer a resposta a qualquer sinal”
- Se qualquer sinal pode ser decomposto em uma soma de diversos impulsos, é possível calcular a resposta de cada impulso conhecendo-se a resposta ao delta de Dirac.
- Assim, a soma de todas as respostas aos impulsos gera a resposta do sinal.



Análise de um Sistema Linear



1. Decomposição do sinal em impulsos
2. Resposta de cada impulso pelo sistema (deslocamento)
3. Soma das respostas

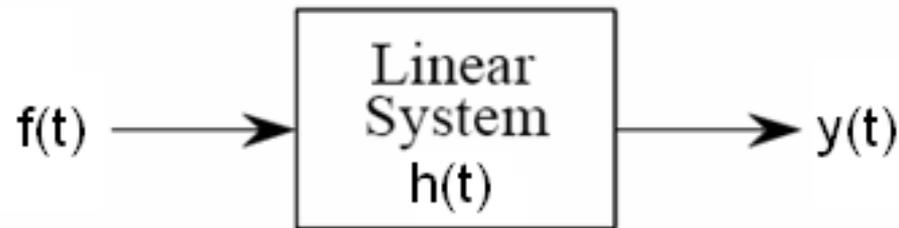
$$f(t) * h(t) = f(0)h(t-0) + f(1)h(t-1) + f(2)h(t-2) \dots$$

↙ **Convolução**

Convolução

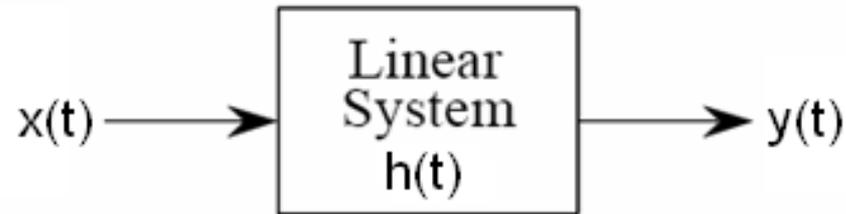
$$f(t) * h(t) = f(0)h(t-0) + f(1)h(t-1) + f(2)h(t-2) \dots$$

$$f(t) * h(t) = \int_0^t f(t_0)h(t-t_0)dt_0$$



$$f(t) * h(t) = y(t)$$

Sistemas Lineares



$$x(t) * h(t) = y(t)$$

**Propriedades
da convolução**

$$x(t) * h(t) = h(t) * x(t)$$

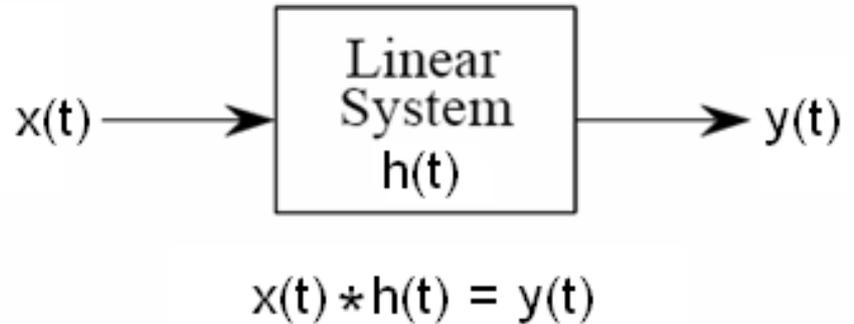
$$x(t) * \delta(t) = x(t)$$

$$x(t) * h(t) = F^{-1}[X(u)H(u)]$$

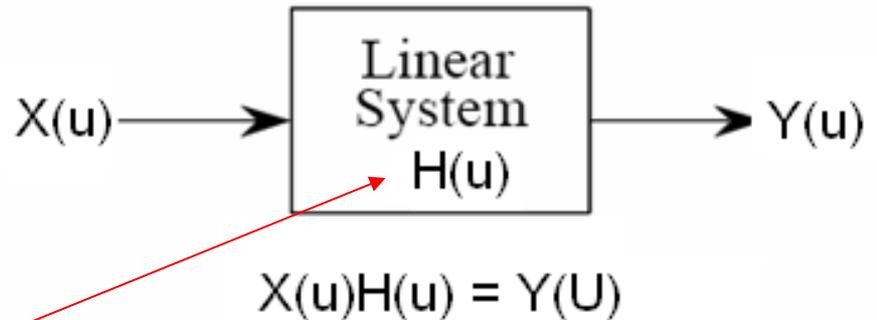
$$F[\delta(t)] = 1$$

Sistemas Lineares

Domínio do tempo/espço

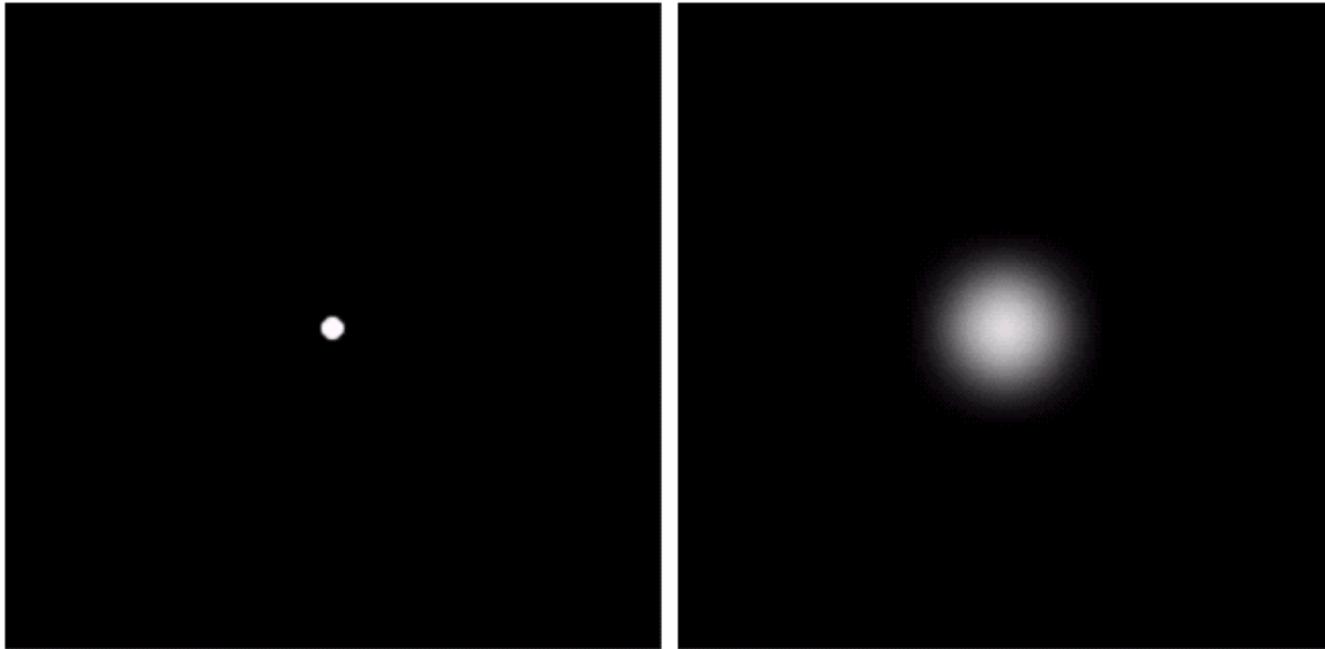


Domínio da frequência



Função de Transferência

Função de Espalhamento de Ponto (PSF)

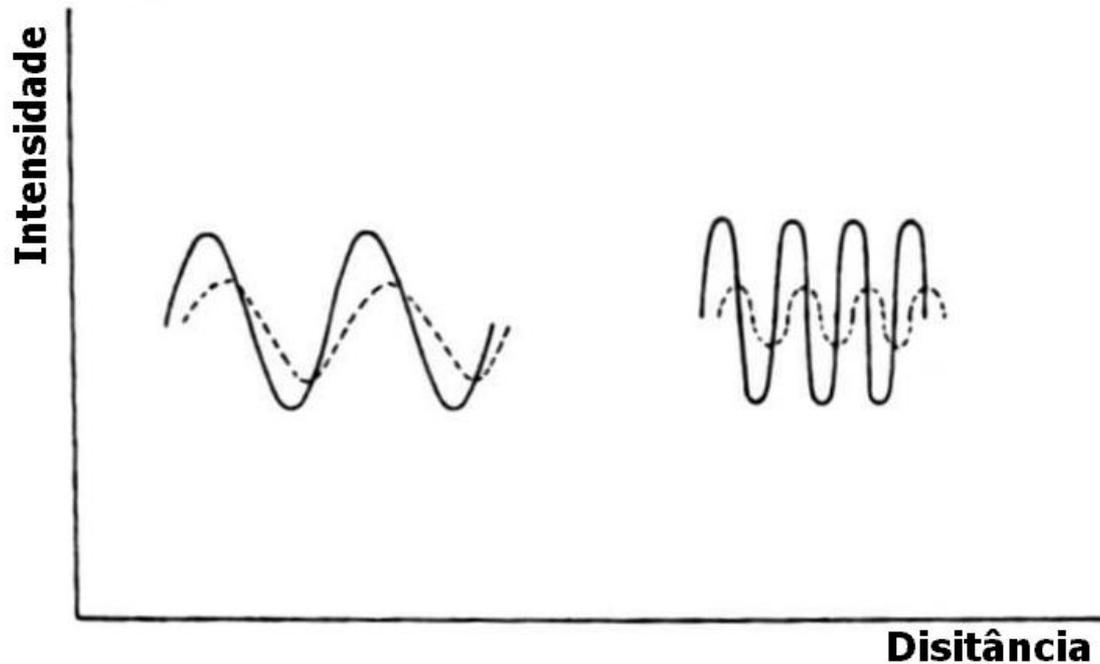


a b

FIGURE 5.24

Degradation estimation by impulse characterization. (a) An impulse of light (shown magnified). (b) Imaged (degraded) impulse.

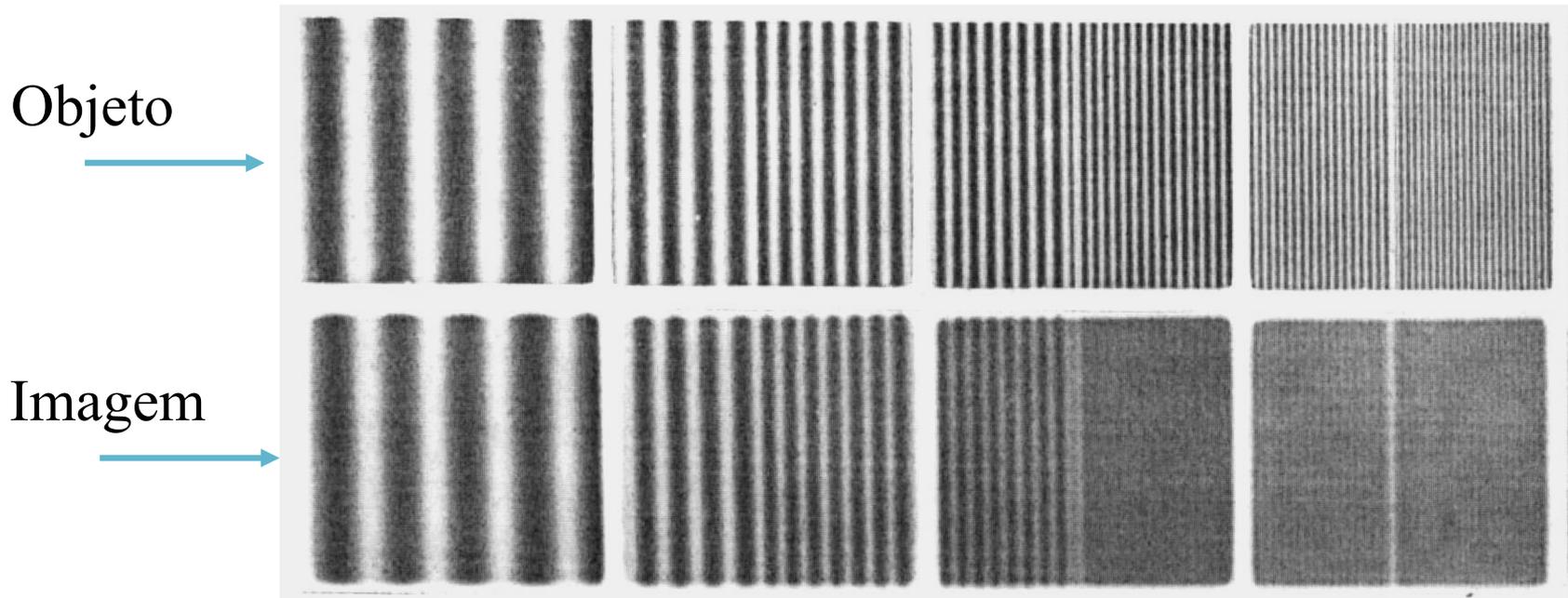
Função de Transferência Óptica



- Deteriorações possíveis na imagem:

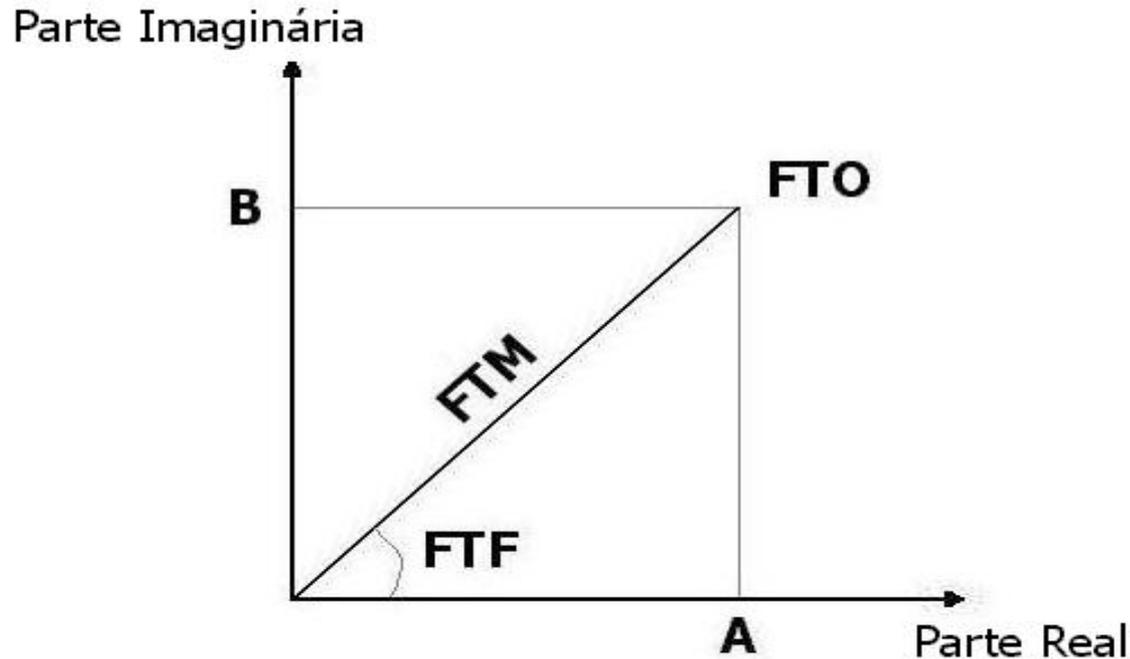
Perda de Contraste e Deslocamento de Fase

Funções de Transferência



- Prevê a capacidade de resolução de um sistema de imagem em função da frequência espacial do objeto;

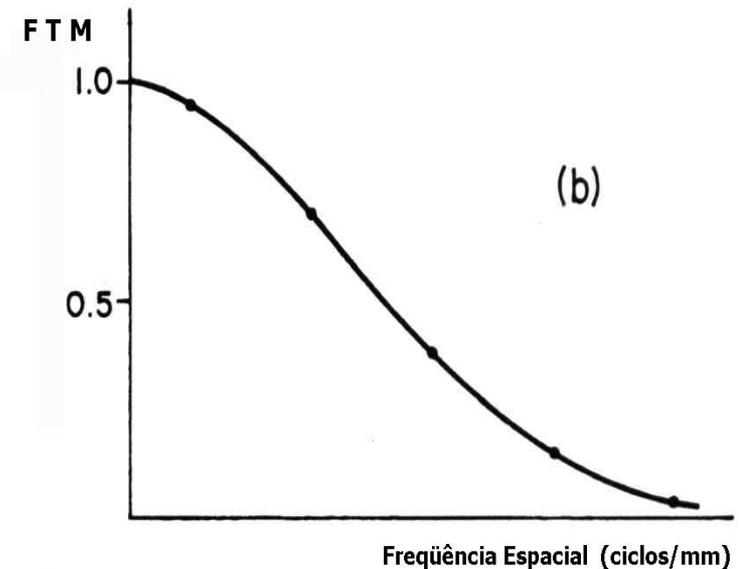
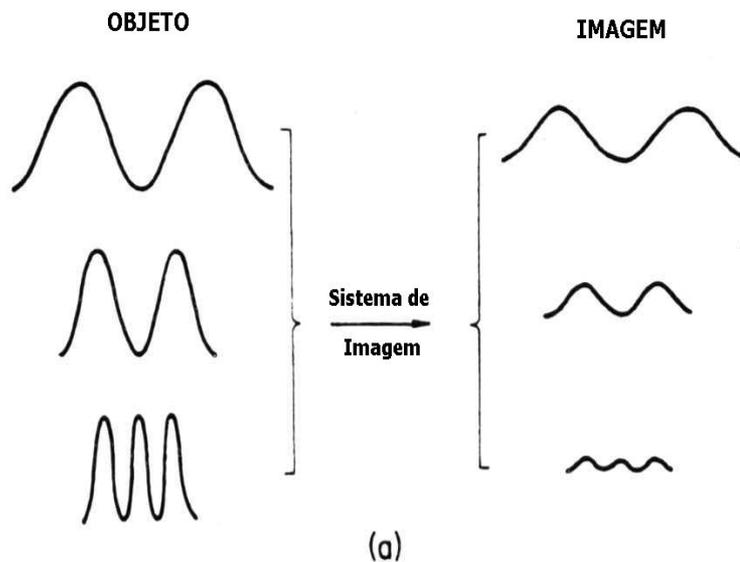
Função de Transferência Óptica



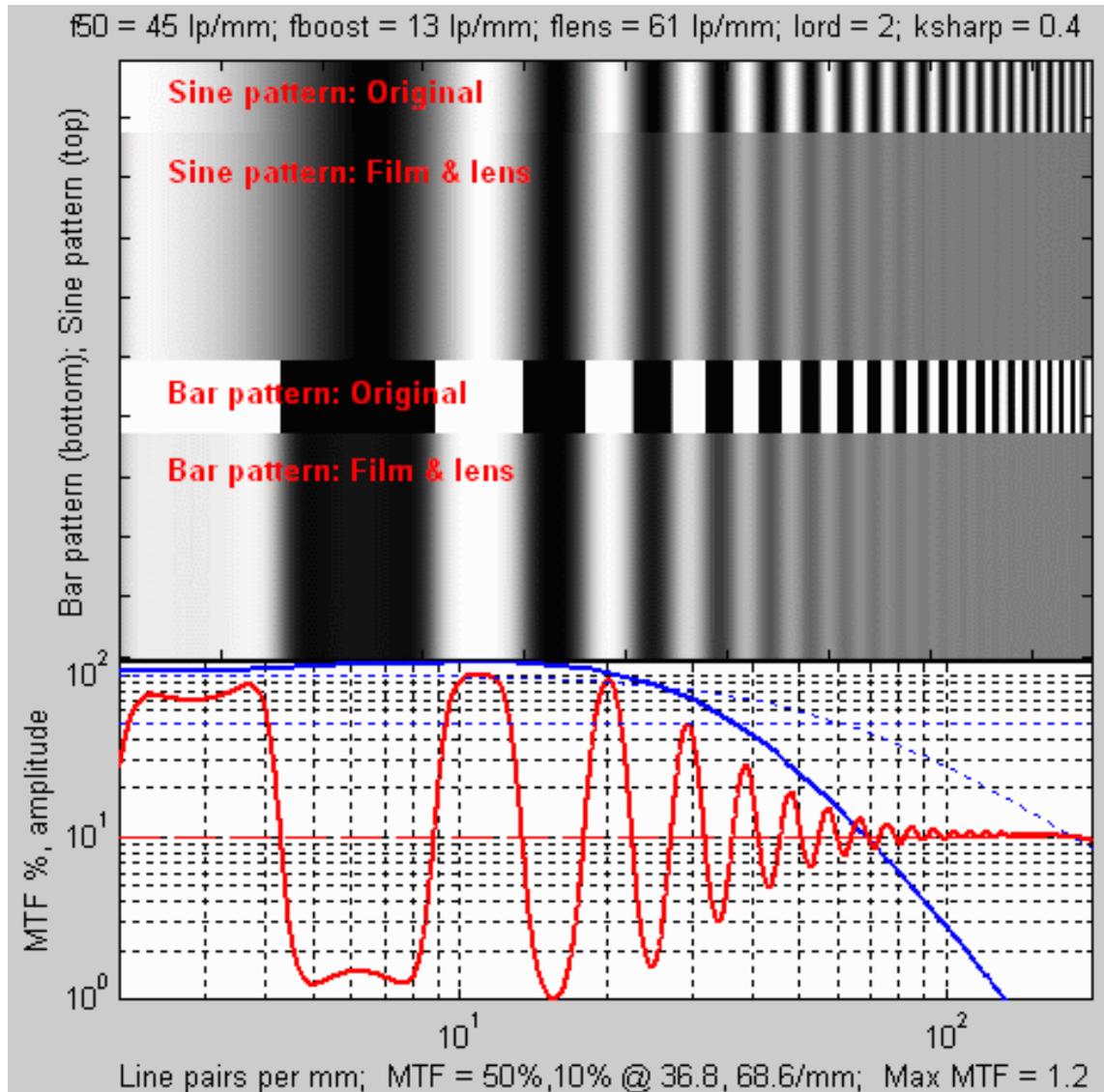
- FTM - Perda de contraste;
- FTF - Deslocamento de fase.

Função de Transferência de Modulação

- Limite de resolução de um sistema pode ser determinado através do valor onde a FTM é zero (primeiro mínimo), pois este valor representa a maior frequência espacial (menor objeto) que poderá ser visualizada na imagem.

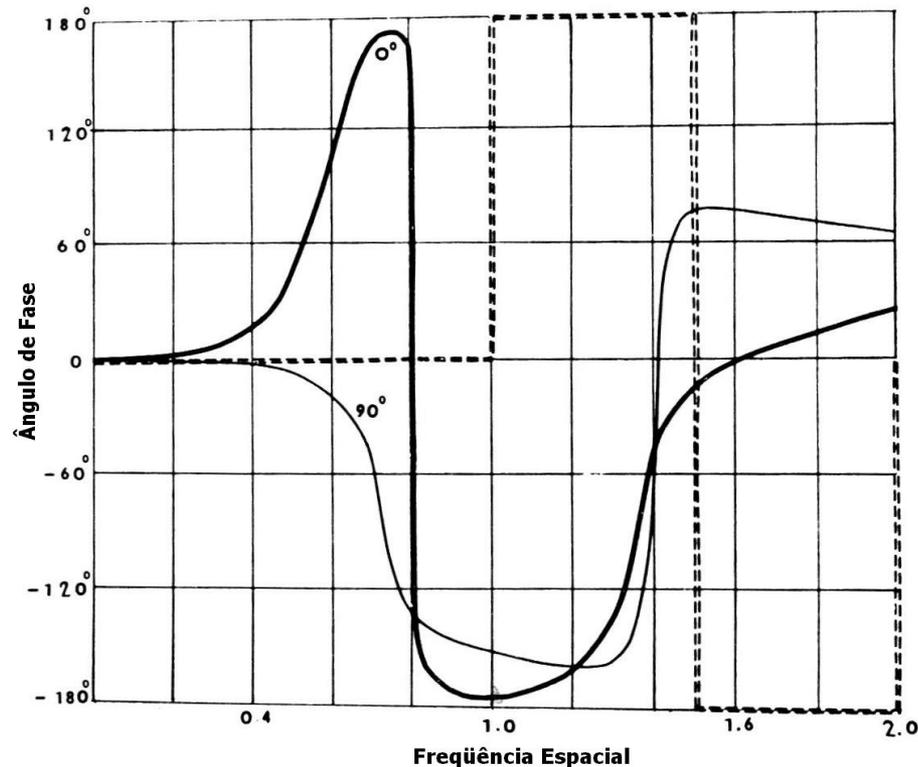


Funções de Transferência



Função de Transferência de Fase

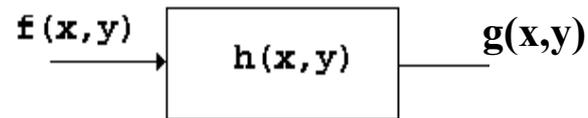
- Mede a amplitude dos desvios laterais sofridos na imagem em função da frequência espacial;



$$\delta = \frac{\phi}{2\pi f}$$

Filtros para Restauração de Imagens

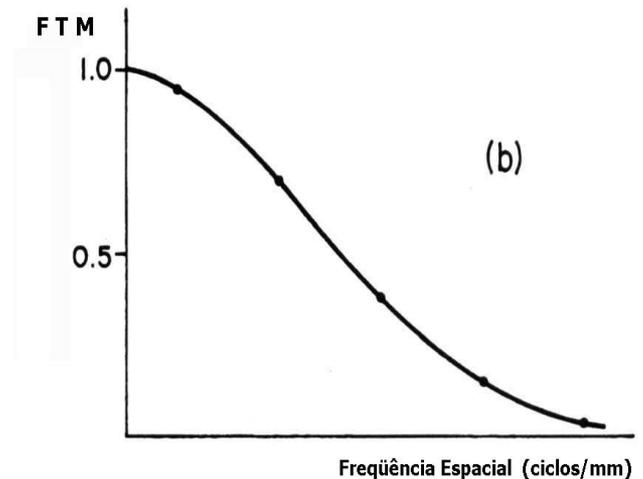
Filtro Inverso



$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y)$$

$$G(u,v) = H(u,v) \cdot F(u,v)$$

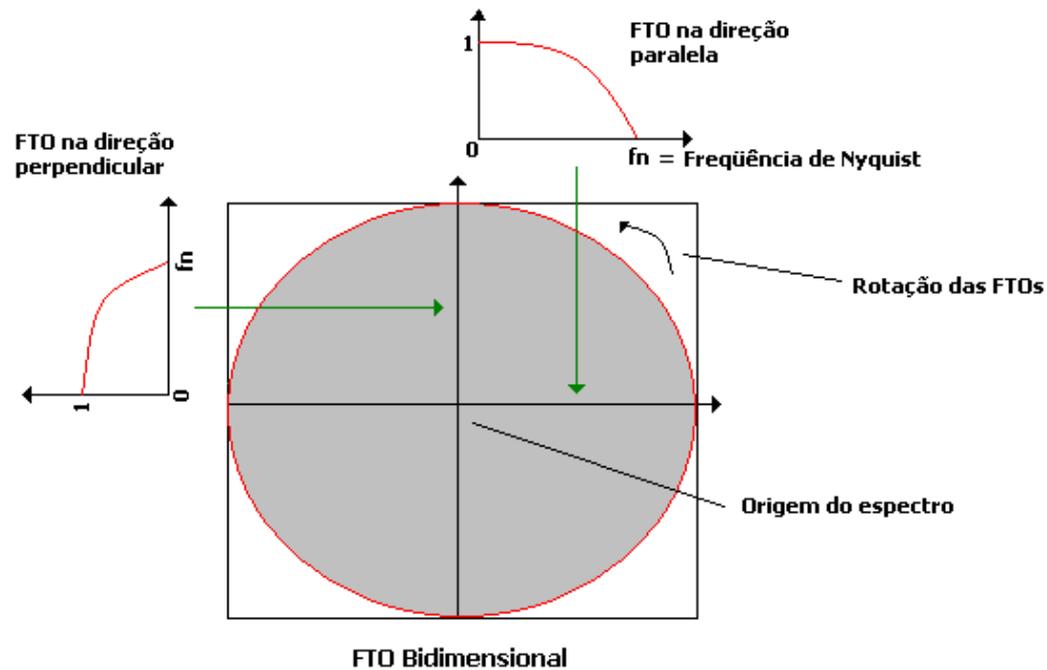
$$F(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)}$$



Utilizado para sistemas sem ruído!!

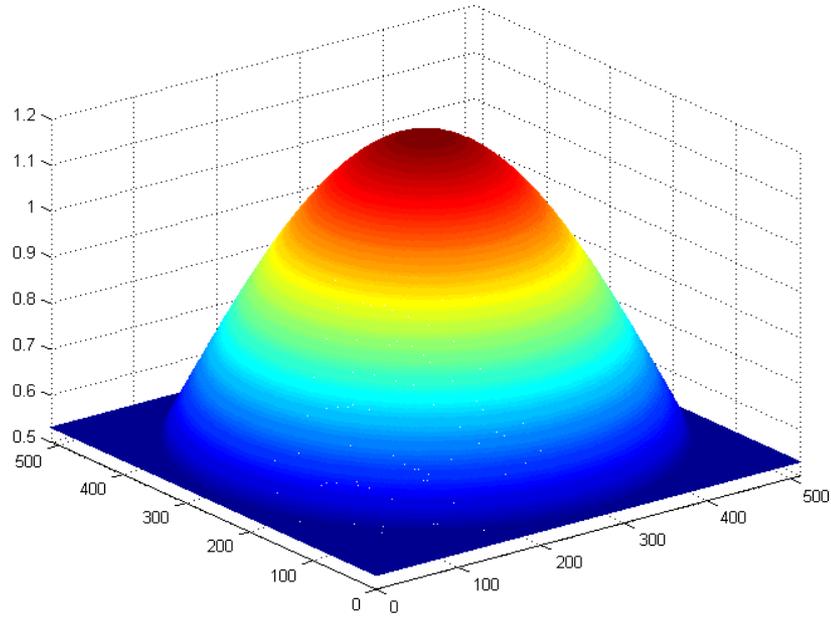
Pré - Processamento

Filtro Inverso da MTF

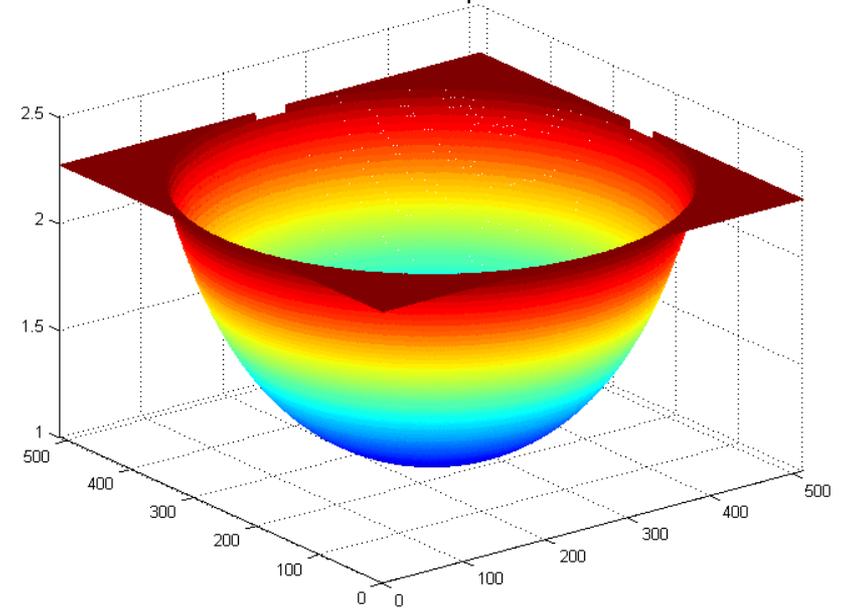


Pré - Processamento

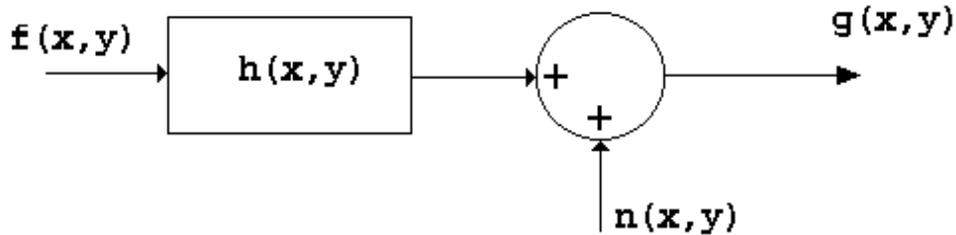
FTM do Sistema



Filtro de Realce pela FTM



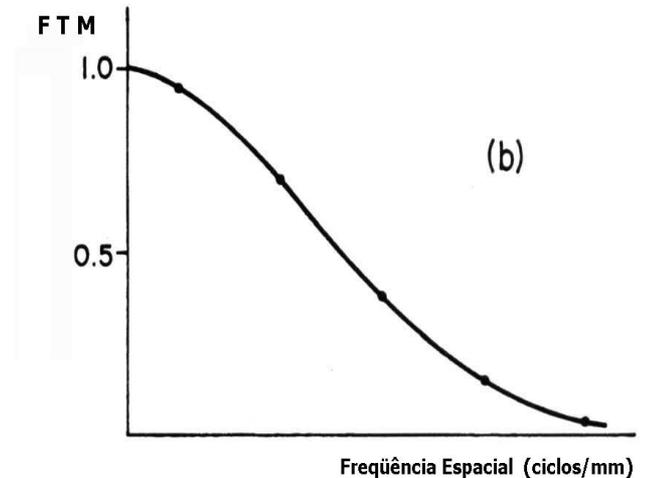
Filtro Inverso



$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) + n(x,y)$$

$$G(u,v) = H(u,v) \cdot F(u,v) + N(u,v)$$

$$F(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)} - \frac{N(u,v)}{H(u,v)}$$

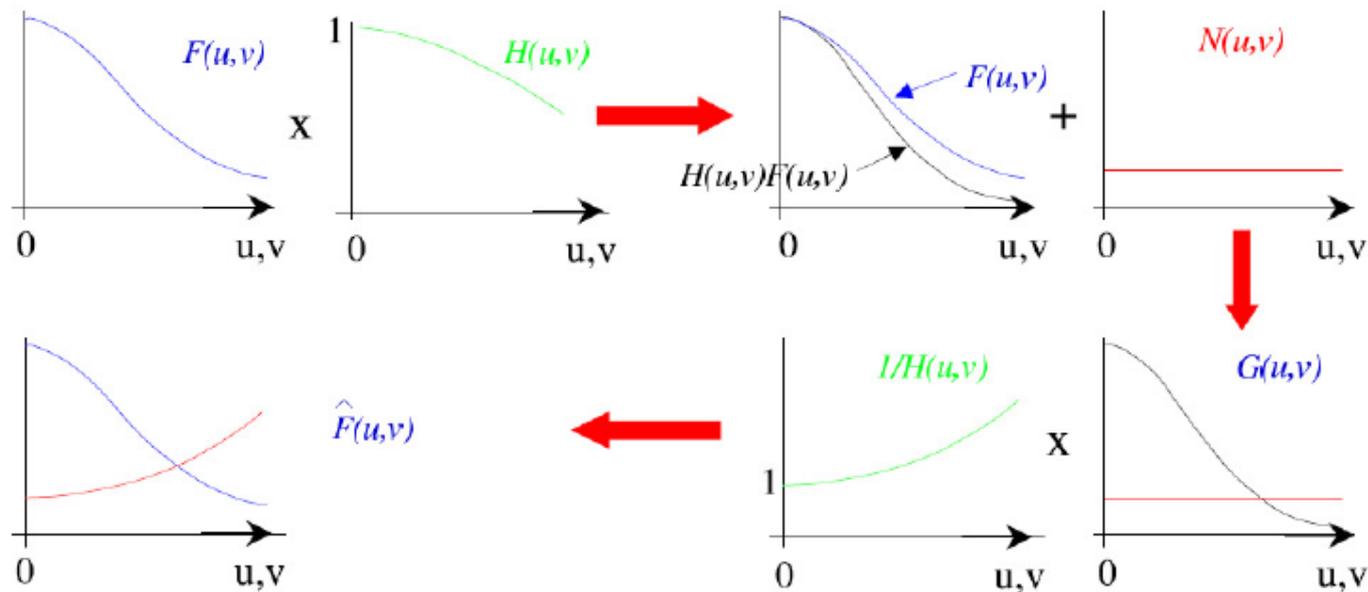


A amplificação do ruído é dominante!

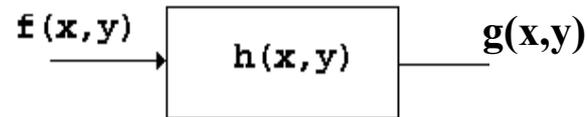
the problem of noise amplification

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v) + N(u, v) \quad \hat{H}(u, v) = 1/H(u, v)$$

$$\hat{F}(u, v) = G(u, v)\hat{H}(u, v) = F(u, v) + \frac{N(u, v)}{\hat{H}(u, v)}$$



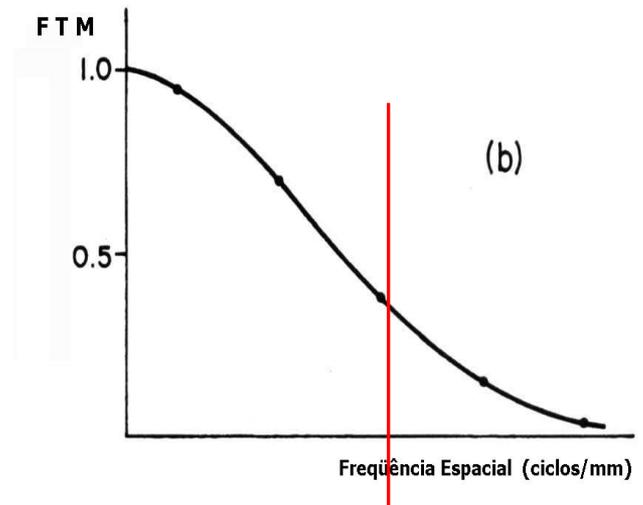
Filtro Inverso Limitado



$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y)$$

$$G(u,v) = H(u,v) \cdot F(u,v)$$

$$F(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)}$$



Limita-se a inversão da MTF

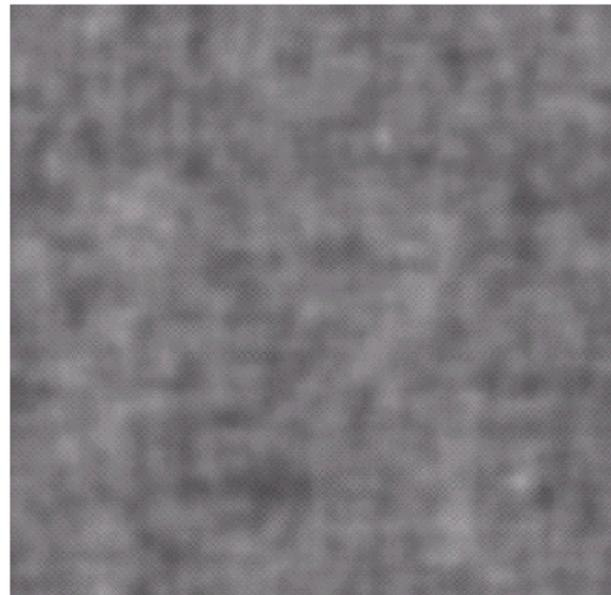
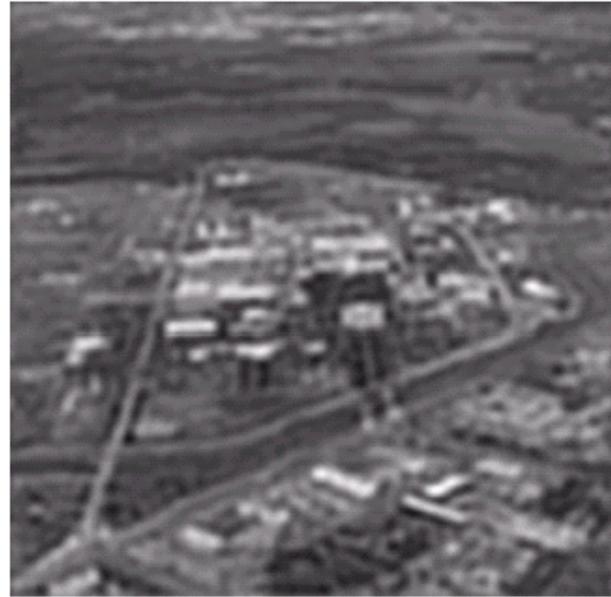
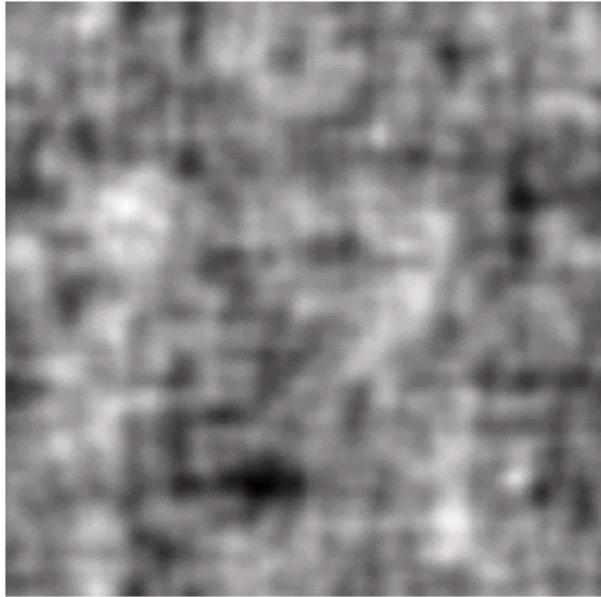
Utilizado para sistemas com ruído!!

Filtro Inverso e Filtro inverso limitado

a b
c d

FIGURE 5.27

Restoring
Fig. 5.25(b) with
Eq. (5.7-1).
(a) Result of
using the full
filter. (b) Result
with H cut off
outside a radius of
40; (c) outside a
radius of 70; and
(d) outside a
radius of 85.



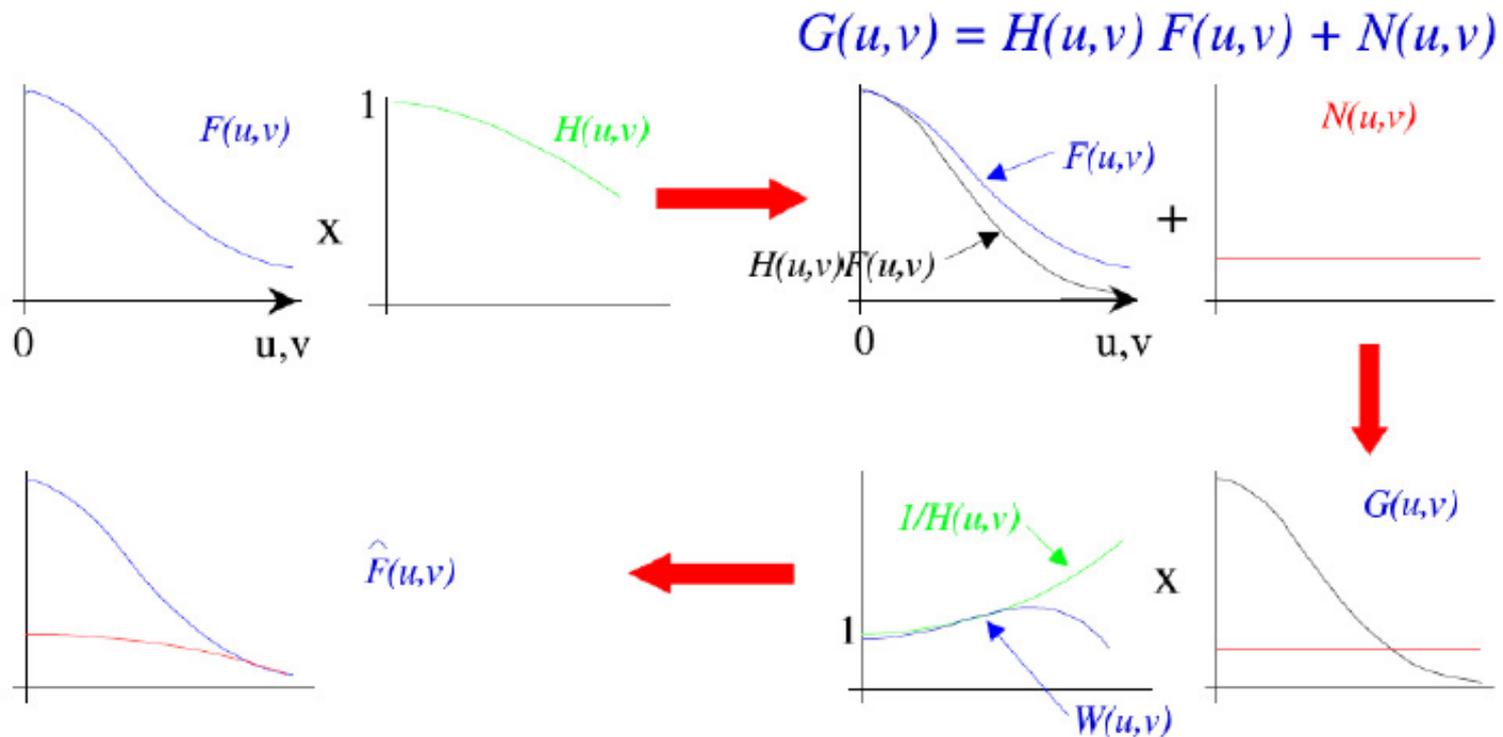
Filtro de Wiener

- Filtro Inverso da não funciona em sistemas com ruído
- Wiener em 1942 – Filtro de “menor erro médio quadrático” – *Minimum mean square error*
- Passa-Faixa ao invés de um Passa-Alta
- Necessita conhecimento da Densidade Espectral de Ruído do sistema e da imagem não-degradada

Filtro de Wiener

$$WF(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \cdot \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{NPS_{ruído}}{NPS_{objeto}}}$$

Schematic effect of Wiener filter



Filtro Inverso

Filtro inverso limitado

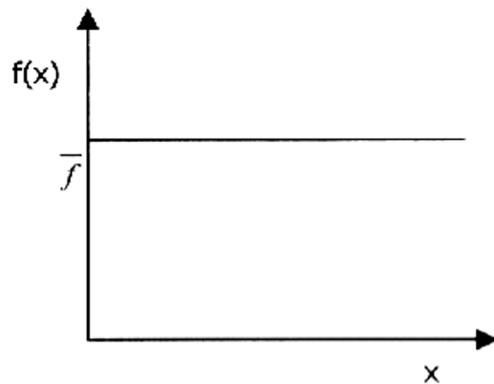
Filtro de Wiener



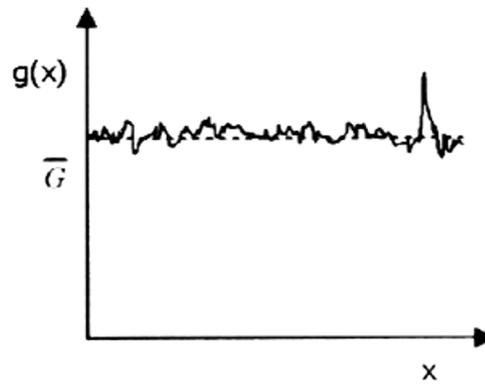
a b c

FIGURE 5.28 Comparison of inverse- and Wiener filtering. (a) Result of full inverse filtering of Fig. 5.25(b). (b) Radially limited inverse filter result. (c) Wiener filter result.

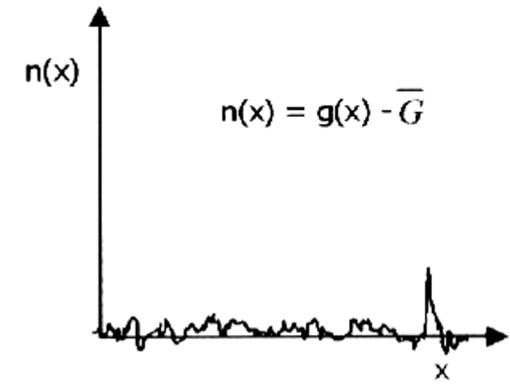
Densidade Espectral de Ruído (NPS)



a) perfil de absorção de objeto uniforme.



b) Imagem resultante do objeto uniforme (acrescido de ruído aditivo).



c) Medida do ruído aditivo dado pela variação do sinal em torno da média.

MEDIDA EXPERIMENTAL

- Subtraindo-se o valor do nível de cinza de cada região da imagem (tamanho do pixel) pelo valor médio de todas os níveis presentes, calcula-se uma função denominada “figura de ruído”.

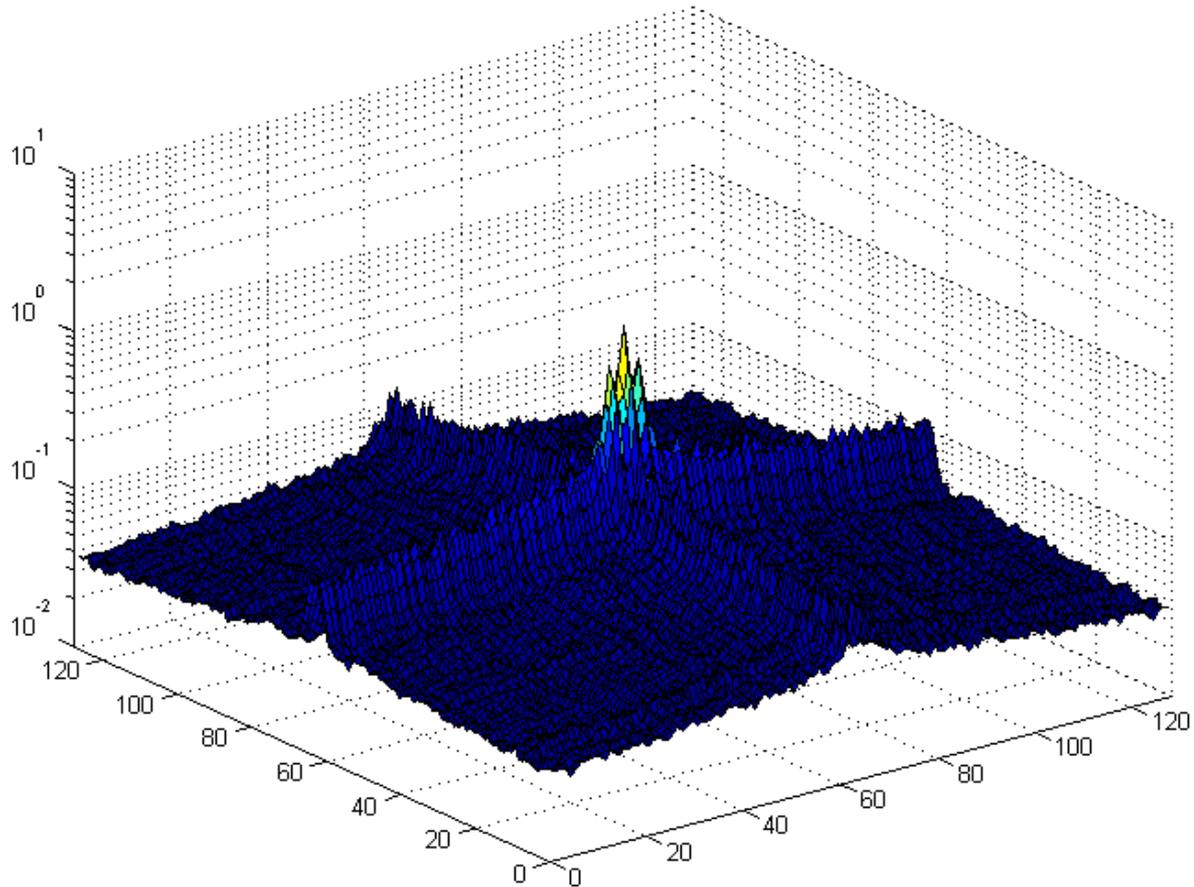
$$n(x, y) = g(x, y) - \overline{Pixel}$$

- O NPS do sistema pode ser calculado como o espectro de potência da transformada de Fourier bidimensional da figura de ruído do sistema:

$$W(u, v) = |\mathfrak{F}\{n(x, y)\}|^2$$

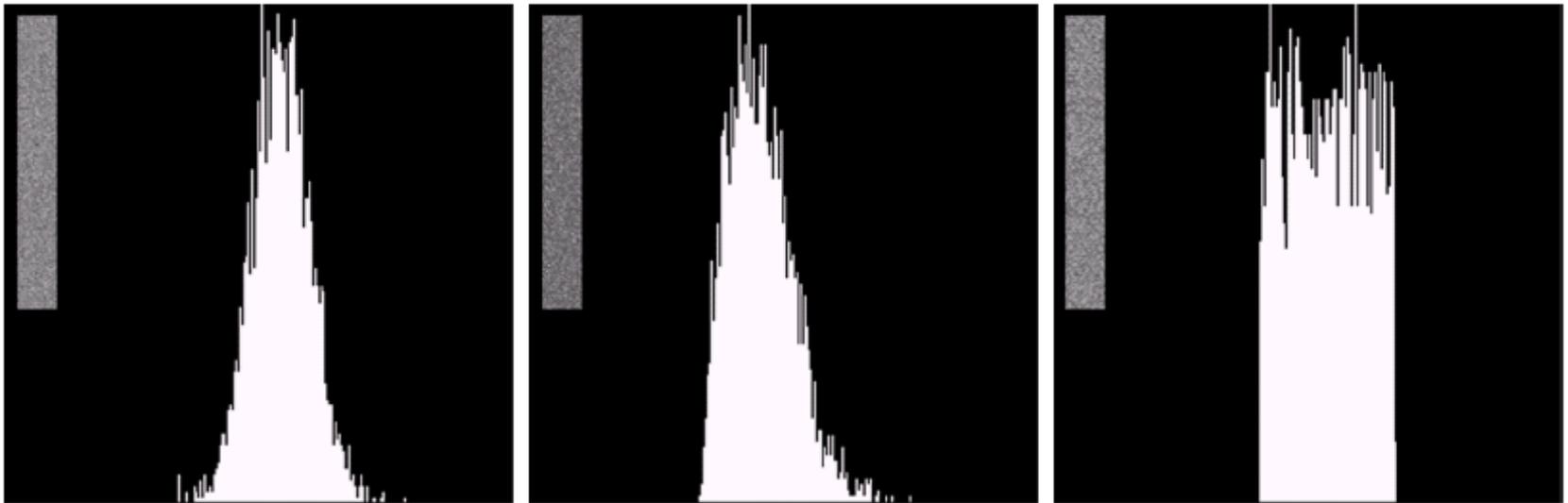
Densidade Espectral de Ruído (NPS)

Densidade Espectral de Ruído (NPS)



Métodos de Estimativa do Ruído

- Região uniforme da imagem
- Cálculo do histograma
- Cálculo da média (μ) e da variância (σ^2)



a b c

FIGURE 5.6 Histograms computed using small strips (shown as inserts) from (a) the Gaussian, (b) the Rayleigh, and (c) the uniform noisy images in Fig. 5.4.

Métodos de Estimativa do Ruído

- Cálculo da média (μ) e da variância (σ^2)

$$\mu = \sum z_i \rho(z_i)$$

$$\sigma^2 = \sum (z_i - \mu)^2 \rho(z_i)$$

Métodos de Estimativa de $H(u,v)$

1. Função Turbulência

Hufnagel e Stanley (1964)

$$H(u, v) = e^{-k(u^2 + v^2)^{5/6}}$$

a b
c d

FIGURE 5.25

Illustration of the
atmospheric
turbulence model.

(a) Negligible
turbulence.

(b) Severe
turbulence,
 $k = 0.0025$.

(c) Mild
turbulence,
 $k = 0.001$.

(d) Low
turbulence,
 $k = 0.00025$.

(Original image
courtesy of
NASA.)



Métodos de Estimativa de $H(u,v)$

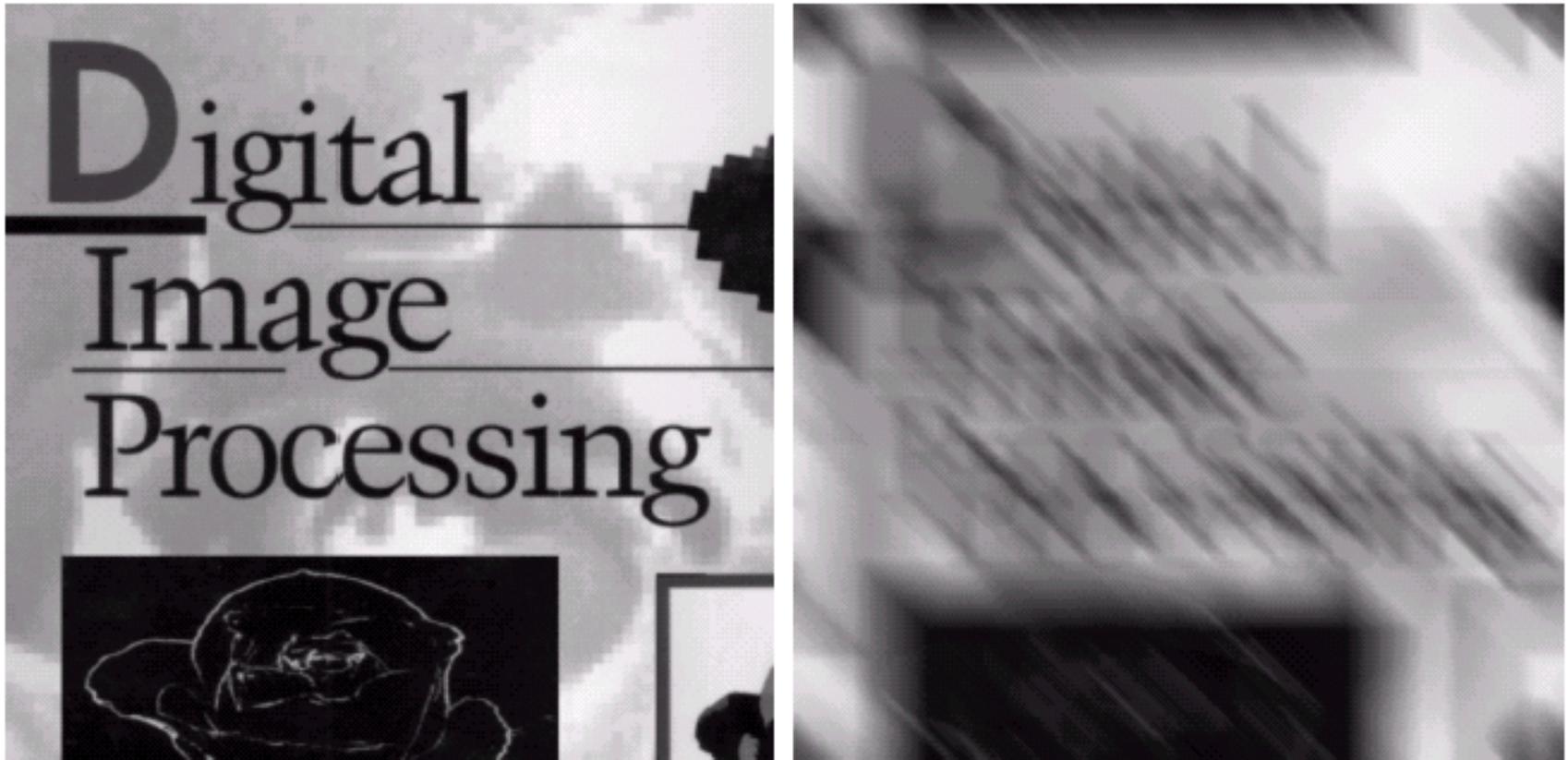
1. Função Movimento

$$H(u, v) = \frac{T}{\pi(ua + bv)} \text{sen}[\pi(ua + bv)] e^{-j\pi(ua + bv)}$$

- Direção x: at/T
- Direção y: bt/T

a e b correspondem à distância percorrida quando
 $t = T$

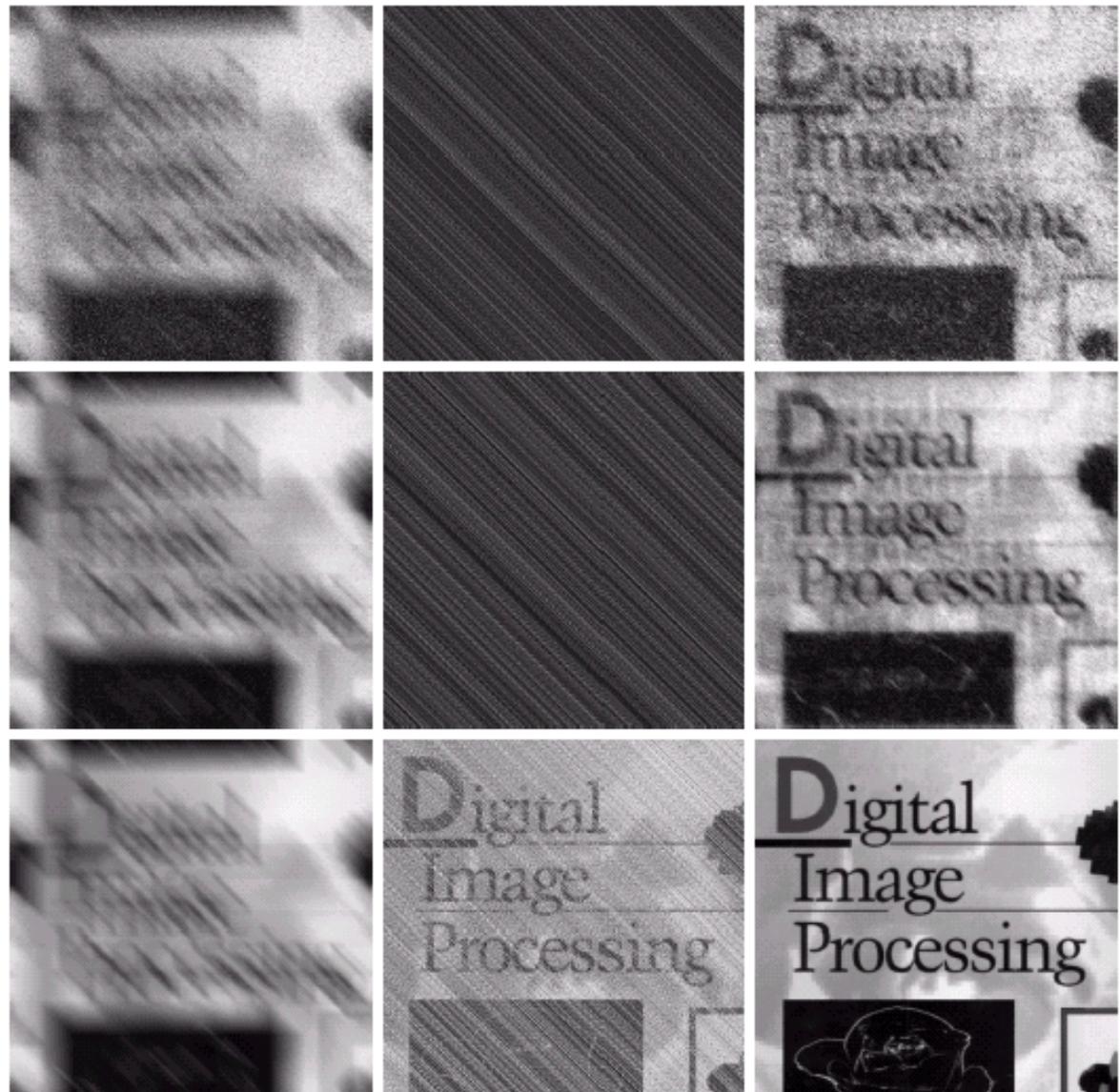
Movimento e Ruído



a b

FIGURE 5.26 (a) Original image. (b) Result of blurring using the function in Eq. (5.6-11) with $a = b = 0.1$ and $T = 1$.

Filtro Inverso X Filtro de Wiener



a	b	c
d	e	f
g	h	i

FIGURE 5.29 (a) Image corrupted by motion blur and additive noise. (b) Result of inverse filtering. (c) Result of Wiener filtering. (d)–(f) Same sequence, but with noise variance one order of magnitude less. (g)–(i) Same sequence, but noise variance reduced by five orders of magnitude from (a). Note in (h) how the deblurred image is quite visible through a “curtain” of noise.

Filtro de Wiener x Filtro Inverso

- **Filtro inverso**

- O ruído sobrepõe à imagem após a restauração
- $H(u,v)$ tende a zero nas altas frequências
- Solução > Limitar a faixa de frequência

- **Filtro de Wiener**

- A NPS do ruído e da imagem devem ser conhecidos
- Solução > Tratar a relação das NPS como se fosse uma constante K e ajustar o seu valor empiricamente

$$WF(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \cdot \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K}$$

FIM