

Física 1 (4310145) - Aula 02/06/2020



● Capítulo 2

- Perguntas: Todas!
- Problemas: 2.1, 2.3, 2.5, 2.7, 2.9, 2.14, 2.17, 2.21, 2.31, 2.37, 2.41, 2.67, 2.69

● Capítulo 3

- Perguntas: 3.1, 3.3, 3.5, 3.12, 3.13
- Problemas: 3.1, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.9, 3.10, 3.15, 3.32, 3.27, 3.33, 3.37, 3.43

● Capítulo 4

- Perguntas: 4.1, 4.2, 4.3, 4.5, 4.13, 4.17
- Problemas: 4.1, 4.3, 4.7, 4.9, 4.11, 4.19, 4.25, 4.29, 4.47, 4.57, 4.65, 4.69

● Capítulo 5

- Perguntas: 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.9
- Problemas: 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.7, 5.11, 5.13, 5.15, 5.19, 5.21, 5.31, 5.35, 5.45, 5.63

● Capítulo 6

- Perguntas: 6.1, 6.2, 6.3, 6.5, 6.6, 6.9, 6.13
- Problemas: 6.1, 6.3, 6.4, 6.5, 6.13, 6.19, 6.25, 6.33, 6.39, 6.41, 6.43, 6.57, 6.59

● Capítulo 7

- Perguntas: 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.9, 7.11
- Problemas: 7.1, 7.3, 7.5, 7.7, 7.15, 7.17, 7.21, 7.23, 7.31, 7.37, 7.41, 7.43, 7.45, 7.49, 7.67

● Capítulo 8

- Perguntas: 8.1, 8.2, 8.3, 8.5, 8.9, 8.11
- Problemas: 8.1, 8.2, 8.3, 8.5, 8.7, 8.9, 8.13, 8.15, 8.19, 8.25, 8.37, 8.39, 8.41, 8.45, 8.47, 8.53, 8.57, 8.67

● Capítulo 9

- Perguntas: 9.1, 9.2, 9.3, 9.5, 9.7, 9.9, 9.11
- Problemas: 9.1, 9.2, 9.3, 9.5, 9.7, 9.11, 9.13, 9.17, 9.19, 9.25, 9.29, 9.33, 9.37, 9.39, 9.41, 9.45, 9.49, 9.51, 9.55, 9.61, 9.63, 9.73, 9.75

● Capítulo 10

- Problemas: 10.1, 10.2, 10.3, 10.4, 10.5, 10.7, 10.11, 10.13, 10.15, 10.17, 10.19, 10.25, 10.28, 10.33, 10.35, 10.41, 10.43, 10.49, 10.51, 10.53, 10.57, 10.59, 10.61, 10.63

● Capítulo 11

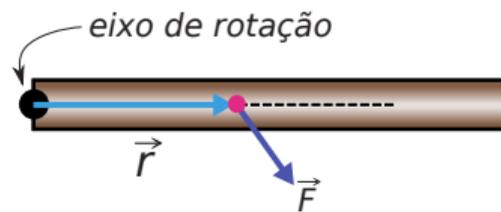
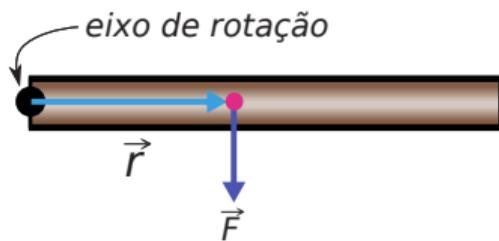
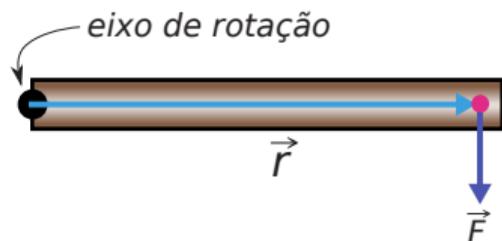
- Perguntas:
- Problemas:

- 1 Rotação
 - Torque
 - Segunda Lei de Newton para rotações
 - Trabalho e energia cinética de rotação

- 1 Rotação
 - Torque
 - Segunda Lei de Newton para rotações
 - Trabalho e energia cinética de rotação

- 1 Rotação
 - Torque
 - Segunda Lei de Newton para rotações
 - Trabalho e energia cinética de rotação

Rotação



Rotação

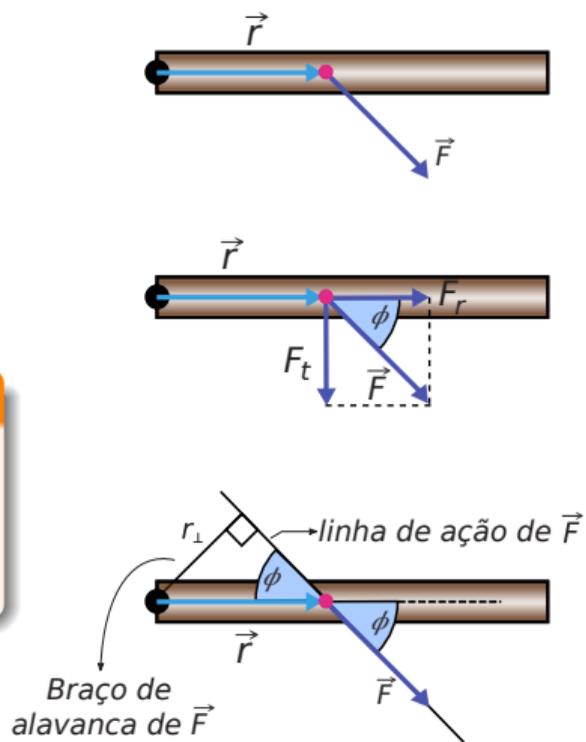
- Para determinar o modo como \vec{F} provoca uma rotação do corpo em torno do eixo de rotação, podemos separar a força em duas componentes
 - A componente radial F_r tem a direção de \vec{r} (não causa rotação)
 - A componente tangencial F_t é perpendicular a \vec{r} e tem módulo $F_t = F \sin \phi$ (causa rotação)

Módulo do torque

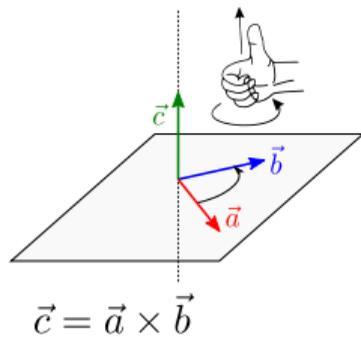
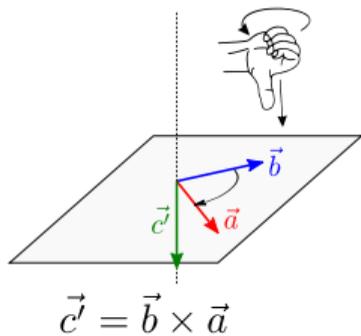
$$\tau = rF \sin \phi = r(F \sin \phi) = F(r \sin \phi)$$

$$\tau = rF_t = Fr_{\perp}$$

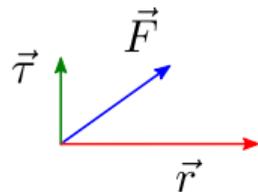
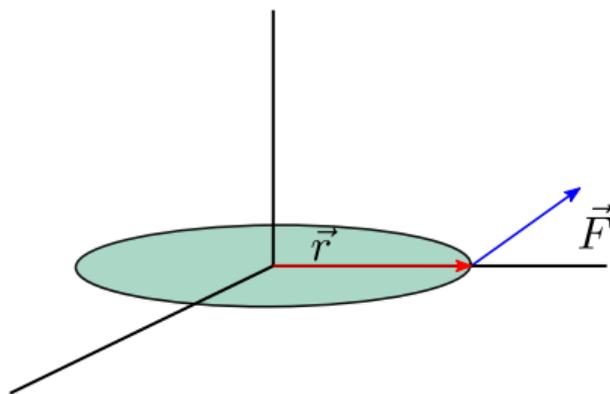
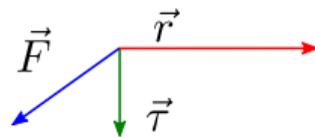
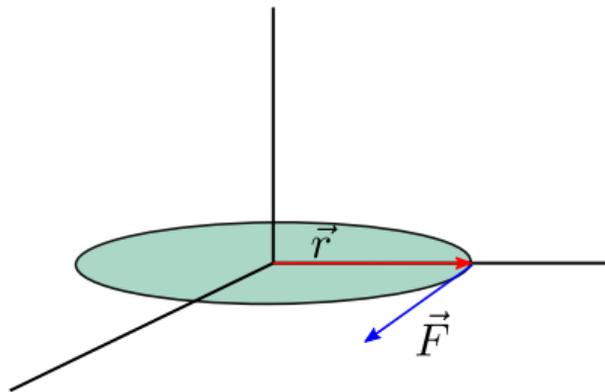
- A unidade do torque no SI é (N · m)



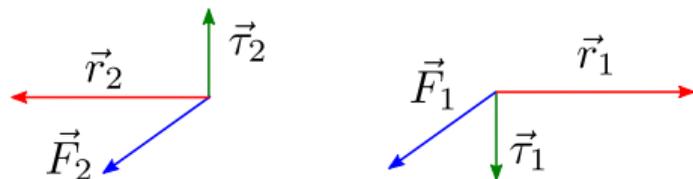
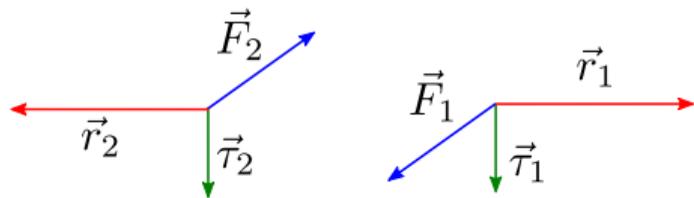
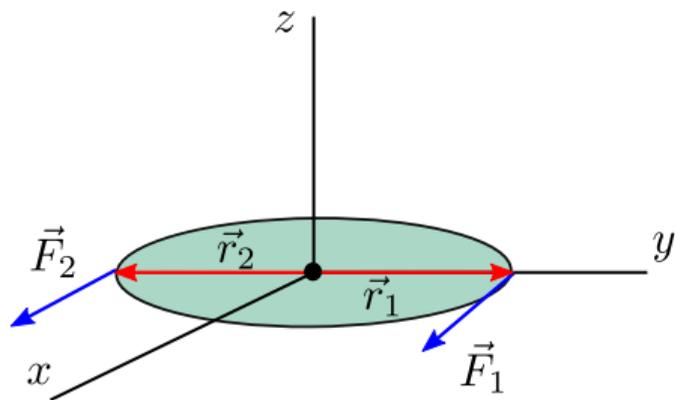
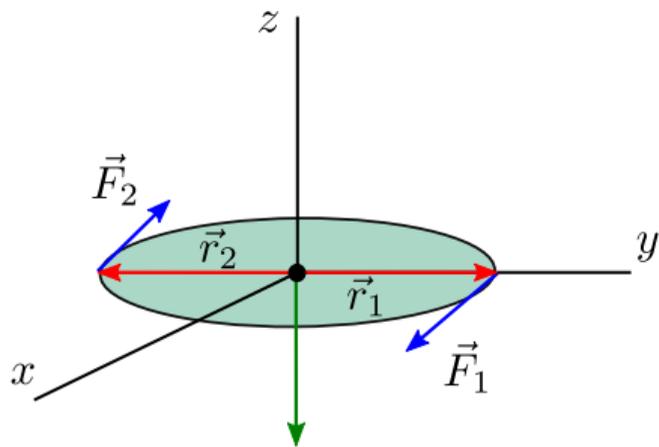
O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$



$$\vec{c} = -\vec{c} \quad c = ab \sin \phi$$



O torque é um vetor $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$



Combinando Torques

Torque

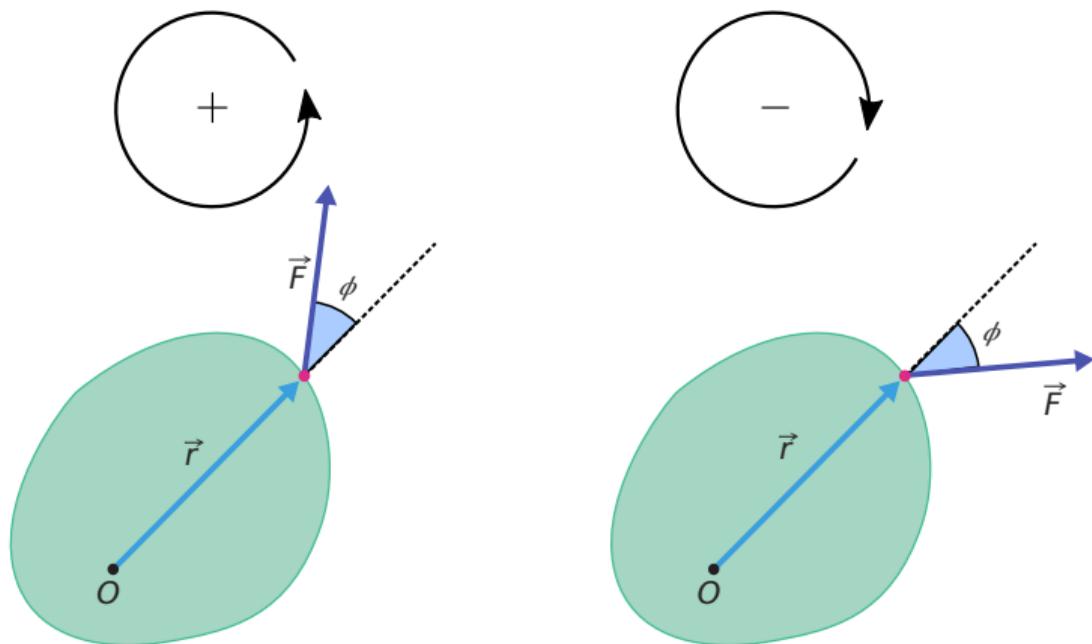
Princípio da superposição:

- Quando vários torques atuam sobre um corpo, o torque total (ou torque resultante) é a soma dos torques

$$\vec{\tau}_{res} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \dots$$

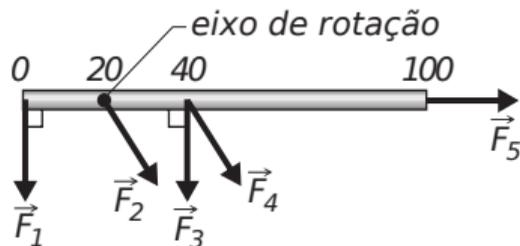
rotações em torno de um único eixo

- Atribuímos ao torque um valor positivo se torque faz o corpo girar no sentido anti-horário
- Atribuímos ao torque um valor negativo se torque faz o corpo girar no sentido horário



Teste

A figura mostra a vista superior de uma régua de um metro que pode girar em torno de um eixo situado na posição 20cm. As cinco forças aplicadas à régua são horizontais e têm o mesmo módulo. Ordene as forças de acordo com o módulo do torque que produzem, do maior para o menor.



- 1 Rotação
 - Torque
 - Segunda Lei de Newton para rotações
 - Trabalho e energia cinética de rotação

Segunda Lei de Newton para rotações

- Um torque faz pode fazer um corpo rígido girar
- Queremos aqui relacionar o **torque resultante** τ_{res} aplicado a um corpo à **aceleração angular** α produzida pelo torque

$$F_{\text{res}} = ma \quad \Longrightarrow \quad \tau_{\text{res}} = I\alpha$$

Demonstração da relação $\tau = I\alpha$

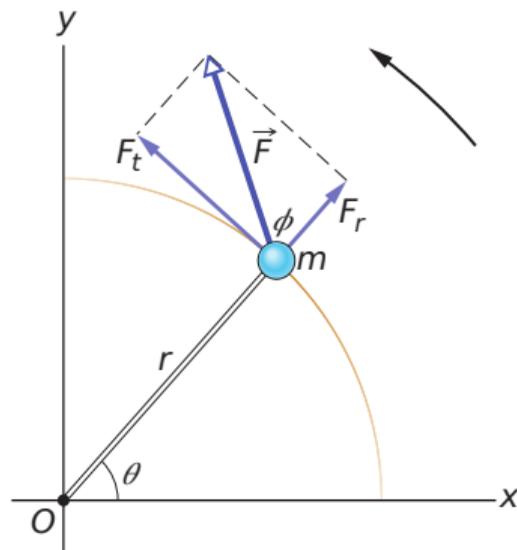
- Considere o corpo rígido como sendo uma partícula de m presa na extremidade de uma barra de comprimento r .
- A barra pode se mover apenas girando em torno de um eixo, perpendicular ao plano do papel
- Uma força \vec{F} age sobre a partícula
- Podemos relacionar F_t à aceleração tangencial a_t por meio da segunda lei de Newton

$$F_t = ma_t$$

- O torque que age sobre a partícula é dado por

$$\tau = F_t r = ma_t r$$

- Da aula passada, temos que $a_t = \alpha r$, desta forma $\tau = (mr^2)\alpha$



Demonstração da relação $\tau = I\alpha$

- Acabamos de obter

$$\tau = (mr^2)\alpha$$

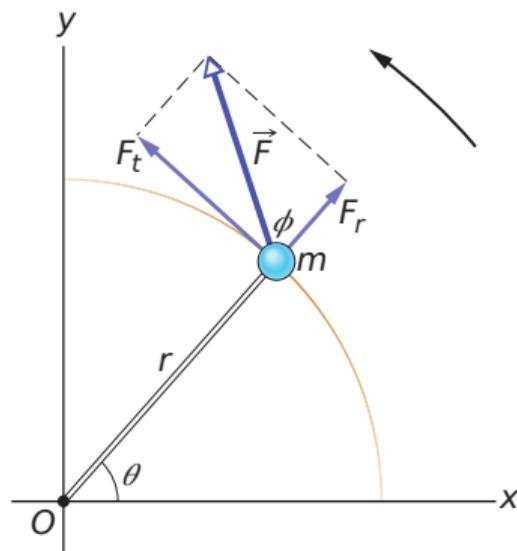
- Note agora que podemos identificar o momento angular

$$I = mr^2$$

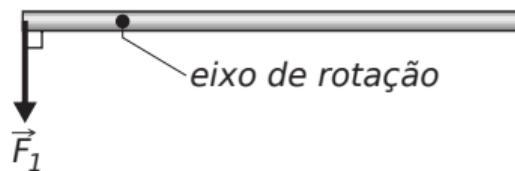
- Desta forma, podemos escrever

$$\tau_{\text{res}} = I\alpha$$

- Podemos aplicar essa equação a qualquer corpo rígido girando em torno de um eixo fixo, uma vez que qualquer corpo pode ser considerado um conjunto de partículas



A figura mostra a vista superior de uma régua de um metro que pode girar em torno do ponto indicado, que está à esquerda do ponto médio da régua. Duas forças horizontais, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 , são aplicadas a régua. Apenas \vec{F}_1 é mostrada na figura. A força \vec{F}_2 é perpendicular a régua e é aplicada à extremidade direita. Para que a régua não se mova, (a) qual deve ser o sentido de \vec{F}_2 ? (b) $|\vec{F}_2|$ deve ser maior, menor ou igual a $|\vec{F}_1|$?



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A fig. mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5\text{kg}$ e raio $R = 20\text{cm}$, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5\text{kg}$ está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Sobre as forças que agem sobre o bloco

$$T - mg = m(-a) \quad (1)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$

- Em que podemos escrever

$$\tau = -TR$$

- Assim $-TR = I(-\alpha)$

- Uma vez que I para um disco é dado por

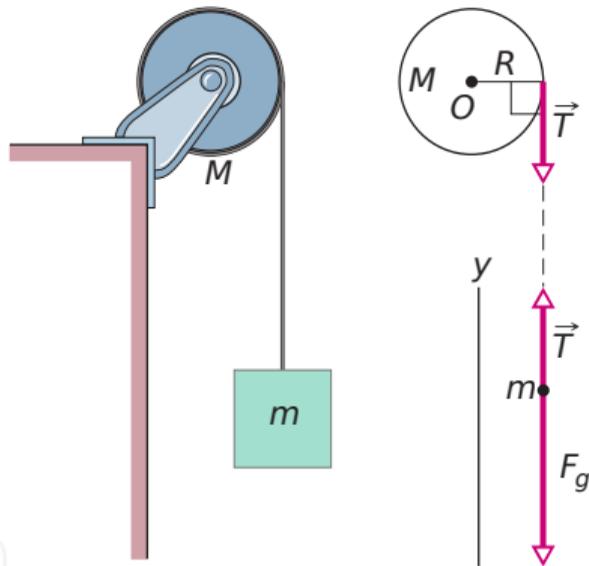
$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

e $a_t = a = \alpha R$, temos

$$-TR = \frac{1}{2}MR^2 \left(-\frac{a}{R} \right)$$

- Assim, temos

$$T = \frac{1}{2}aM \quad (2)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A fig. mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5\text{kg}$ e raio $R = 20\text{cm}$, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5\text{kg}$ está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Sobre as forças que agem sobre o bloco

$$T - mg = m(-a) \quad (1)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$

- Em que podemos escrever

$$\tau = -TR$$

- Assim $-TR = I(-\alpha)$

- Uma vez que I para um disco é dado por

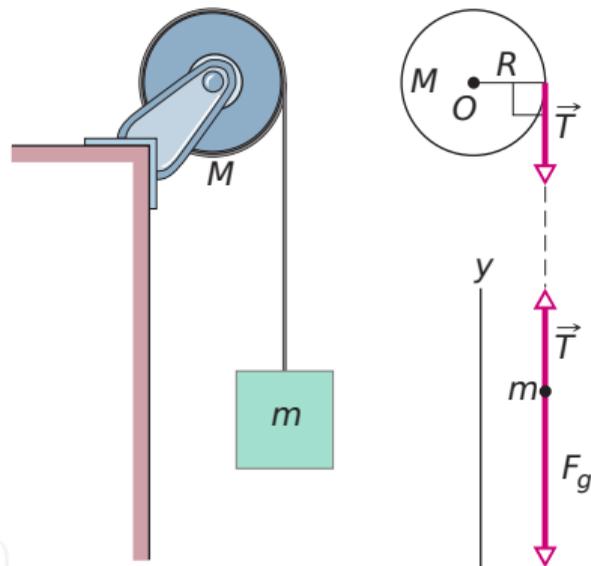
$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

e $a_t = a = \alpha R$, temos

$$-TR = \frac{1}{2}MR^2 \left(-\frac{a}{R} \right)$$

- Assim, temos

$$T = \frac{1}{2}aM \quad (2)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A fig. mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5\text{kg}$ e raio $R = 20\text{cm}$, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5\text{kg}$ está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Sobre as forças que agem sobre o bloco

$$T - mg = m(-a) \quad (1)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$

- Em que podemos escrever

$$\tau = -TR$$

- Assim $-TR = I(-\alpha)$

- Uma vez que I para um disco é dado por

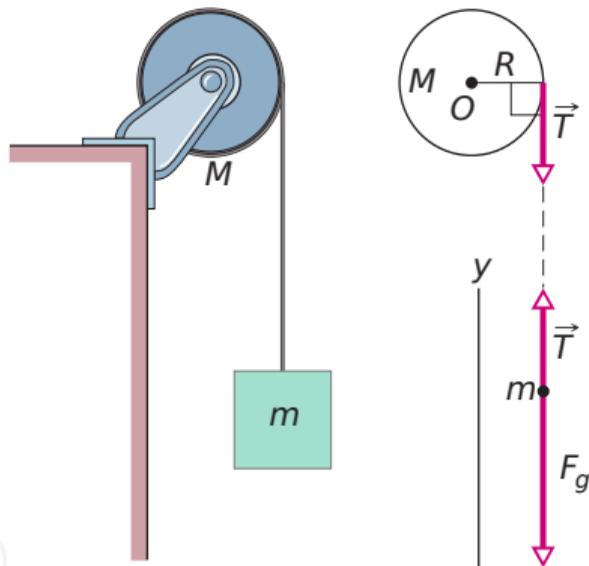
$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

e $a_t = a = \alpha R$, temos

$$-TR = \frac{1}{2}MR^2 \left(-\frac{a}{R} \right)$$

- Assim, temos

$$T = \frac{1}{2}aM \quad (2)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A fig. mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5\text{kg}$ e raio $R = 20\text{cm}$, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5\text{kg}$ está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Sobre as forças que agem sobre o bloco

$$T - mg = m(-a) \quad (1)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$

- Em que podemos escrever

$$\tau = -TR$$

- Assim $-TR = I(-\alpha)$

- Uma vez que I para um disco é dado por

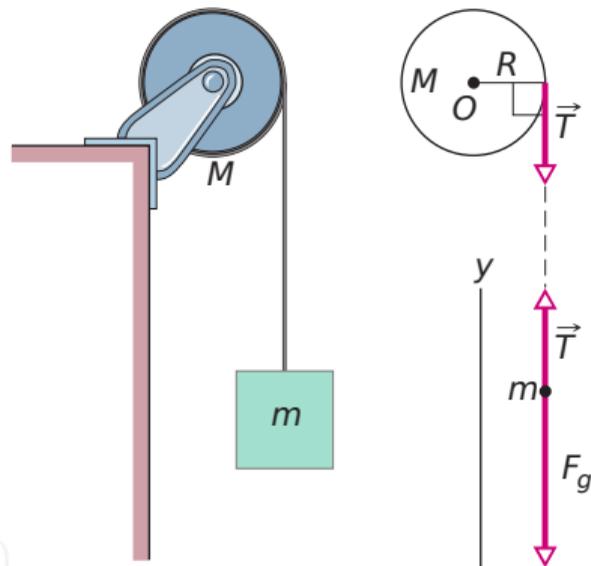
$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

e $a_t = a = \alpha R$, temos

$$-TR = \frac{1}{2}MR^2 \left(-\frac{a}{R} \right)$$

- Assim, temos

$$T = \frac{1}{2}aM \quad (2)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A fig. mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5\text{kg}$ e raio $R = 20\text{cm}$, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5\text{kg}$ está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Sobre as forças que agem sobre o bloco

$$T - mg = m(-a) \quad (1)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$

- Em que podemos escrever

$$\tau = -TR$$

- Assim $-TR = I(-\alpha)$

- Uma vez que I para um disco é dado por

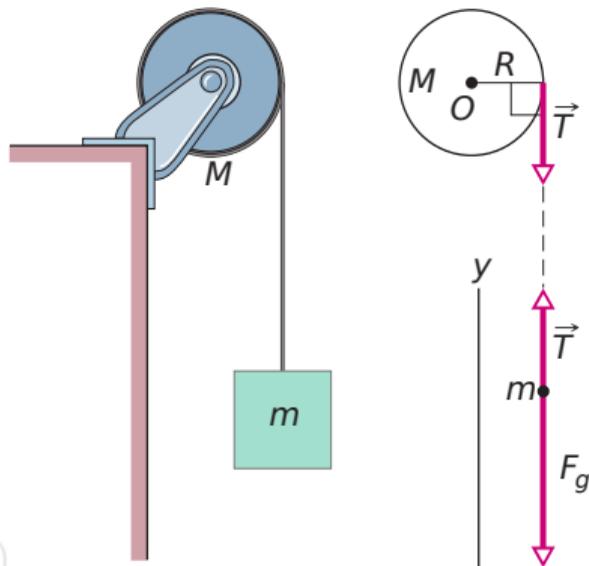
$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

e $a_t = a = \alpha R$, temos

$$-TR = \frac{1}{2}MR^2 \left(-\frac{a}{R} \right)$$

- Assim, temos

$$T = \frac{1}{2}aM \quad (2)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A fig. mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5\text{kg}$ e raio $R = 20\text{cm}$, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5\text{kg}$ está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Sobre as forças que agem sobre o bloco

$$T - mg = m(-a) \quad (1)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$

- Em que podemos escrever

$$\tau = -TR$$

- Assim $-TR = I(-\alpha)$

- Uma vez que I para um disco é dado por

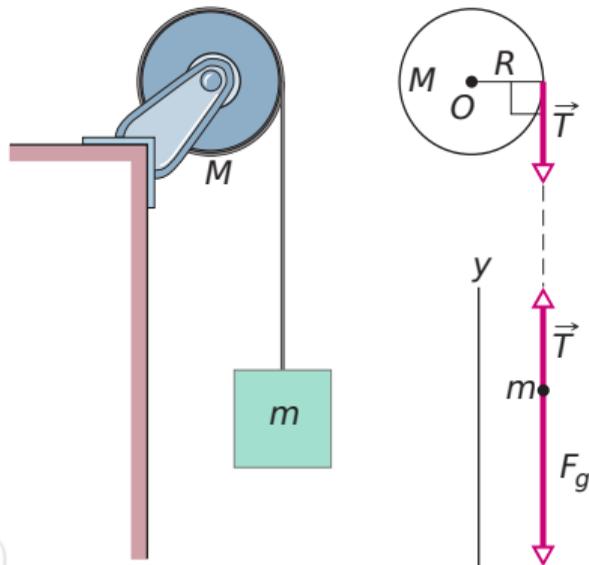
$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

e $a_t = a = \alpha R$, temos

$$-TR = \frac{1}{2}MR^2 \left(-\frac{a}{R} \right)$$

- Assim, temos

$$T = \frac{1}{2}aM \quad (2)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A fig. mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5\text{kg}$ e raio $R = 20\text{cm}$, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5\text{kg}$ está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Sobre as forças que agem sobre o bloco

$$T - mg = m(-a) \quad (1)$$

- Sobre o torque que atua no disco

$$\tau = I\alpha$$

- Em que podemos escrever

$$\tau = -TR$$

- Assim $-TR = I(-\alpha)$

- Uma vez que I para um disco é dado por

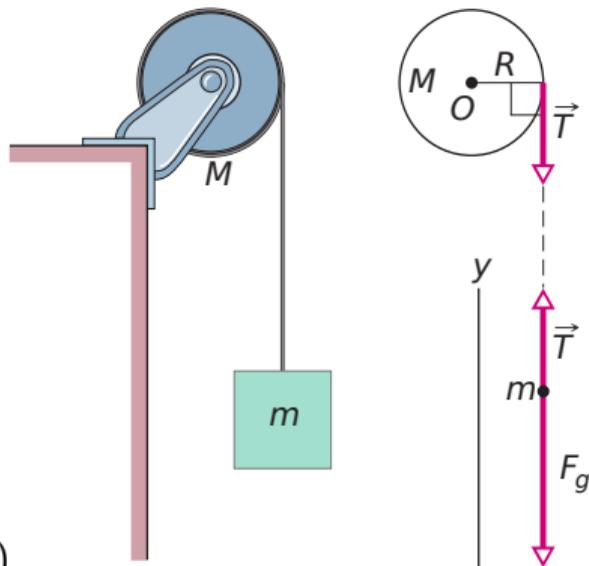
$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

e $a_t = a = \alpha R$, temos

$$-TR = \frac{1}{2}MR^2 \left(-\frac{a}{R} \right)$$

- Assim, temos

$$T = \frac{1}{2}aM \quad (2)$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A fig. mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5\text{kg}$ e raio $R = 20\text{cm}$, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5\text{kg}$ está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Substituindo (2) em (1), obtemos

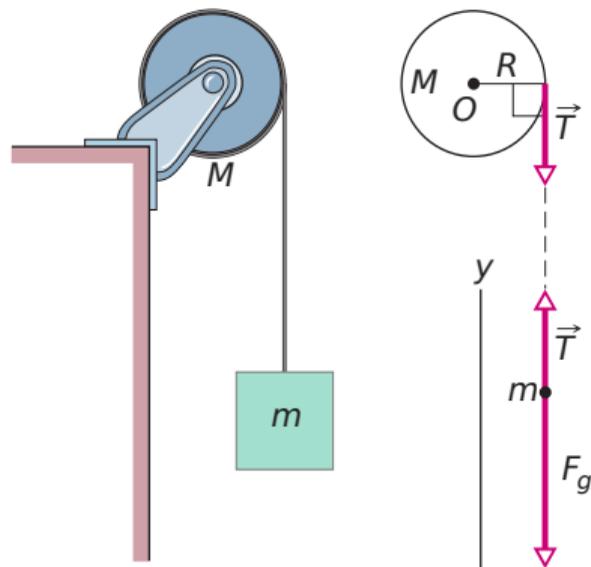
$$a = \frac{2m}{(M + 2m)}g = 4,8\text{m/s}^2$$

- Podemos usar (2) para calcular T . Obtemos

$$T = \frac{1}{2}aM = 6,0\text{N}$$

- Note que caso $M = 0$, teríamos

$$T = \frac{1}{2}aM = 0 \quad a = \frac{2m}{(M + 2m)}g = g$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A fig. mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5\text{kg}$ e raio $R = 20\text{cm}$, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5\text{kg}$ está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Substituindo (2) em (1), obtemos

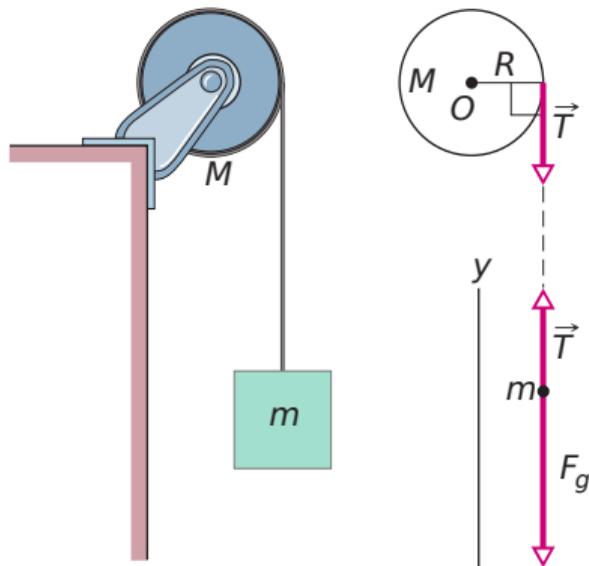
$$a = \frac{2m}{(M + 2m)}g = 4,8\text{m/s}^2$$

- Podemos usar (2) para calcular T . Obtemos

$$T = \frac{1}{2}aM = 6,0\text{N}$$

- Note que caso $M = 0$, teríamos

$$T = \frac{1}{2}aM = 0 \quad a = \frac{2m}{(M + 2m)}g = g$$



Exemplo: Segunda lei de Newton, rotação, torque, disco

A fig. mostra um disco homogêneo, de massa $M = 2,5\text{kg}$ e raio $R = 20\text{cm}$, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m = 1,5\text{kg}$ está pendurado em uma corda enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco na queda e a tração da corda.

- Substituindo (2) em (1), obtemos

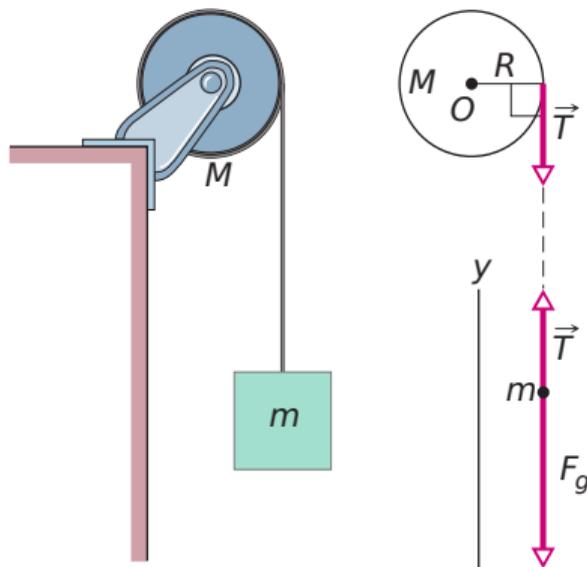
$$a = \frac{2m}{(M + 2m)}g = 4,8\text{m/s}^2$$

- Podemos usar (2) para calcular T . Obtemos

$$T = \frac{1}{2}aM = 6,0\text{N}$$

- Note que caso $M = 0$, teríamos

$$T = \frac{1}{2}aM = 0 \quad a = \frac{2m}{(M + 2m)}g = g$$



- 1 Rotação
 - Torque
 - Segunda Lei de Newton para rotações
 - Trabalho e energia cinética de rotação

Trabalho e energia cinética de rotação

- Já estudamos o teorema trabalho-energia cinética

$$\Delta K = W$$

- Como o teorema fica no caso de rotações?

Trabalho e energia cinética de rotação

- Durante a rotação, a força \vec{F} realiza trabalho sobre o corpo.
- Podemos aplicar o teorema trabalho-energia cinética

$$\Delta K = W$$
$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = W$$

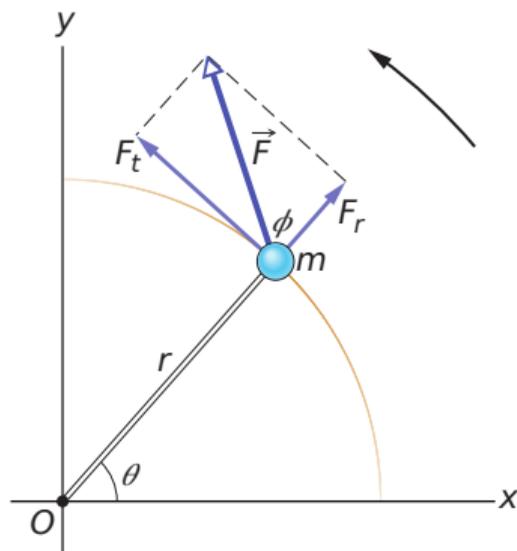
- usando $v = \omega r$, teremos

$$\frac{1}{2}mr^2\omega_f^2 - \frac{1}{2}mr^2\omega_i^2 = W$$

- Identificando $I = mr^2$, temos

$$\Delta K = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\omega_i^2$$

- A equação acima é válida para qualquer corpo rígido em rotação ao redor de um eixo fixo.



Trabalho e energia cinética de rotação

- Podemos relacionar o trabalho W com o torque exercido sobre o corpo pela força \vec{F}
- Note que apenas a componente F_t da força realiza trabalho.
- Esse trabalho pode ser escrito como

$$dW = F_t ds$$

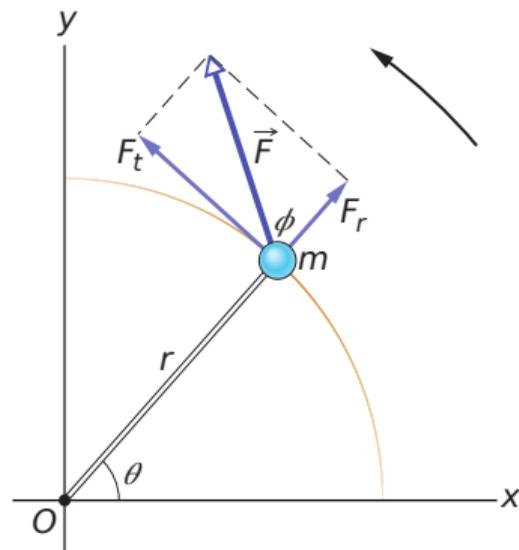
- Podemos usar $ds = r d\theta$ e escrever

$$dW = F_t r d\theta$$

- como $\tau = F_t r$, podemos escrever

$$dW = \tau d\theta$$

- O trabalho realizado em um deslocamento angular finito de θ_i para θ_f é portanto



$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta$$

Trabalho e energia cinética de rotação

- Já estudamos o teorema trabalho-energia cinética

$$\Delta K = W$$

- Como o teorema fica no caso de rotações?

$$\Delta K = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\omega_i^2$$

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta$$

- Podemos calcular a potência P desenvolvida por um corpo em um movimento de rotação como

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt}$$

$$P = \tau\omega$$

$$dW = \tau d\theta$$

Translação vs Rotação

Translação Pura (Direção Fixa)		Rotação Pura (Eixo Fixo)	
Posição	x	Posição angular	θ
Velocidade	$v = dx/dt$	Velocidade angular	$\omega = d\theta/dt$
Aceleração	$a = dv/dt$	Aceleração angular	$\alpha = d\omega/dt$
Massa	m	Momento de inércia	I
Segunda Lei de Newton	$F_{\text{net}} = ma$	Segunda Lei de Newton	$\tau_{\text{net}} = I\alpha$
Trabalho	$W = \int Fdx$	Trabalho	$W = \int \tau d\theta$
Energia cinética	$K = \frac{1}{2}mv^2$	Energia cinética	$K = \frac{1}{2}I\omega^2$
Potência	$P = Fv$	Potência	$P = \tau\omega$
Teorema trabalho-energia cinética	$W = \Delta K$	Teorema trabalho-energia cinética	$W = \Delta K$

- Reproduza as passagens de maneira independente!
- Estude as referências!
 - D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker. *Fundamentos de Física - Mecânica*, volume 1. LTC, 10 edition, 2016
 - P.A. Tipler and G. Mosca. *Física para Cientistas e Engenheiros*, volume 1. LTC, 10 edition, 2009
 - H.M. Nussenzveig. *Curso de física básica, 1: mecânica*. E. Blucher, 2013
 - H.D. Young, R.A. Freedman, F.W. Sears, and M.W. Zemansky. *Sears e Zemansky física I: mecânica*
 - M. Alonso and E.J. Finn. *Física: Um curso universitário - Mecânica*. Editora Blucher, 2018
 - R.P. Feynman, R.B. Leighton, and M.L. Sands. *Lições de Física de Feynman*. Bookman, 2008

