

PMR3404 – Controle I
Projeto de Laboratório – 2020

MOTOR E FUSO

1. Descrição

O sistema consiste numa mesa conectada a um fuso de esferas cuja posição angular pode ser alterada por meio de um servo-motor. Um sensor mede a posição da mesa. Eventuais cargas na mesa são acopladas à mesa de forma rígida e sofrem esforços de corte durante uma operação de usinagem. O fuso e o acoplamento possuem elasticidade não desprezível. O objetivo do sistema de controle é levar a mesa para uma posição desejada e assim mantê-la, mesmo na presença de distúrbios e erros de modelagem.

2. Modelo matemático

A Figura 1 ilustra o sistema. A mesa possui massa M , o fuso possui inércia J_f e rigidez $k_{\theta f}$, o acoplamento possui rigidez $k_{\theta a}$ e o eixo do motor possui inércia J_m

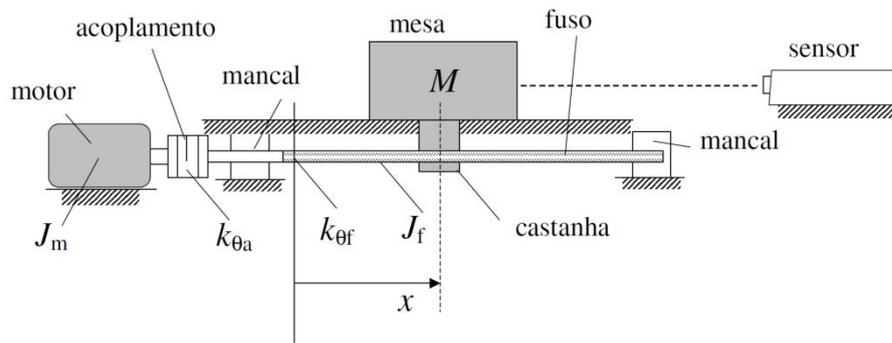


Figura 1 - Esquema da mesa

2.1. Equações de movimento

O equilíbrio de forças na mesa é derivado a partir da Figura 2:

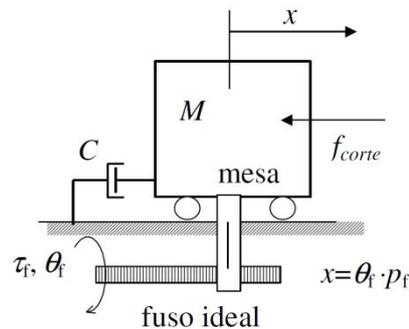


Figura 2 - Equilíbrio de forças na mesa

$$M\ddot{x}(t) + C_l\dot{x}(t) = f_{mesa} - f_{corte}$$

O deslocamento da mesa é dado por $x(t)$, a força de distúrbio sobre a mesa é dada por f_{corte} . O acionamento do fuso proporciona a força f_{mesa} . O sistema possui um amortecimento de constante C_l .

A equação de equilíbrio do fuso é derivada da Figura 3:

$$J_f\ddot{\theta}_f + C_\theta(\dot{\theta}_f - \dot{\theta}_m) + k_{eq}(\theta_f - \theta_m) = -f_{mesa}p_f$$

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_{\theta a}} + \frac{1}{k_{\theta f}}$$

Os termos à direita da igualdade representam a reação da carga. O deslocamento angular do fuso é dado por θ_f , relacionado com o deslocamento da mesa por uma constante p_f (passo do fuso):

$$x = \theta_f p_f$$

O fuso possui uma constante de amortecimento torcional C_θ e uma rigidez torcional dependente do comprimento do fuso entre o acoplamento e a castanha conforme a relação

$$k_{\theta f} = k_{\theta f 0} \left(1,08 - \frac{x}{l_0} \right)$$

O deslocamento angular do eixo do servo-motor é dado por θ_m .

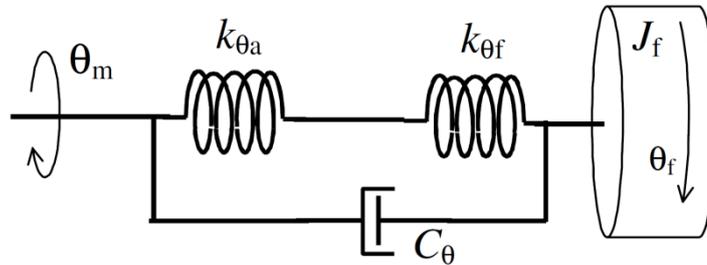


Figura 3 – Equilíbrio de Forças no fuso

2.2. Dinâmica do Atuador

A corrente no motor em função da tensão de alimentação é dada por

$$v_m(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + k_{cem}\dot{\theta}_m$$

Na qual $v_m(t)$ é a tensão aplicada nos terminais do motor, $i(t)$ é a corrente no motor, L é a indutância no enrolamento, R é a resistência do enrolamento e k_{cem} é a constante de tensão contra-eletromotriz.

O torque elétrico do motor em função da corrente é dado por

$$\tau_m = k_m i(t)$$

A equação de equilíbrio de forças no rotor do motor é dada então por

$$J_m \ddot{\theta}_m = \tau_m - C_\theta (\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_f) - k_{eq} (\theta_m - \theta_f)$$

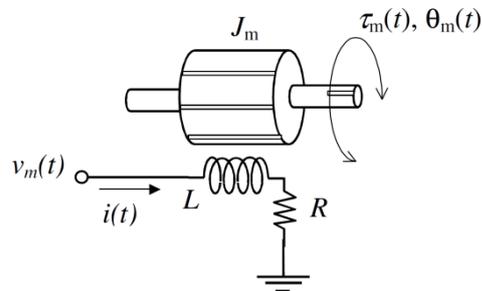


Figura 4 - Circuito do atuador

2.3. Resposta do sensor

A posição da mesa é medida por um sensor que fornece uma tensão $v_s(t)$ proporcional ao deslocamento da mesa:

$$v_s(t) = k_s x(t)$$

2.4. Parâmetros

Parâmetro	Valor
Massa da mesa M	40 kg
Coef. de amortecimento linear C_l	50 N.s/m
Passo do fuso p_f	0,03 m/rad
Comprimento do fuso l_0	1,5 m
Momento de inércia do fuso J_f	$9,04 \times 10^{-4}$ kg.m ²
Constante de mola nominal do fuso $k_{\theta f 0}$	$1,2 \times 10^4$ N.m/rad
Constante de mola do acoplamento $k_{\theta a}$	42 N.m/rad
Coef. de amortecimento angular C_θ	0,3 N.m.s/rad
Momento de inércia do motor J_m	$2,3 \times 10^{-6}$ kg.m ²
Constante eletromagnética k_m	2 N.m/A
Constante contra-eletromotriz k_{cem}	0,5 V.s/rad
Ganho do sensor k_s	10 V/m
Resistência ôhmica de armadura R	9 Ω
Indutância do motor L	0,006 H
Máxima corrente no motor	0,25 A

3. Requisitos de desempenho

O sistema de controle deve levar a mesa para a posição desejada e mantê-la em equilíbrio com as seguintes características em malha fechada:

- Erro de regime nulo para entrada degrau;

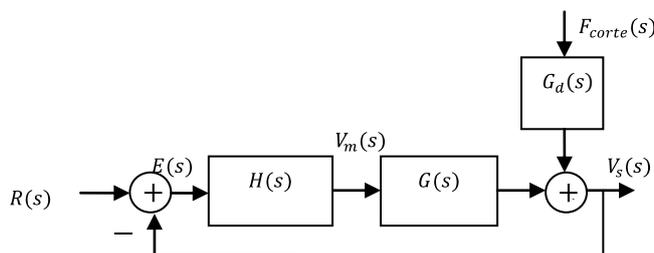
- Máximo sobressinal $M_p < 5\%$
- Tempo de assentamento de 2% $t_s < 0,5\text{seg}$;
- Margem de ganho maior do que 10 dB;
- Margem de fase maior do que 45° ;
- Rejeição completa de qualquer perturbação constante (Entrada degrau para f_{corte}).
- Esforço de controle compatível com o valor máximo de corrente permitido no motor.

4. Roteiro

- **O relatório pode ser feito individualmente ou em dupla,**
- O relatório do projeto deve ser feito utilizando o jupyter notebook, para o desenvolvimento teórico e scripts em Python utilizando o pacote Control Systems,
- Você deve submeter um único arquivo compactado com o arquivo *.ipynb e os arquivos das figuras quando necessário.
- **Desenvolver uma única solução de projeto de controlador. Pode ser utilizado controladores tipo PID ou no domínio da frequência (avanço, atraso, avanço-atraso).**
- Para obter as funções de transferência você deve inicialmente desenvolver um modelo de espaço de estados considerando as duas entradas do sistema: tensão de alimentação do motor $v_m(t)$ e a entrada de distúrbio f_{corte} .
- Para a rigidez torcional $k_{\theta f} = k_{\theta f 0} \left(1,08 - \frac{x}{l_0}\right)$ que varia com a posição da mesa adotar um valor fixo utilizando o valor $x = 0,75m$.
- A partir do modelo de espaço de estados é possível determinar as duas funções de transferência:

$$V_s(s) = G(s)V_m(s) + G_d(s)F_{corte}(s)$$

O sistema de controle em malha fechada resultante está ilustrado abaixo:



- O comando ss2tf() eventualmente pode gerar coeficientes dos polinômios significativamente pequenos. Esse coeficientes devem ser desprezados.
- Ao simular a resposta a degrau através do comando step() o aluno deve estar atento à especificação do vetor de tempo t que deve ser especificado com intervalo adequado. Especialmente em malha fechada o sistema pode ter uma constante de tempo muito rápida.
- Ao final do relatório deve ser inserido uma seção de **Análise de Resultados** e uma seção de **Conclusões**.