



PEF3208

Resumo dos temas para a prova P2

Professores Martin Schwark, Osvaldo Nakao, Rodrigo Provasi e Guilherme Franzini

Matéria da P2

Treliças

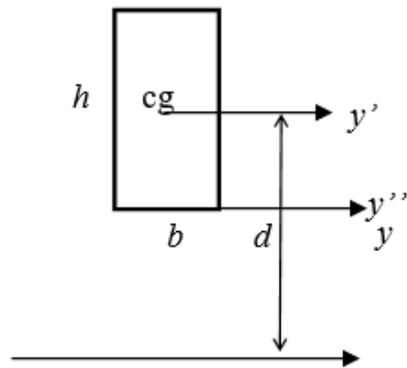
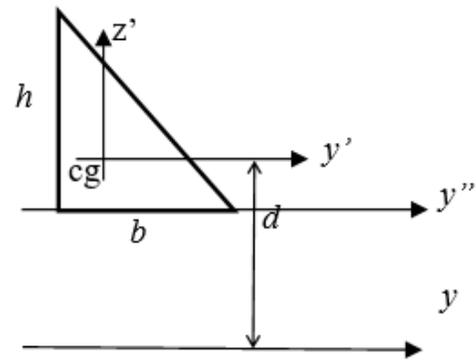
Figuras planas

Tensões

$$I_{y'_{\text{triângulo}}} = \frac{bh^3}{36}$$

$$I_{y''_{\text{triângulo}}} = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_y = I_{y'} + A \cdot d^2$$

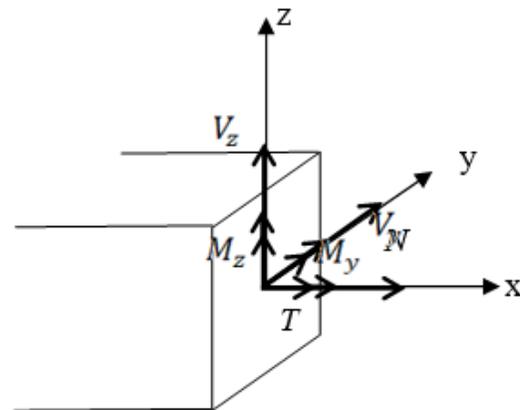


$$I_{y'_{\text{retângulo}}} = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_{y''_{\text{retângulo}}} = \frac{bh^3}{3}$$

$$I_y = I_{y'} + A \cdot d^2$$

$$\sigma = \frac{N}{A} - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z$$



Treliças

Definição

- Reticuladas, barras retas prismáticas, articuladas nos nós, cargas nos nós
- Consequência: somente N nas barras

Tipos

- Planas/espaciais
- Simples/compostas/complexas
- Hipo-/iso-/hiperestáticas

Treliças isostáticas planas, simples ou compostas:

- Método do equilíbrio dos nós
- Método de Ritter

Sequência

- Reações
- Corte de Ritter 3 barras, cada lado 2 nós ou mais (3 equações por corte)
- Equilíbrio dos nós com 2 incógnitas (2 equações por nó)

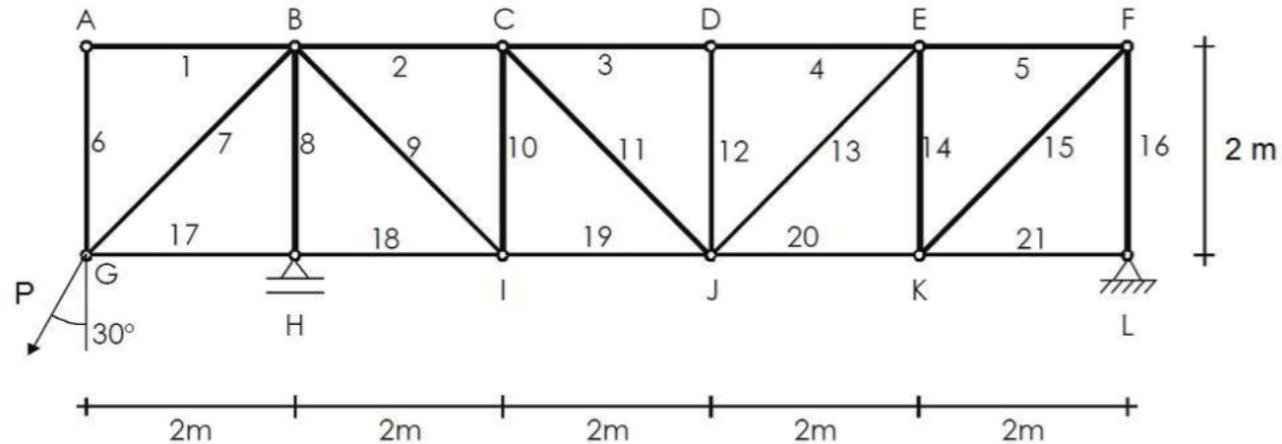
Representações

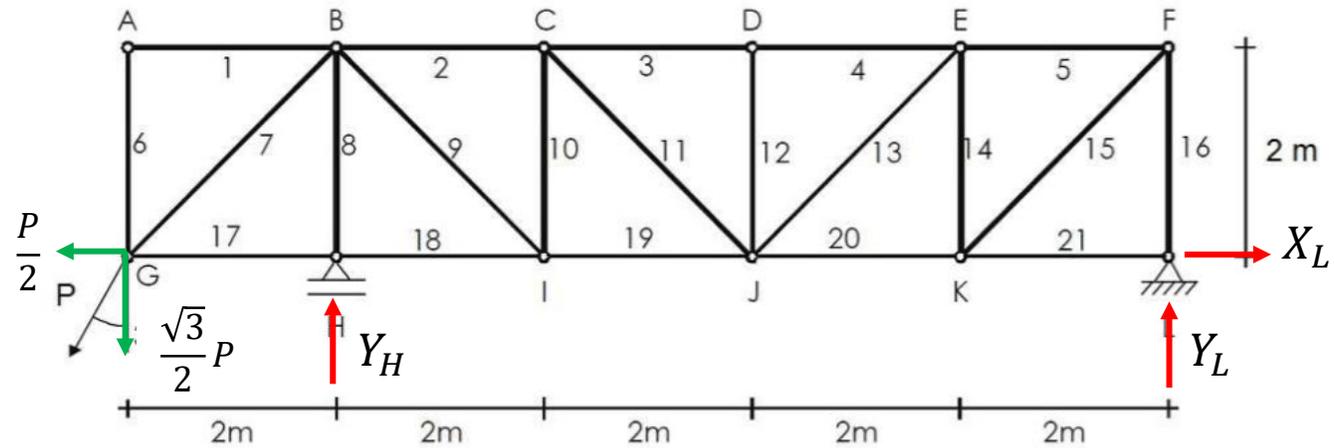
Nº USP: _____ Nome: _____

3ª Questão (pontos) Um engenheiro estrutural foi contratado para avaliar a treliça que é usada numa ponte em atividade no norte de Minas Gerais. Ele tem que apresentar um relatório sobre as restrições de uso da ponte com base na análise **apenas das barras 3, 11 e 19**. Isto, pois elas estão em processo adiantado de deterioração, conforme observado numa avaliação técnica realizada *a priori*. Todavia, por questões de logística, essas barras não podem ser substituídas, tendo-se que limitar seu uso nas ações. Assim:

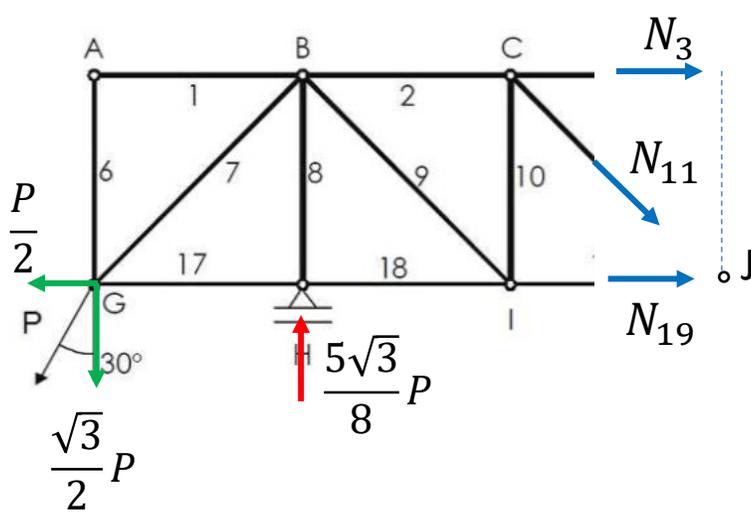
- Determine seus esforços normais em função de P ;
- Após um ensaio destrutivo realizado em outras barras com o mesmo grau de deterioração, estabeleceu-se um valor máximo de esforço normal de tração e compressão para essas barras. Esses valores limites são de 10 kN para tração e 6 kN para compressão. **Obtenha o maior valor de P** que pode ser aplicado para que os valores solicitantes nessas barras não ultrapassem esses limites de projeto.

Escreva os valores obtidos nos espaços indicados na resposta.





$$1. \sum M_{(L)} = 0 = +\frac{\sqrt{3}}{2}P * 10 - Y_H * 8 \Rightarrow Y_H = \frac{5\sqrt{3}}{8}P$$



$$2. \sum M_{(J)} = 0 = +\frac{\sqrt{3}}{2}P * 6 - \frac{5\sqrt{3}}{8}P * 4 - N_3 * 2 \Rightarrow N_3 = +\frac{\sqrt{3}}{4}P$$

$$3. \sum Y = 0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}P + \frac{5\sqrt{3}}{8}P - N_{11} * \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow N_{11} = +\frac{\sqrt{6}}{8}P$$

$$4. \sum M_{(C)} = 0 = -\frac{P}{2} * 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}P * 4 - \frac{5\sqrt{3}}{8}P * 2 + N_{19} * 2 \Rightarrow N_{19} = \frac{4 - 3\sqrt{3}}{8}P$$

$$5. N_3 = +\frac{\sqrt{3}}{4}P \leq 10 \Rightarrow P \leq \frac{40\sqrt{3}}{3} = 23,09 \text{ kN}$$

$$6. N_{11} = +\frac{\sqrt{6}}{8}P \leq 10 \Rightarrow P \leq \frac{40\sqrt{6}}{3} = 32,65 \text{ kN}$$

$$7. N_{19} = \frac{4 - 3\sqrt{3}}{8}P \geq -6 \Rightarrow P \leq \frac{48}{3\sqrt{3} - 4} = 40,19 \text{ kN}$$

Respostas:

$$a) \quad N_3 = +\frac{\sqrt{3}}{4}P \quad N_{11} = +\frac{\sqrt{6}}{8}P \quad N_{19} = \frac{4 - 3\sqrt{3}}{8}P$$

$$b) P_{\text{máx}} = \frac{40\sqrt{3}}{3} \text{ kN}$$

Figuras planas

Definições

- Área (m^2)
- Momento estático (m^3)
- Centro de Gravidade ou Baricentro
- Momento de inércia (m^4)
- Eixos principais

Cálculo da posição do baricentro

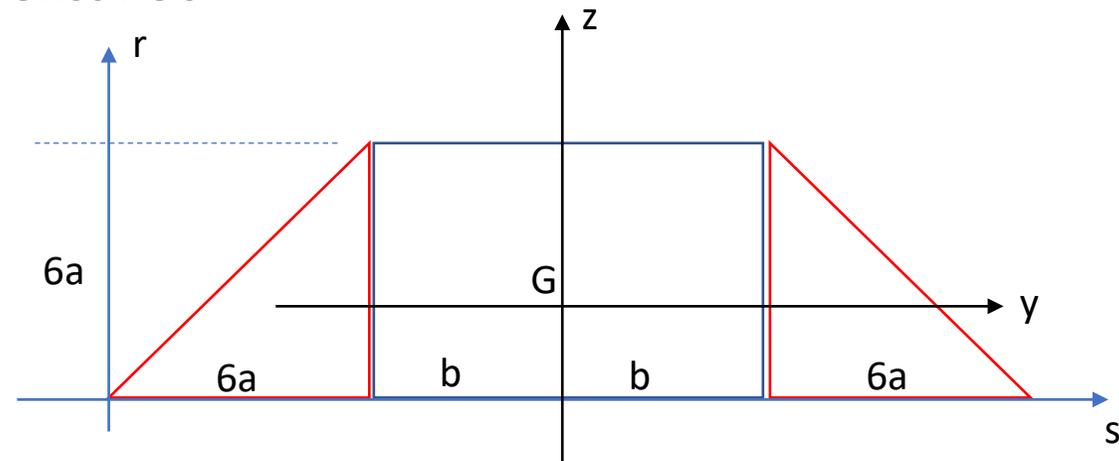
- Figuras típicas: formulários
- Figuras compostas: média ponderada por área

Cálculo do momento de inércia

- Figuras típicas: formulários
- Figuras compostas: Teorema de Steiner

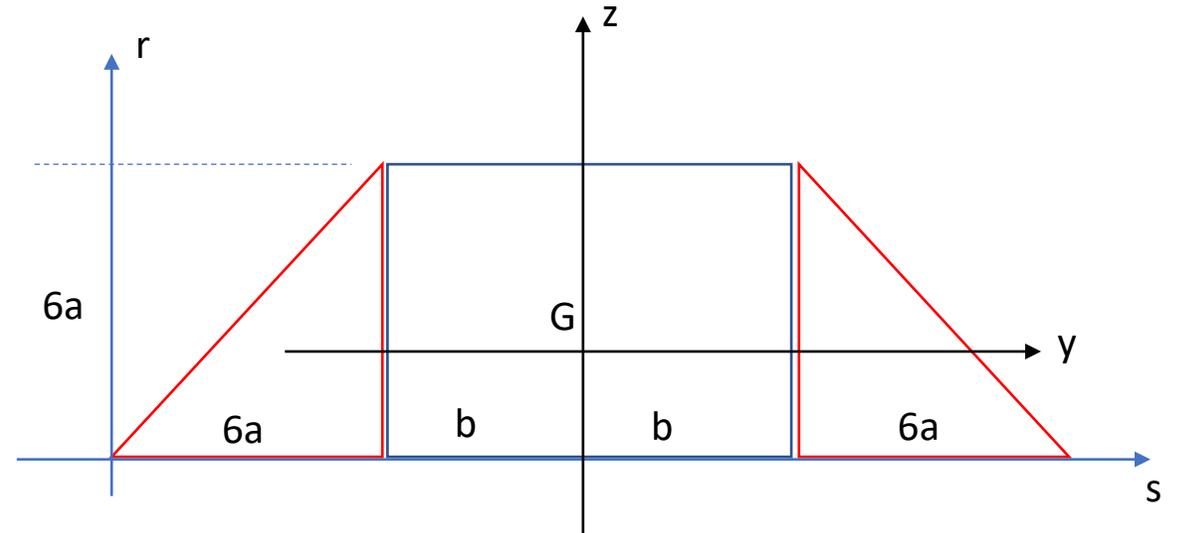
Considere a figura simétrica ao eixo z e determine:

- As coordenadas do centro de gravidade G , em relação aos eixos r e s
- Os momentos centrais de inércia I_y e I_z .



Considere a figura simétrica ao eixo z e determine:

- As coordenadas do centro de gravidade G, em relação aos eixos r e s
- Os momentos centrais de inércia I_y e I_z .



$$1. s_G = 6a + b$$

$$2. r_G = \frac{(2 * (\frac{6a * 6a}{2} * 2a) + 2b * 6a * 3a)}{2 * (\frac{6a * 6a}{2}) + 2b * 6a} = 3a * \frac{(2a + b)}{(3a + b)}$$

$$3. I_y = 2 * \left(\frac{6a * (6a)^3}{36} + \frac{6a * 6a}{2} * (r_G - 2a)^2 \right) + \left(\frac{2b * (6a)^3}{12} + 2b * 6a * (3a - r_G)^2 \right)$$

$$4. I_z = 2 * \left(\frac{6a * (6a)^3}{36} + \frac{6a * 6a}{2} * (2a + b)^2 \right) + \frac{6a * (2b)^3}{12}$$

Tensões normais na flexão

Flexão

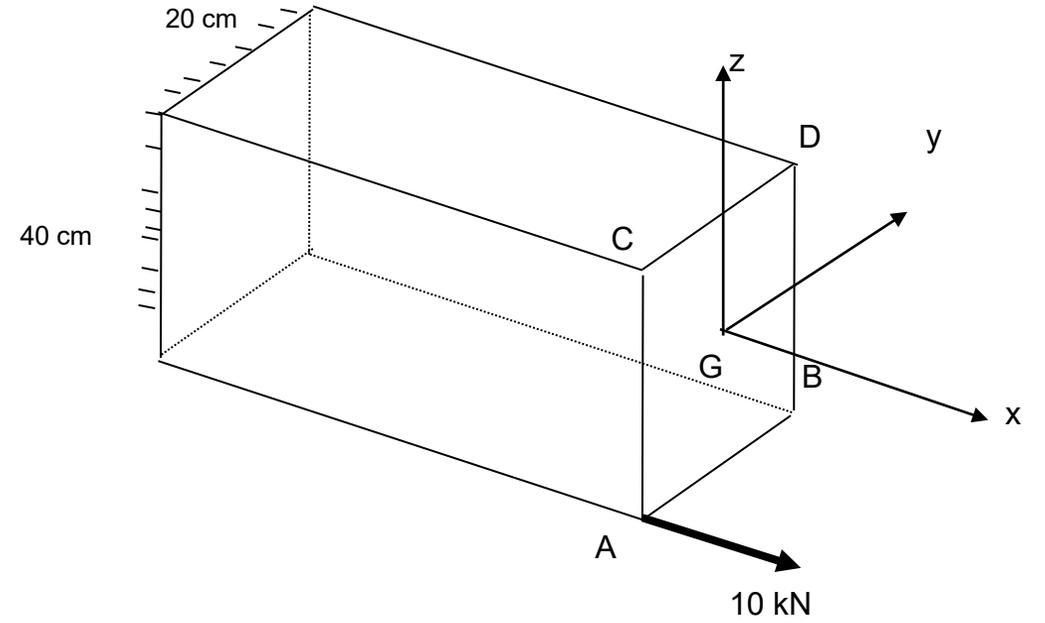
- Pura/simples/composta
- Normal/oblíqua

Flexão composta normal na seção S

- Cálculo de M e N
- Cálculo de G e I
- Cálculo de σ em função da posição
- Equação da linha neutra ($\sigma = 0$)
- Cálculo do valor de σ nos pontos críticos

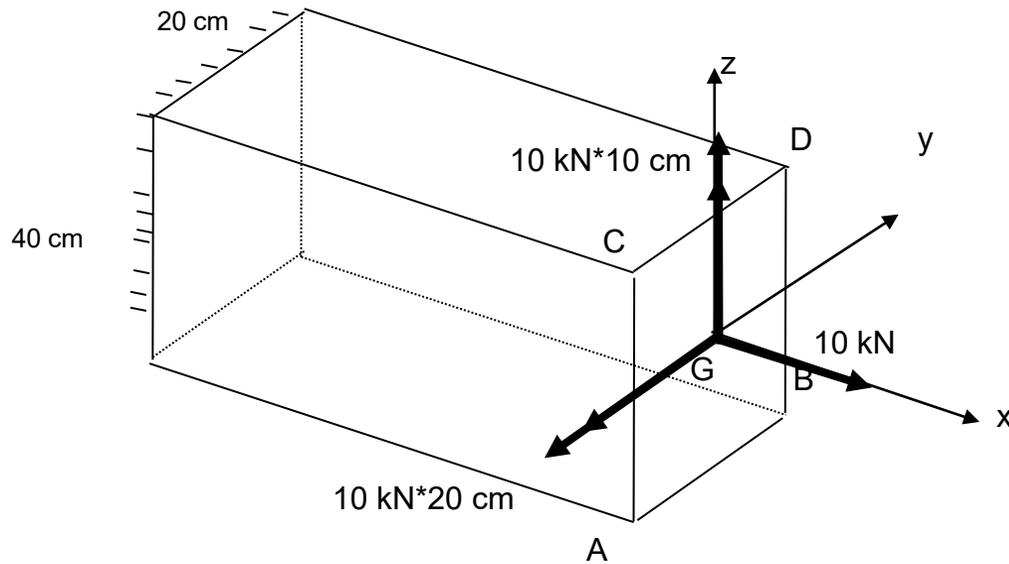
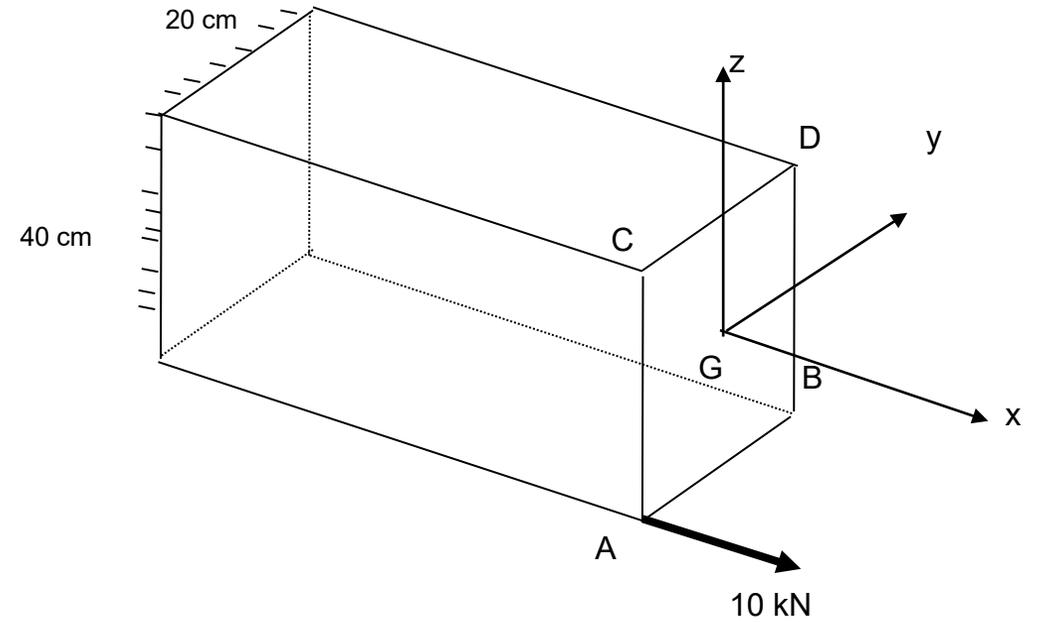
Para a viga em balanço de seção retangular 40 cm por 20 cm, determine:

- os esforços solicitantes no engastamento,
- a equação das tensões normais,
- a equação da linha neutra,
- as tensões normais máximas.



Para a viga em balanço de seção retangular 40 cm por 20 cm, determine:

- os esforços solicitantes no engastamento,
- a equação das tensões normais,
- a equação da linha neutra,
- as tensões normais máximas.



$$M_z = +100 \text{ kN.cm}$$

$$M_y = -200 \text{ kN.cm}$$

$$T = 0 \text{ kN.cm}$$

$$V_y = 0 \text{ kN.cm}$$

$$V_z = 0 \text{ kN.cm}$$

$$N = +10 \text{ kN.cm}$$

Para a viga em balanço de seção retangular 40 cm por 20 cm, determine:

- os esforços solicitantes no engastamento,
- a equação das tensões normais,
- a equação da linha neutra,
- as tensões normais máximas.

$$\sigma = \frac{N}{A} - \frac{M_z}{I_z} * y + \frac{M_y}{I_y} * z$$

$$A = b * h = 20 * 40 = 800 \text{ cm}^2$$

$$I_y = \frac{b * h^3}{12} = \frac{20 * 40^3}{12} = 106\,667 \text{ cm}^3$$

$$I_z = \frac{h * b^3}{12} = \frac{40 * 20^3}{12} = 26\,667 \text{ cm}^3$$

$$M_z = +100 \text{ kN.cm}$$

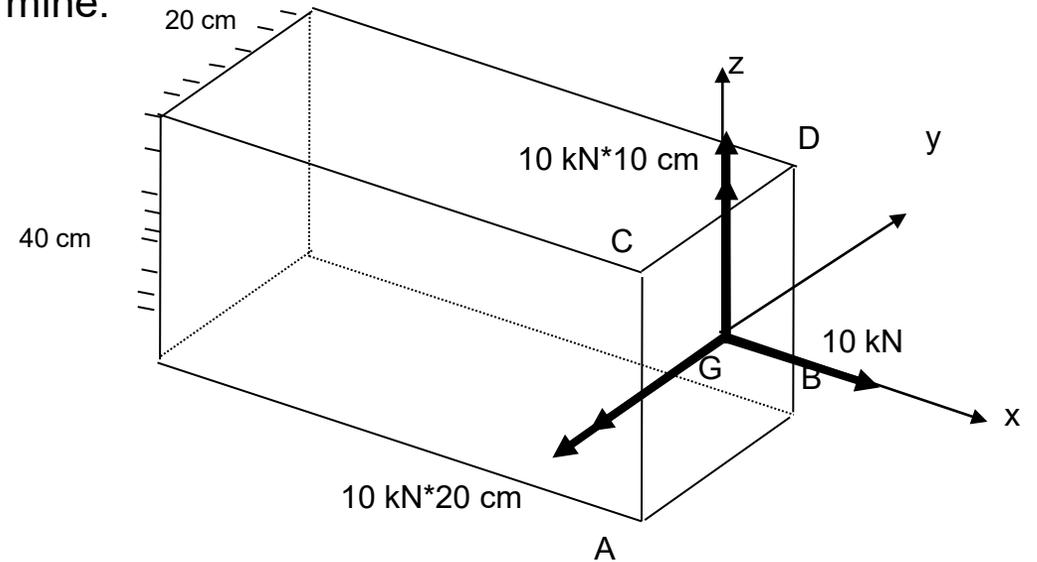
$$M_y = -200 \text{ kN.cm}$$

$$T = 0 \text{ kN.cm}$$

$$V_y = 0 \text{ kN.cm}$$

$$V_z = 0 \text{ kN.cm}$$

$$N = +10 \text{ kN.cm}$$



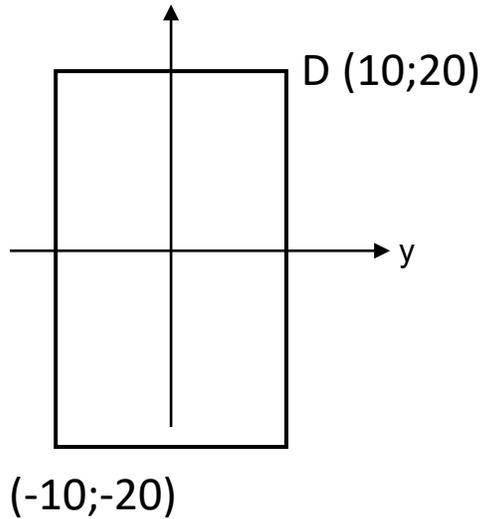
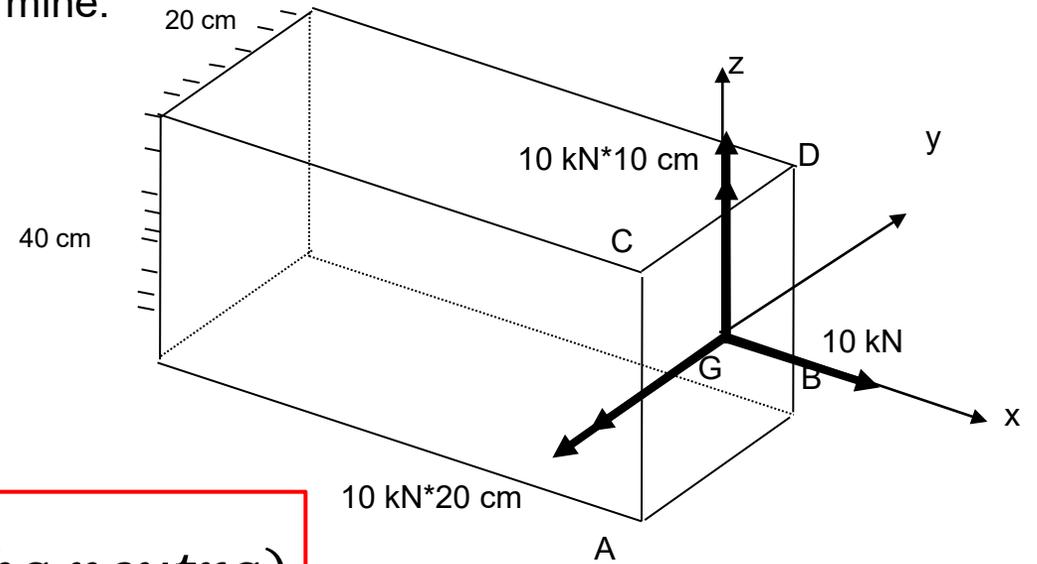
$$\sigma = \frac{10}{800} - \frac{100}{26667} * y + \frac{-200}{106667} * z$$

Para a viga em balanço de seção retangular 40 cm por 20 cm, determine:

- os esforços solicitantes no engastamento,
- a equação das tensões normais,
- a equação da linha neutra,
- as tensões normais máximas.

$$\sigma = \frac{10}{800} - \frac{100}{26667} * y + \frac{-200}{106667} * z$$

$$z = \frac{10}{800} * \frac{106667}{200} - \frac{100}{26667} * \frac{106667}{200} * y \text{ (linha neutra)}$$



$$\sigma_A = \frac{10}{800} - \frac{100}{26667} * (-10) + \frac{-200}{106667} * (-20) = 0,087 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_D = \frac{10}{800} - \frac{100}{26667} * (+10) + \frac{-200}{106667} * (+20) = -0,062 \text{ kN/cm}^2$$