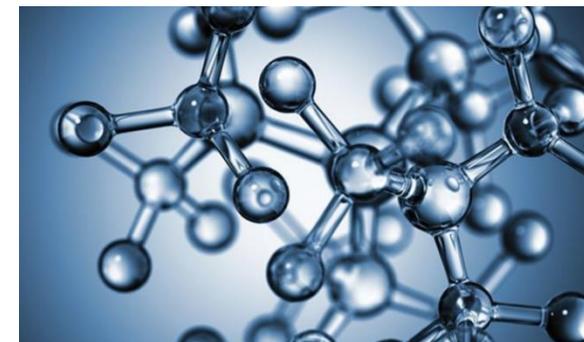
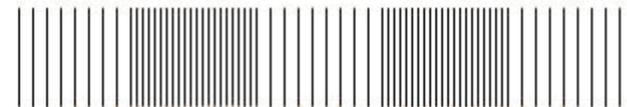


Oscilações

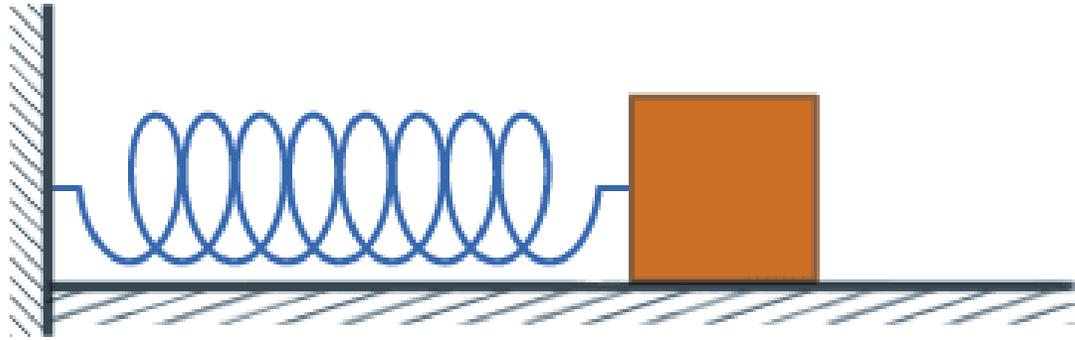
Oscilações



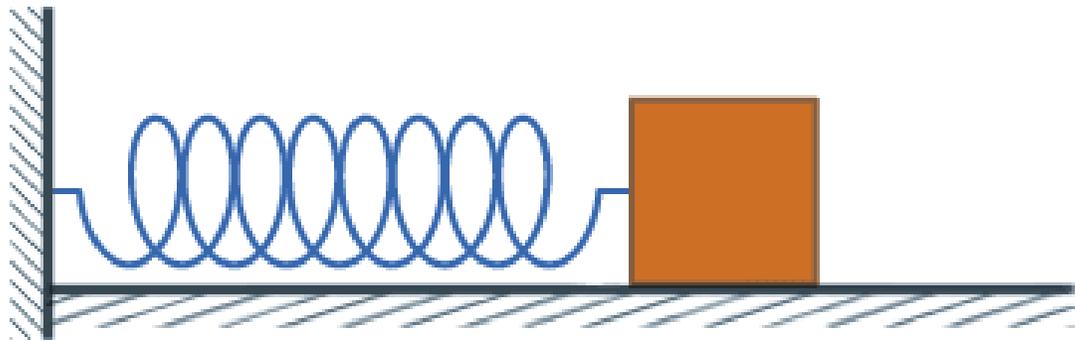
Oscilações



Movimento harmônico simples

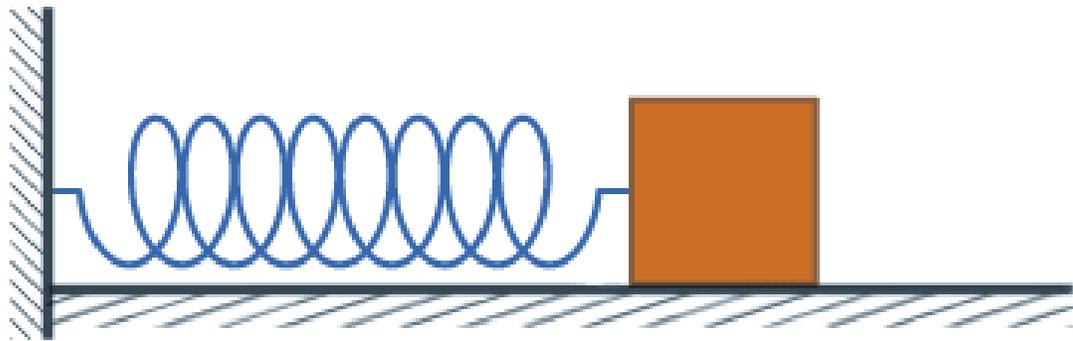


Movimento harmônico simples



Lei de Hooke: $F_x = -kx$

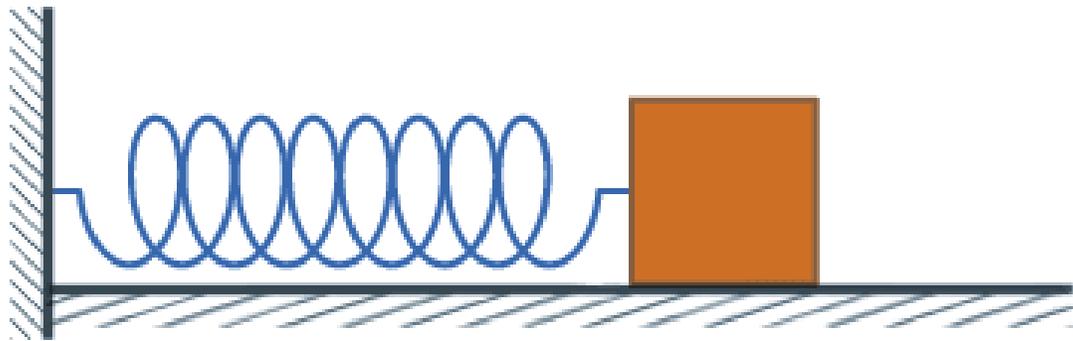
Movimento harmônico simples



Lei de Hooke: $F_x = -kx$

$$F_x = m \cdot a$$

Movimento harmônico simples

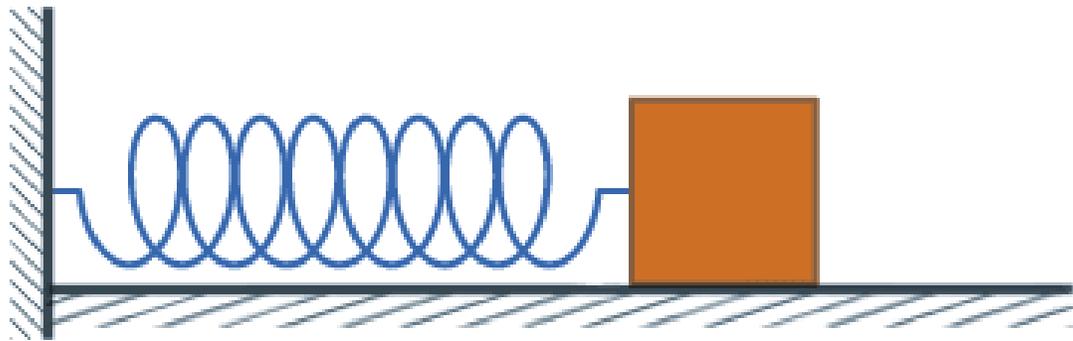


Lei de Hooke:

$$F_x = -kx$$

$$F_x = m \cdot a = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

Movimento harmônico simples



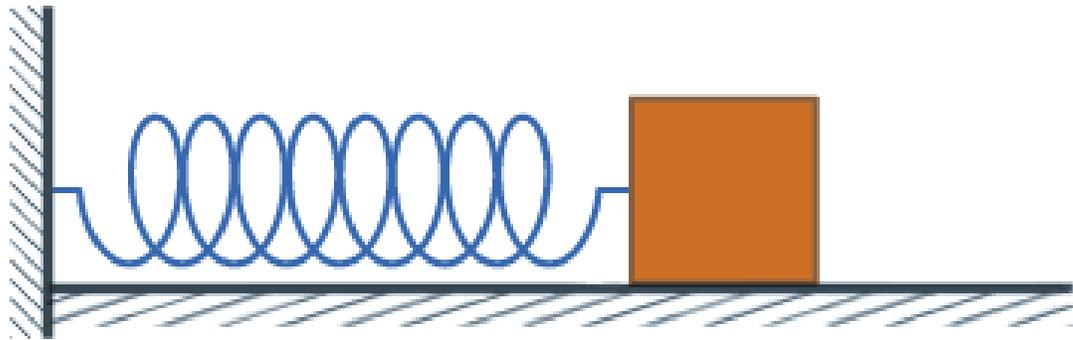
Lei de Hooke:

$$F_x = -kx$$

$$F_x = m \cdot a = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

Movimento harmônico simples



Lei de Hooke:

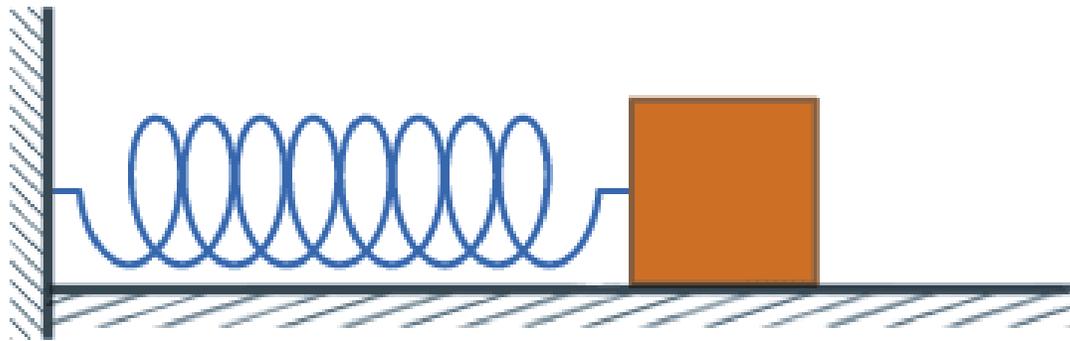
$$F_x = -kx$$

$$F_x = m \cdot a = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

Movimento harmônico simples



MHS: a aceleração é proporcional ao seu deslocamento, com direção oposta!

Lei de Hooke:

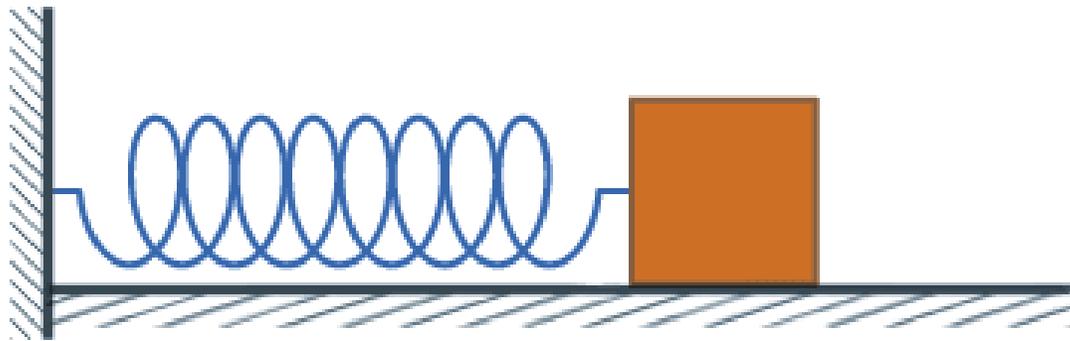
$$F_x = -kx$$

$$F_x = m \cdot a = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

Movimento harmônico simples



MHS: a aceleração é proporcional ao seu deslocamento, com direção oposta!

Lei de Hooke:

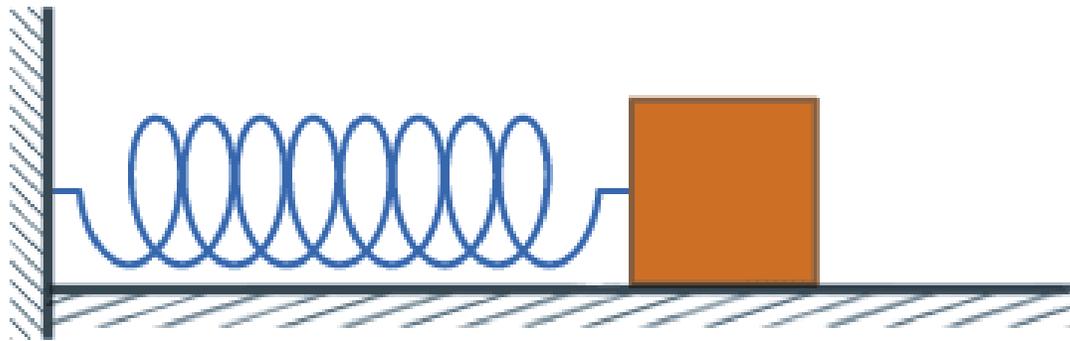
$$F_x = -kx$$

$$F_x = m \cdot a = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

Movimento harmônico simples



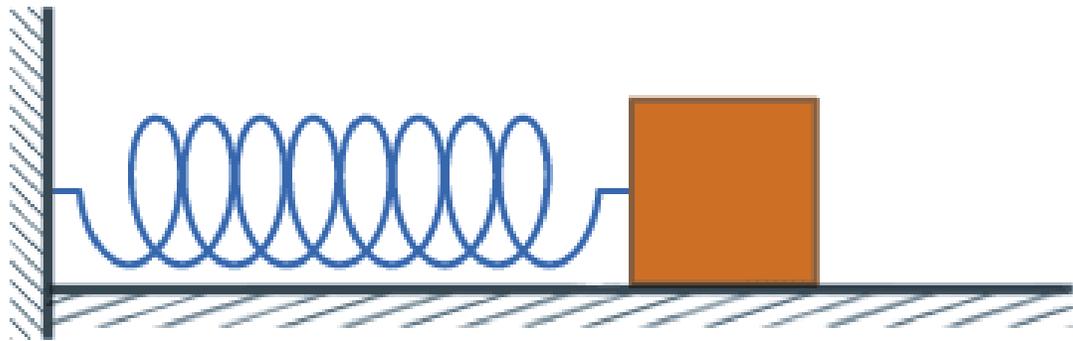
MHS: *a aceleração é proporcional ao seu deslocamento, com direção oposta!*

Oscilação completa: T (s)

Oscilação por unidade de tempo: f (Hz)

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

Movimento harmônico simples

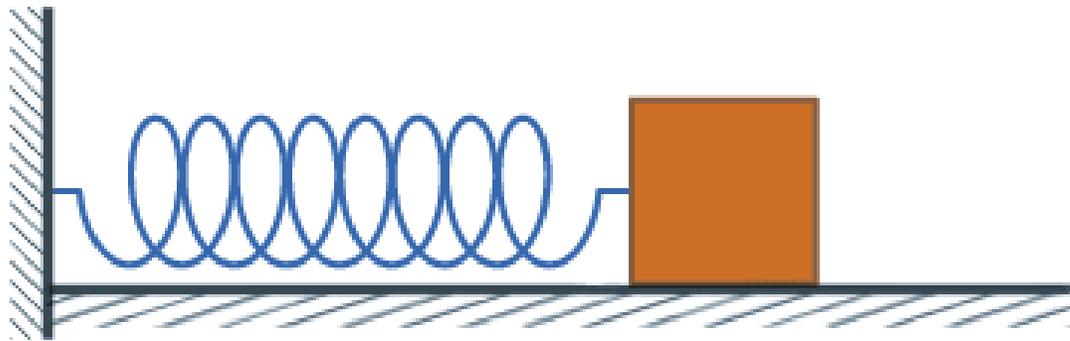


MHS: *a aceleração é proporcional ao seu deslocamento, com direção oposta!*

Qual é a solução dessa equação?

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

Movimento harmônico simples



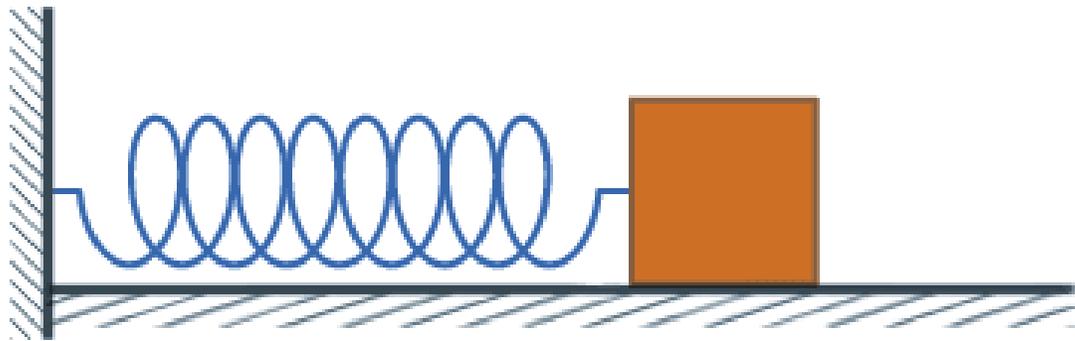
MHS: *a aceleração é proporcional ao seu deslocamento, com direção oposta!*

Qual é a solução dessa equação?

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

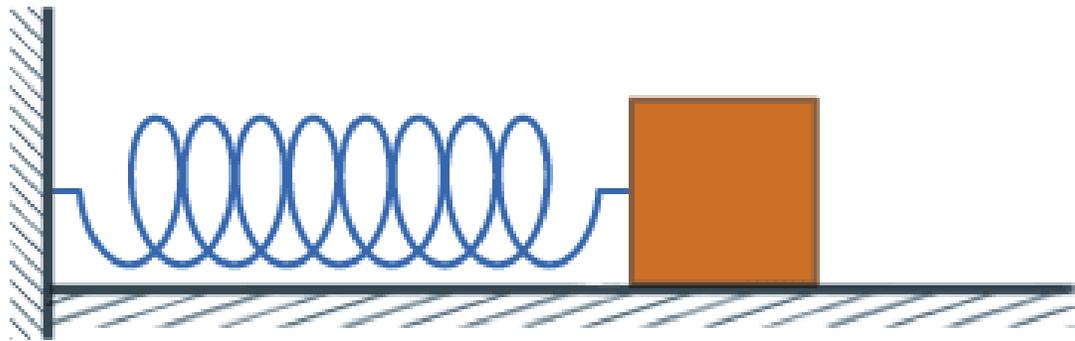
Lousa – quem pode ser solução para essa equação?

Movimento harmônico simples



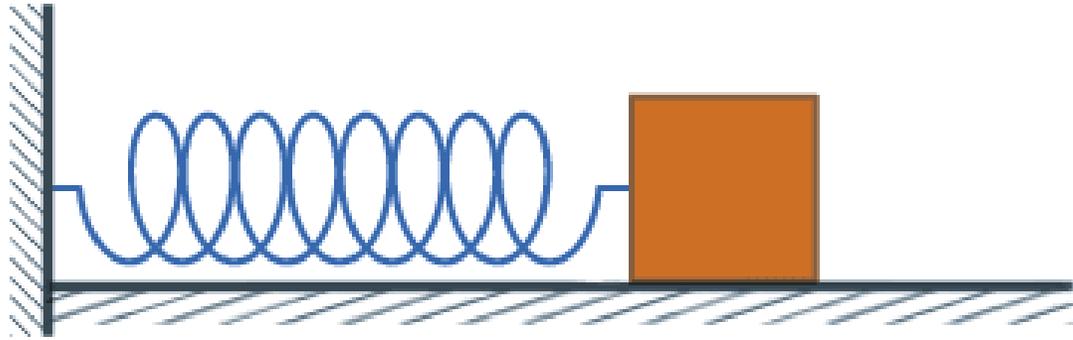
$$x = A\cos(\omega t + \delta) = A\sin(\omega t + \delta + 2\pi)$$

Movimento harmônico simples



$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

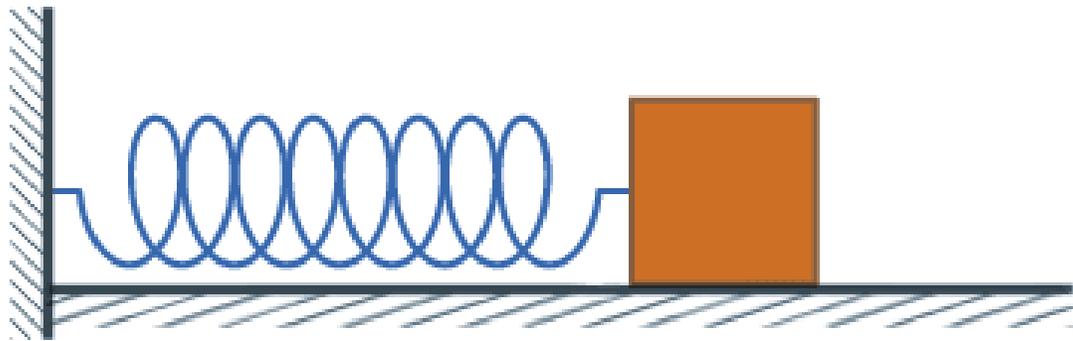
Movimento harmônico simples



$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

A: amplitude – deslocamento máximo em relação ao equilíbrio.

Movimento harmônico simples



$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

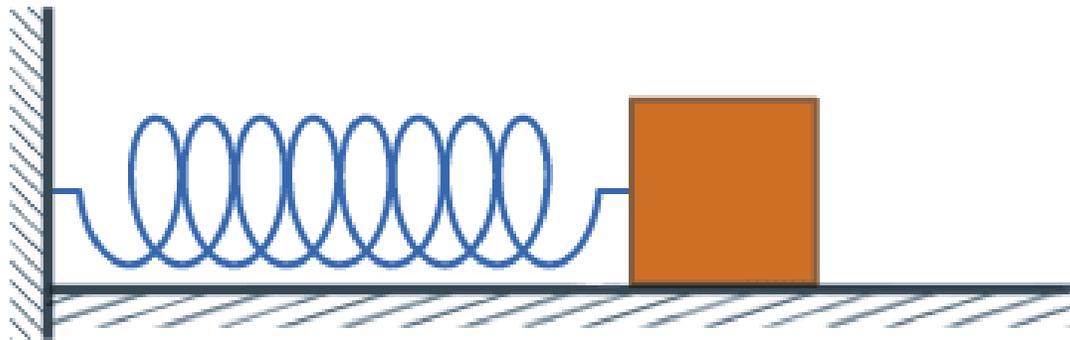
A: amplitude – deslocamento máximo em relação ao equilíbrio.

δ : Constante de fase – depende da escolha de $t=0$.

1 sistema oscilando: pode ser zero.

2 sistemas oscilando: diferença de fase.

Movimento harmônico simples



$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

A: amplitude – deslocamento máximo em relação ao equilíbrio.

δ : Constante de fase – depende da escolha de $t=0$.

1 sistema oscilando: pode ser zero.

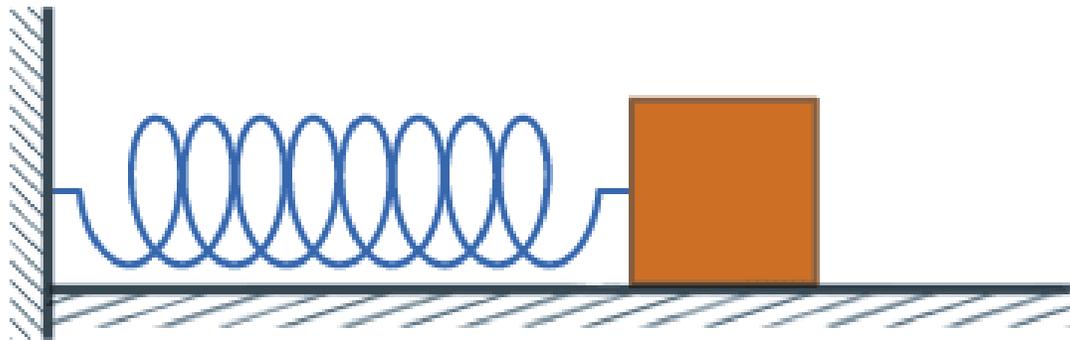
2 sistemas oscilando: diferença de fase.

Se $x_1=x_2 \rightarrow$ diferença de fase é zero ou 2π

$$x_1 = A \cos(\omega t)$$

$$x_2 = A \cos(\omega t + \delta)$$

Movimento harmônico simples



$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

A: amplitude – deslocamento máximo em relação ao equilíbrio.

δ : Constante de fase – depende da escolha de $t=0$.

1 sistema oscilando: pode ser zero.

2 sistemas oscilando: diferença de fase.

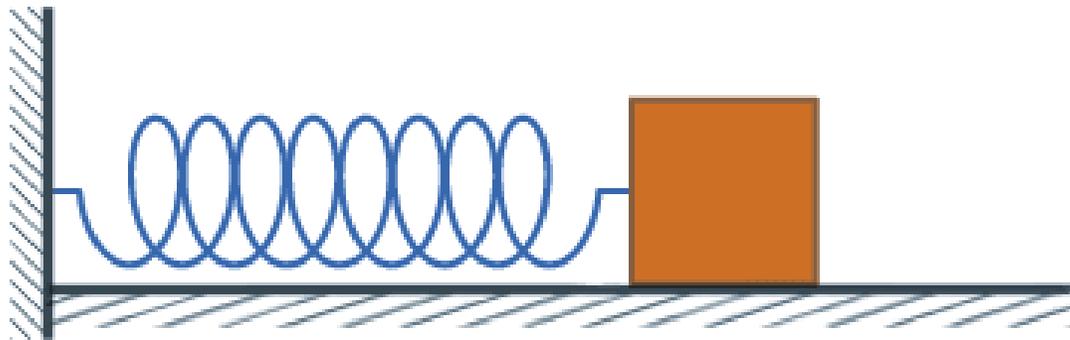
Se $x_1=x_2 \rightarrow$ diferença de fase é zero ou 2π

$$x_1 = A \cos(\omega t)$$

$$x_2 = A \cos(\omega t + \delta)$$

Estão em fase ou fora de fase!

Movimento harmônico simples



$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

A: amplitude – deslocamento máximo em relação ao equilíbrio.

δ : Constante de fase – depende da escolha de $t=0$.

1 sistema oscilando: pode ser zero.

2 sistemas oscilando: diferença de fase.

$\omega t + \delta$: Fase do movimento

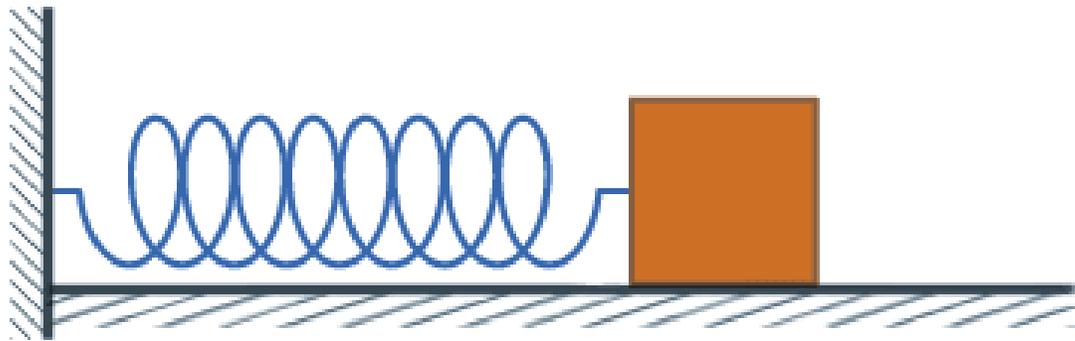
Se $x_1=x_2 \rightarrow$ diferença de fase é zero ou 2π

$$x_1 = A \cos(\omega t)$$

$$x_2 = A \cos(\omega t + \delta)$$

Estão em fase ou fora de fase!

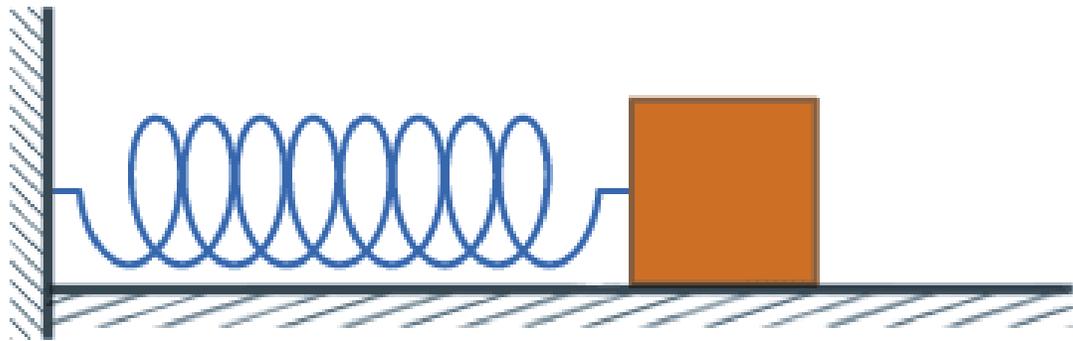
Movimento harmônico simples



$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

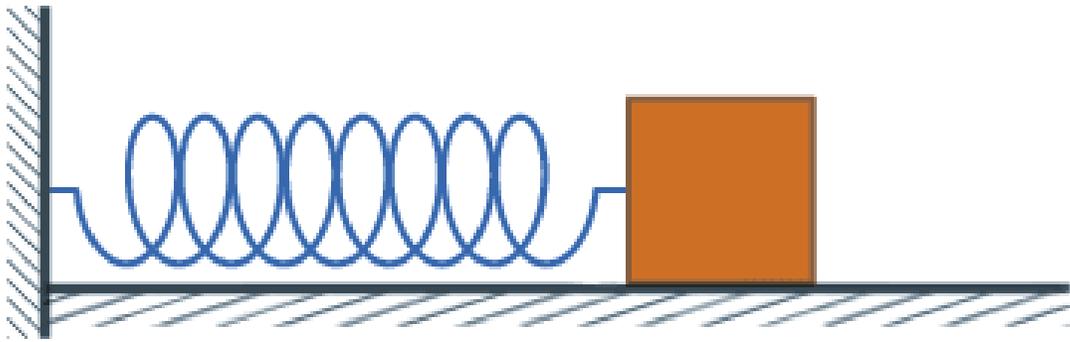
Movimento harmônico simples



$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \delta)$$

Movimento harmônico simples

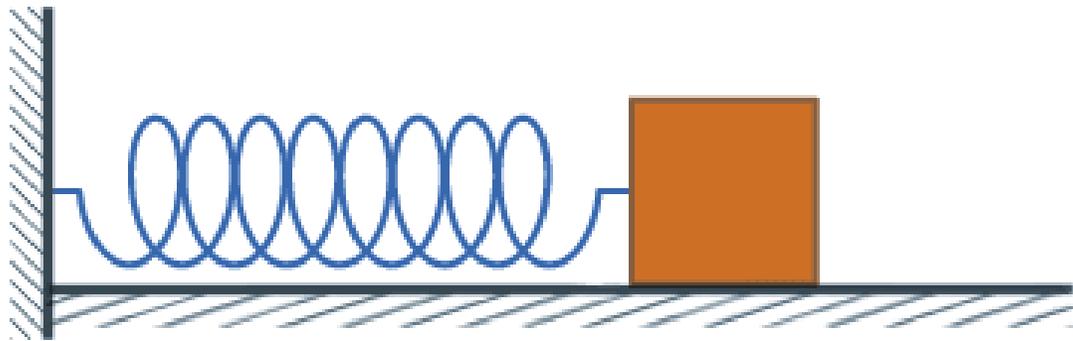


$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \delta)$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Movimento harmônico simples

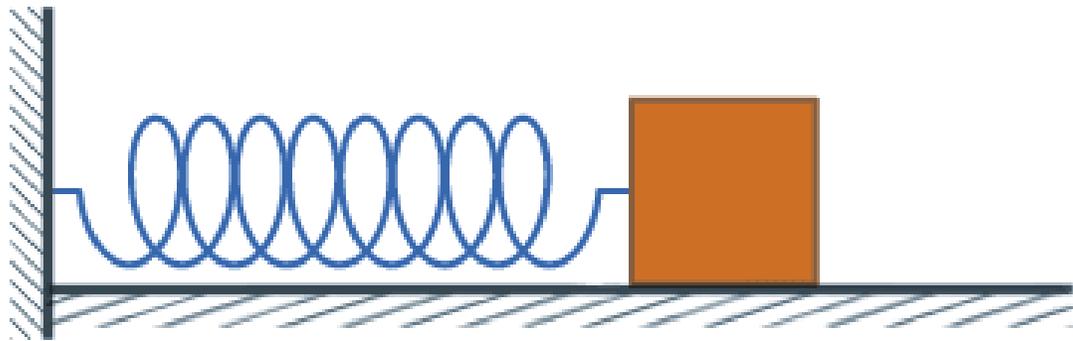


$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \delta)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \delta)$$

Movimento harmônico simples

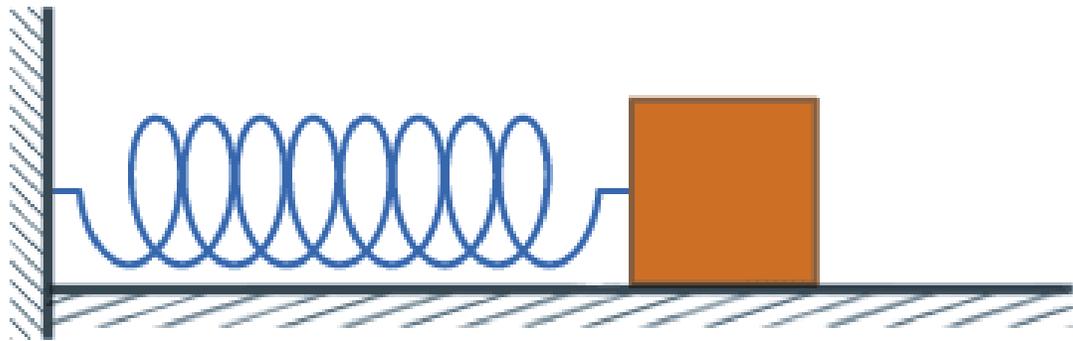


$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \delta)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \delta)$$

Movimento harmônico simples



$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

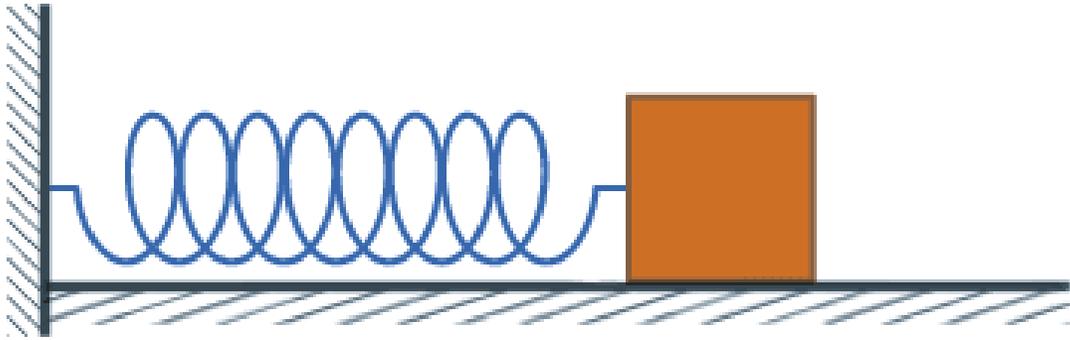
$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \delta)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \delta)$$

$$a = -\omega^2 x$$

Voltando...

Voltando...



Lei de Hooke:

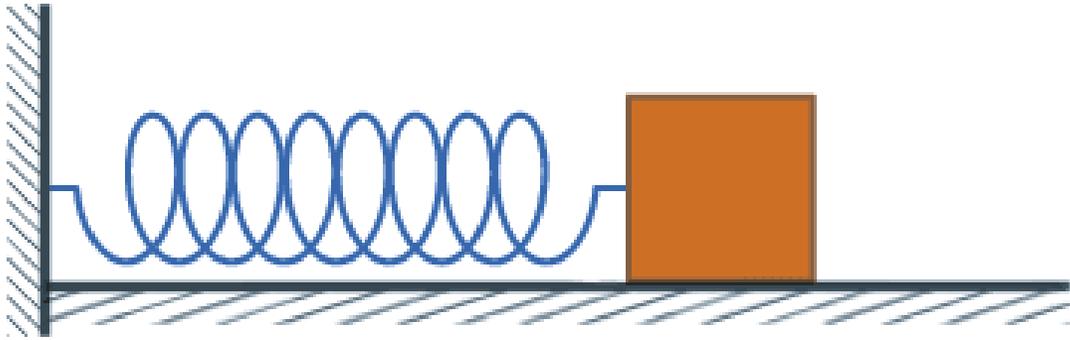
$$F_x = -kx$$

$$F_x = m \cdot a = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

Voltando...



Lei de Hooke:

$$F_x = -kx$$

$$F_x = m \cdot a = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

$$a = -\omega^2 x$$

Movimento harmônico simples

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x$$

Movimento harmônico simples

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Movimento harmônico simples

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Quem é A? Quem é δ ?

Movimento harmônico simples

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Quem é A? Quem é δ ? Dependem das condições iniciais (dado x_0 e v_0)!

Movimento harmônico simples

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Quem é A? Quem é δ ? Dependem das condições iniciais (dado x_0 e v_0)!

t=0:

Movimento harmônico simples

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Quem é A? Quem é δ ? Dependem das condições iniciais (dado x_0 e v_0)!

t=0: $x = A\cos(\omega t + \delta)$

Movimento harmônico simples

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Quem é A? Quem é δ ? Dependem das condições iniciais (dado x_0 e v_0)!

t=0:

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$
$$x_0 = A\cos(\delta)$$

Movimento harmônico simples

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Quem é A? Quem é δ ? Dependem das condições iniciais (dado x_0 e v_0)!

t=0:

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

$$v = -A\omega\sin(\omega t + \delta)$$

$$x_0 = A\cos(\delta)$$

Movimento harmônico simples

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Quem é A? Quem é δ ? Dependem das condições iniciais (dado x_0 e v_0)!

t=0:

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

$$v = -A\omega\sin(\omega t + \delta)$$

$$x_0 = A\cos(\delta)$$

$$v_0 = -A\omega\sin(\delta)$$

Movimento harmônico simples

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Quem é A? Quem é δ ? Dependem das condições iniciais (dado x_0 e v_0)!

$$\begin{aligned} t=0: \quad x &= A\cos(\omega t + \delta) & v &= -A\omega\sin(\omega t + \delta) \\ x_0 &= A\cos(\delta) & v_0 &= -A\omega\sin(\delta) \end{aligned}$$

2 equações, 2 incógnitas! Achamos A e δ !!!

Movimento harmônico simples

$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

Movimento harmônico simples

$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

Dado um período $T \rightarrow$ período para completar um ciclo

Movimento harmônico simples

$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

Dado um período $T \rightarrow$ período para completar um ciclo

$$x(t) = x(t + T)$$

Movimento harmônico simples

$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

Dado um período $T \rightarrow$ período para completar um ciclo

$$x(t) = x(t + T)$$

$$A \cos(\omega t + \delta) = A \cos[(\omega(t + T) + \delta)]$$

Movimento harmônico simples

$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

Dado um período $T \rightarrow$ período para completar um ciclo

$$x(t) = x(t + T)$$

$$A \cos(\omega t + \delta) = A \cos[(\omega(t + T) + \delta)]$$

Movimento harmônico simples

$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

Dado um período $T \rightarrow$ período para completar um ciclo

$$x(t) = x(t + T)$$

$$A \cos(\omega t + \delta) = A \cos[(\omega(t + T) + \delta)] = A \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

Movimento harmônico simples

$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

Dado um período $T \rightarrow$ período para completar um ciclo

$$x(t) = x(t + T)$$

$$A \cos(\omega t + \delta) = A \cos[(\omega(t + T) + \delta)] = A \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

$$\cos(\omega t + \delta) = \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

Movimento harmônico simples

$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

Dado um período $T \rightarrow$ período para completar um ciclo

$$x(t) = x(t + T)$$

$$A \cos(\omega t + \delta) = A \cos[(\omega(t + T) + \delta)] = A \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

$$\cos(\omega t + \delta) = \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

Isso só acontece quando a diferença entre os cos (ou sen) é $n \cdot 2\pi$

Movimento harmônico simples

$$\cos(\omega t + \delta) = \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

Movimento harmônico simples

$$\cos(\omega t + \delta) = \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

$$\omega T = 2\pi$$

Movimento harmônico simples

$$\cos(\omega t + \delta) = \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

$$\omega T = 2\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Movimento harmônico simples

$$\cos(\omega t + \delta) = \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

$$\omega T = 2\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Conhecemos!!!

Movimento harmônico simples

$$\cos(\omega t + \delta) = \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

$$\omega T = 2\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

velocidade angular!

Movimento harmônico simples

$$\cos(\omega t + \delta) = \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

$$\omega T = 2\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

velocidade angular \rightarrow frequência angular!

Movimento harmônico simples

$$\cos(\omega t + \delta) = \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

$$\omega T = 2\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Movimento harmônico simples

$$\cos(\omega t + \delta) = \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

$$\omega T = 2\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Movimento harmônico simples

$$\cos(\omega t + \delta) = \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

$$\omega T = 2\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Não dependem da amplitude!

Movimento harmônico simples

$$\cos(\omega t + \delta) = \cos(\omega t + \delta + \omega T)$$

$$\omega T = 2\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



Não dependem da amplitude!
Portanto, não depende da pressão aplicada!

Energia no MHS

$$E = U + K$$

Energia no MHS

$$E = U + K$$

$$U = \frac{1}{2} kx^2$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

Energia no MHS

$$E = U + K$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A\cos(\omega t + \delta))^2$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Energia no MHS

$$E = U + K$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A\cos(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Energia no MHS

$$E = U + K$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A\cos(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(-A\omega\sin(\omega t + \delta))^2$$

Energia no MHS

$$E = U + K$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A\cos(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(-A\omega\sin(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\sin^2(\omega t + \delta)$$

Energia no MHS

$$E = U + K$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A\cos(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(-A\omega\sin(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\sin^2(\omega t + \delta)$$

$$\omega^2 = k/m$$

Energia no MHS

$$E = U + K$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A\cos(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(-A\omega\sin(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}mA^2\frac{k}{m}\sin^2(\omega t + \delta)$$

$$\omega^2 = k/m$$

Energia no MHS

$$E = U + K$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A\cos(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(-A\omega\sin(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \delta)$$

Energia no MHS

$$E = U + K$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A\cos(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(-A\omega\sin(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \delta)$$

Energia no MHS

$$E = U + K$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A\cos(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(-A\omega\sin(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \delta)$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2(\cos^2(\omega t + \delta) + \sin^2(\omega t + \delta))$$

Energia no MHS

$$E = U + K$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A\cos(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(-A\omega\sin(\omega t + \delta))^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \delta)$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2(\cos^2(\omega t + \delta) + \sin^2(\omega t + \delta)) = \frac{1}{2}kA^2$$

Energia no MHS

$$E_{total} = U + K = \frac{1}{2}kA^2$$

Energia total no MHS

$$E \sim A^2$$

Energia no MHS

$$E_{total} = U + K = \frac{1}{2}kA^2$$

Energia total no MHS

$$E \sim A^2$$

Na amplitude máxima do movimento → Só U

Quando $x=0$ → Só K

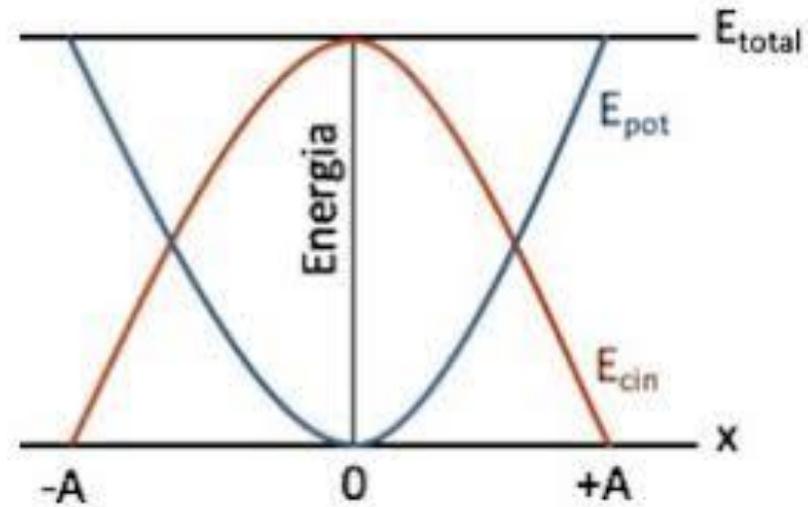
Energia no MHS

$$E_{total} = U + K = \frac{1}{2}kA^2$$

Energia total no MHS

$$E \sim A^2$$

Na amplitude máxima do movimento → Só U
Quando $x=0$ → Só K



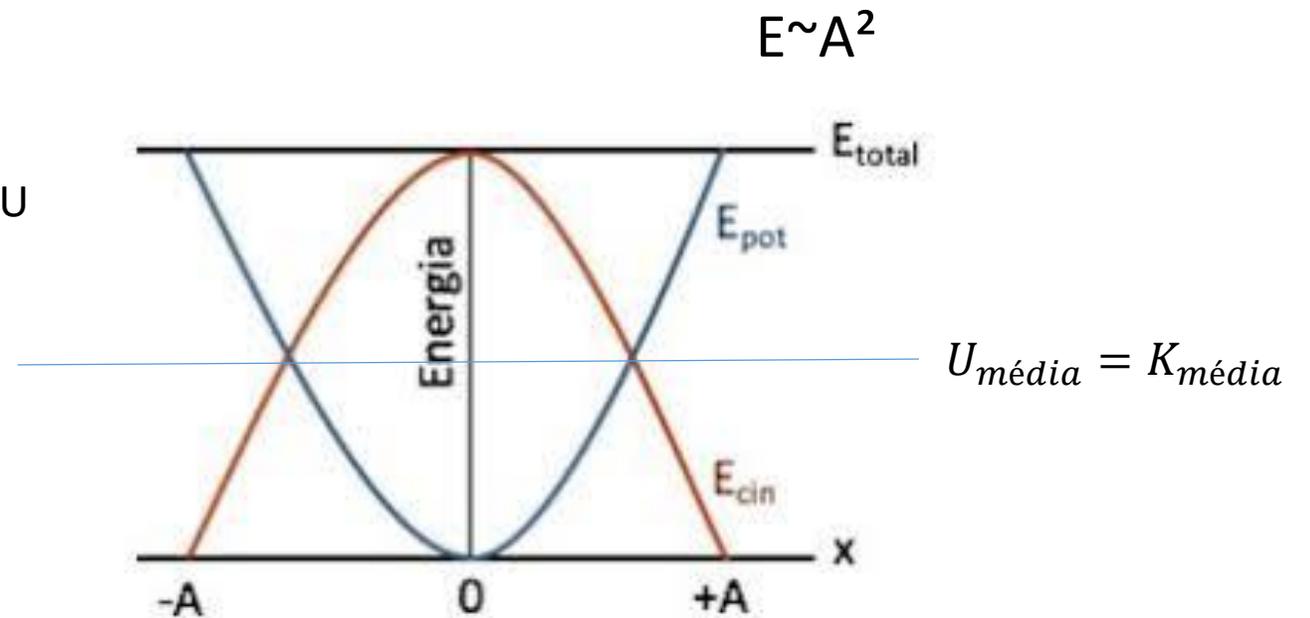
Energia no MHS

$$E_{total} = U + K = \frac{1}{2}kA^2$$

Energia total no MHS

Na amplitude máxima do movimento → Só U
Quando $x=0$ → Só K

$$U_{média} = K_{média} = E/2$$



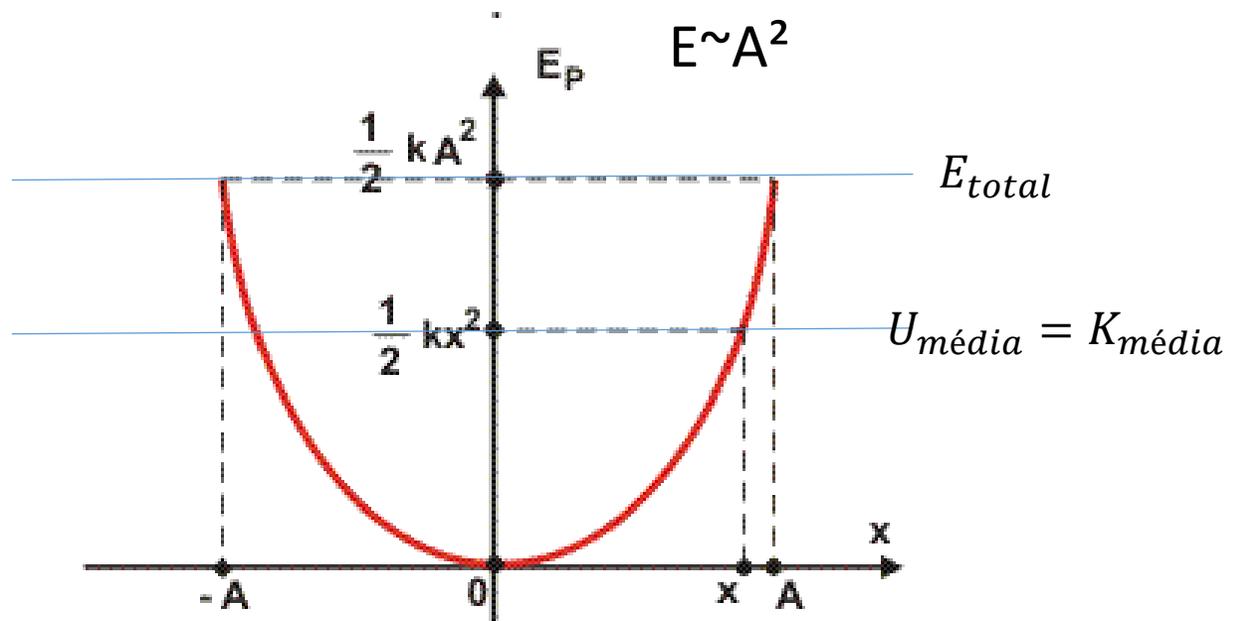
Energia no MHS

$$E_{total} = U + K = \frac{1}{2}kA^2$$

Energia total no MHS

Na amplitude máxima do movimento → Só U
Quando $x=0$ → Só K

$$U_{média} = K_{média} = E/2$$



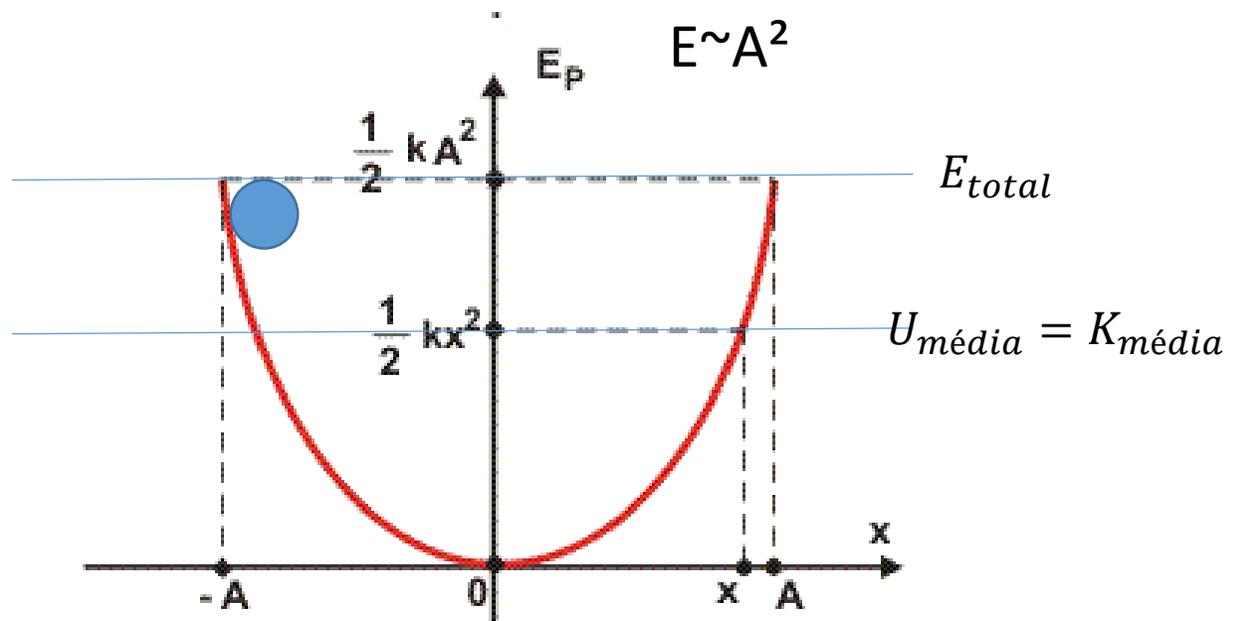
Energia no MHS

$$E_{total} = U + K = \frac{1}{2}kA^2$$

Energia total no MHS

Na amplitude máxima do movimento → Só U
Quando $x=0$ → Só K

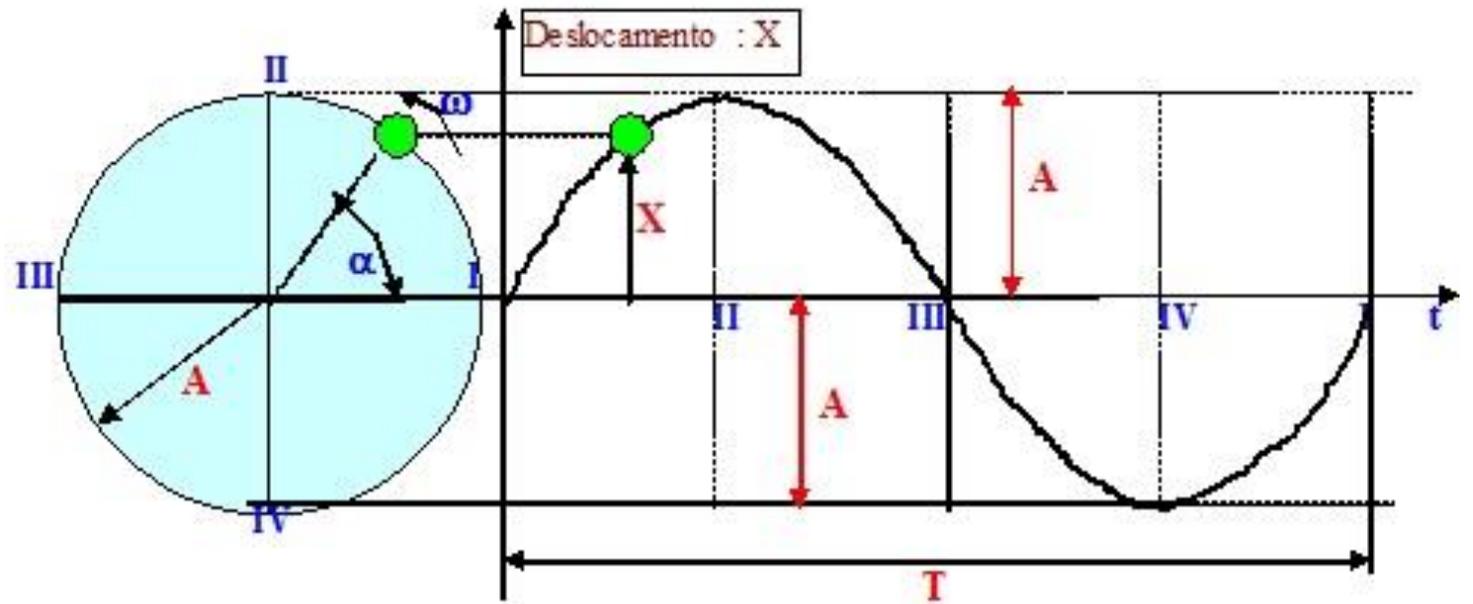
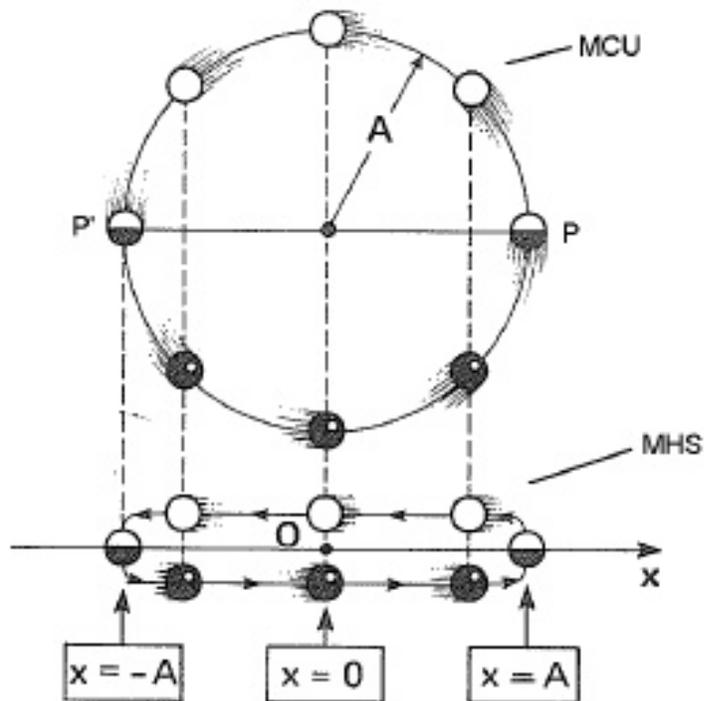
$$U_{média} = K_{média} = E/2$$



Sistemas Oscilantes

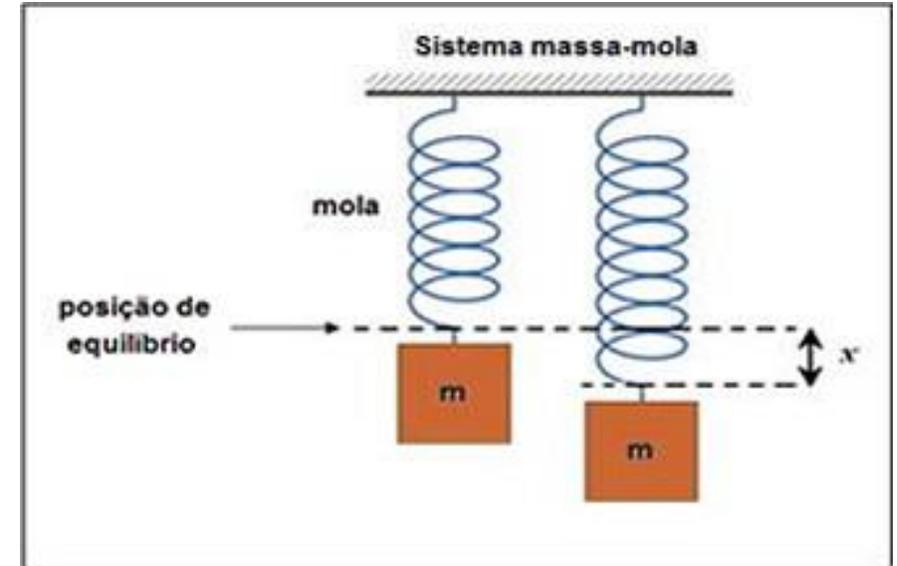
Sistemas Oscilantes

☐ Movimento circular uniforme



Sistemas Oscilantes

- Movimento circular uniforme
- Corpo pendurado em mola vertical



Sistemas Oscilantes

- Movimento circular uniforme
- Corpo pendurado em mola vertical
- Pêndulo Simples

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

