Superfície cônica

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

Interseção com os eixos coordenados

eixo x, $\quad y = z = 0 \quad \frac{x^2}{a^2} + 0 + 0 = 0$

$$x = 0$$

eixo y, $\quad x = z = 0 \quad 0 + \frac{y^2}{b^2} + 0 = 0$

$$y = 0$$

eixo z, $\quad x = y = 0 \quad 0 + 0 - \frac{z^2}{c^2} = 0$

$$z = 0$$

Análise dos planos coordenados

plano xOy

$z = k$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{k^2}{c^2} = 0$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{k^2}{c^2} \qquad p = \frac{k^2}{c^2}$$

$$\therefore \frac{x^2}{pa^2} + \frac{y^2}{pb^2} = 1$$

$\therefore$ Para qualquer valor de $K \neq 0$, tem-se uma elipse plano xOz

$y = k$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -\frac{k^2}{b^2} \qquad \rho = +\frac{k^2}{b^2}$$

$\therefore$ para qualquer valor de $k \neq 0$, tem ρ 0.

$$-\frac{x^2}{\rho a^2} + \frac{z^2}{\rho c^2} = 1 \Rightarrow \frac{z^2}{\rho c^2} - \frac{x^2}{\rho a^2} = 1$$

$\therefore$ Tem-se uma hipérbole com eixo real em z.

plano yOz

Análogo ao plano xOz.

p/ $y = k = 0$

$\rho = 0$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

$$\frac{x}{a} = \frac{z}{c}$$

$$x = \frac{a}{c} z$$

$\therefore$ Para $y = 0$, tem-se retas que cruzam a origem do plano.

Exercício

Obtenha equação da superfície Ω cujas geratrizes são paralelas à reta $r: X = (0,1,0) + \lambda(1,1,2)$, que tem por diretriz Γ a interseção das superfícies $\Omega_1: x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e $\Omega_2: z = 0$.

O vetor diretor de r é $\vec{v} = (1,1,2)$

Logo,

$$\begin{cases} u = x + \lambda \\ v = y + \lambda \\ w = z + 2\lambda \end{cases}$$

Se $Q(u,v,w)$ pertence a Γ, então:

interseção de Ω_1 e Ω_2: $x^2 + y^2 + 0^2 = 4$

- $x^2 + y^2 = 4$
- $z = 0$

$$\begin{cases} u^2 + v^2 = 4 \\ w = 0 \end{cases}$$

Assim, $\Omega: \begin{cases} (x+\lambda)^2 + (y+\lambda)^2 = 4 \\ (z + 2\lambda) = 0 \end{cases}$ sendo, $\lambda \in \mathbb{R}$.

(forma paramétrica)

Eliminando o parâmetro, temos

$$-\frac{z}{2} = \lambda$$

$$\boxed{\Omega: \quad \left(x - \frac{z}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{z}{2}\right)^2 = 4}$$

//.