ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PME3238 - FENÔMENOS DE TRANSPORTE - 1ª LISTA 18/06/2020
ENTREGA: 19/06/2020 ATÉ ÀS 08:00

1) (2,0 pontos) Um corpo cônico rotaciona em um recipiente, conforme mostrado na Fig. 01, com uma rotação constante de 600 rpm. Um filme de espessura de 0,3 mm de óleo com viscosidade de 0,002 Pa.s separa o cone do recipiente. Qual é o torque e potência necessárias para manter o cone em movimento, tendo um diâmetro e altura iguais a 0,10 m.

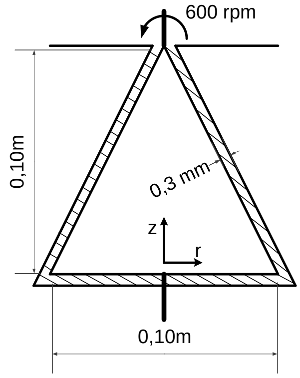


Figura 1

Solução:

Considerando a superfície cônica tem-se: $r/2 = z/4 \Rightarrow r = z/2$

Sendo ω=(2π600)/60=62,8rad/s e a tensão de cisalhamento pode ser dada por:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dx} = 0{,}002 \frac{\left(62{,}8 * (z/2)\right)}{0{,}3x10^{-3}} = 209{,}3z$$

O torque dT_l devido a superfície lateral pode ser dado por:

$$dT_l = \tau dA = (209{,}3z) \times (2\pi r ds) \times r = (209{,}3z) \times \left(2\pi \frac{z}{2} \frac{\sqrt{5}}{2} dz\right) \times \frac{z}{2} = 367{,}6z^3 dz$$

$$T_l = \int_o^z dT_l = \int_o^z 367{,}6z^3 dz = 367{,}6 \frac{z^4}{4}\bigg|_0^{0{,}10} = 367{,}6 \frac{(0{,}1)^4}{4} = 0{,}00919 N.m$$

O torque dT_b devido a superfície da base pode ser dado por:

$$dT_b = \tau dAr = (209{,}3z) \times (rd\theta dr) \times r = (209{,}3 * 2r) \times (r^2) d\theta dr = 418{,}6r^3 d\theta dr$$

$$T_b = \int_0^{2\pi} \int_0^{0{,}05} dT_b = \int_0^{2\pi} \int_0^{0{,}05} 418{,}6r^3 d\theta dr = 418{,}6 \times 2\pi \times \left[\frac{r^4}{4}\bigg|_0^{0{,}05}\right] = 837{,}2\pi \times \frac{(0{,}05)^4}{4}$$
$$= 0{,}00411 N.m$$

$$T_{total} = T_l + T_b = 0{,}00919 + 0{,}00411 = 0{,}0133\ N.m$$

$$Potência = T_{total} w = 0{,}0133 \times 62{,}8 = 0{,}835\ W$$

2) (1,5 ponto) Um campo de bidimensional de velocidade é dado por u=x(1+3t) e v=y. Para este campo de velocidade, determine a família de linhas de corrente para diferentes valores de t que passam pelo ponto (x_0,y_0) e determine a linha de trajetória que passa pelo ponto (x_0,y_0) no instante t=0.

Solução:

Para a determinação das linhas de corrente temos:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \Rightarrow \frac{dx}{x(1+3t)} = \frac{dy}{y}$$

Integrando e mantendo *t* constante:

$$\frac{lnx}{(1+3t)} = lny + C \Rightarrow y = Cx^{1/(1+3t)}$$

Sendo y=y_0 para x=x_0:

$$y_0 = Cx_0^{1/(1+3t)} \Rightarrow C = \frac{y_0}{x_0^{1/(1+3t)}} \Rightarrow y = \frac{y_0}{x_0^{1/(1+3t)}} x^{1/(1+3t)} = y_0 \left(\frac{x}{x_0}\right)^{1/(1+3t)}$$

Para as linhas de trajetória passando por (x_0,y_0) e t=0, temos:

$$u = \frac{dx}{dt} = x(1+3t) \Rightarrow \frac{dx}{x} = (1+3t)dt \Rightarrow lnx = t + 1{,}5t^2 + C_1 \Rightarrow x = C_2[exp(t + 1{,}5t^2)]$$

Para x_0 e t=0:

$$x_0 = C_2[exp(0)] \Rightarrow C_2 = x_0 \Rightarrow x = x_0[exp(t + 1{,}5t^2)]$$

$$v = \frac{dy}{dt} = y \Rightarrow \frac{dy}{y} = dt \Rightarrow lny = t + C_3 \Rightarrow y = [exp(t + C_3)] = C_4e^t$$

Para y_0 e t=0:

$$y_0 = C_4e^0 = C_4 \Rightarrow y = y_0e^t \Rightarrow t = ln\left(\frac{y}{y_0}\right)$$

Logo:

$$x = x_0\left[exp\left(ln\left(\frac{y}{y_0}\right) + 1{,}5ln\left(\frac{y}{y_0}\right)^2\right)\right]$$

3) (1,0 ponto)Na figura 2, água escoa do ponto A ao ponto B, sendo que o diâmetro interno na seção A é igual a 300 mm e o diâmetro interno na seção B é igual 600 mm, com uma vazão volumétrica da água de 0,4 m^3/s. Desprezando as perdas de cargas localizadas e distribuídas e sabendo-se que a altura manométrica na seção A é igual a 6,7 m, calcule a altura manométrica na seção B. (Adotar g=9,8 m^2/s).

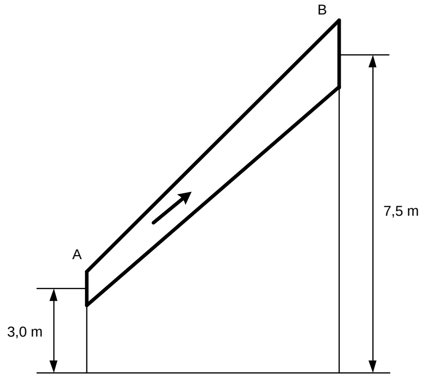


Figura 2.

Solução:

Aplicando a equação de Bernoulli entre as seções A e B:

$$\frac{p_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}+z_A=\frac{p_B}{\gamma}+\frac{V_B^2}{2g}+z_B \Rightarrow \frac{p_B}{\gamma}=\frac{p_A}{\gamma}+\left(\frac{V_A^2}{2g}-\frac{V_B^2}{2g}\right)+(z_A-z_B)$$

Como:

$$V_A=\frac{\dot{Q}}{A_A}=\frac{0,4}{\frac{\pi(0,3)^2}{4}}=5,7\,m/s \quad e\; V_B=\frac{\dot{Q}}{A_B}=\frac{0,4}{\frac{\pi(0,6)^2}{4}}=1,4\,m/s$$

Logo:

$$\frac{p_B}{\gamma}=6,7+\left(\frac{(5,7)^2}{2\times 9,8}-\frac{(1,4)^2}{2\times 9,8}\right)+(3-7,5)=3,8\,mca$$

4) (1,5 ponto)Uma placa com massa desprezível fecha um furo de 0,30 m em um tanque contendo ar e água, como mostrado na Figura 3. Um bloco de concreto (peso específico= 24.000 N/m^3) tem um volume de 0,04 m^3 e é suspenso pela placa e está completamente submerso na água. Aumentando-se a pressão do ar, a pressão diferencial medida no manômetro inclinado (Δh) aumenta. Nestas condições e desprezando o peso do ar na medição do manômetro, calcule o valor de Δh um pouco antes da placa começar a mover-se (Adotar g=9,8 m^2/s, peso específico da água= 9.800 N/m^3 e peso relativo do mercúrio(SG)=13,6).

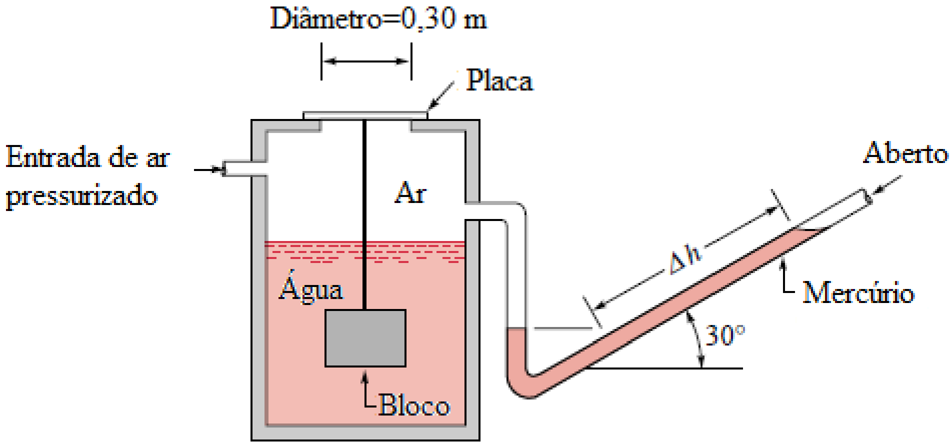


Figura 3.

Solução:

Na direção vertical temos o equilíbrio mecânico um pouco antes da placa mover-se, logo:

$$\sum F_{vertical} = 0 \Rightarrow F_{ar} + F_{bloco} - P_{bloco} = 0$$

Sendo:

$$F_{ar} = p_{ar}A_{placa} = p_{ar} \times \frac{\pi(0,3)^2}{4} = 7,07x10^{-2}p_{ar}$$

$$P_{bloco} = \gamma_{bloco}V_{bloco} = 24.000 \times 0,04 = 960\ N$$

$$F_{bloco} = \gamma_{água}V_{bloco} = 9.800 \times 0,04 = 392\ N$$

Portanto:

$$F_{ar} + F_{bloco} - P_{bloco} = 0 \Rightarrow 7,07x10^{-2}p_{ar} + 392 - 960 = 0 \Rightarrow p_{ar} = 8034\ Pa = 8,034kPa$$

Para o manômetro temos:

$$p_{manômetro} = \gamma_{mercúrio}\Delta h sen30° \Rightarrow \Delta h = \frac{8034}{13,6 \times 9.800 \times 0,5} = 0,121\ m = 121\ mm$$

5) (1,5 ponto)Ar é descarregado em um bocal com 0,05 m de diâmetro interno e, em seguida, escoa em uma palheta curva, como mostra a Figura 4. Um tubo de Pitot é posicionado na saída do bocal. Nestas condições, determine a componente horizontal imposta pelo escoamento do ar na palheta. Despreze o peso do ar e o atrito no escoamento. (peso específico da água: 9.800 N/m^3, g=9,8m/s^2)

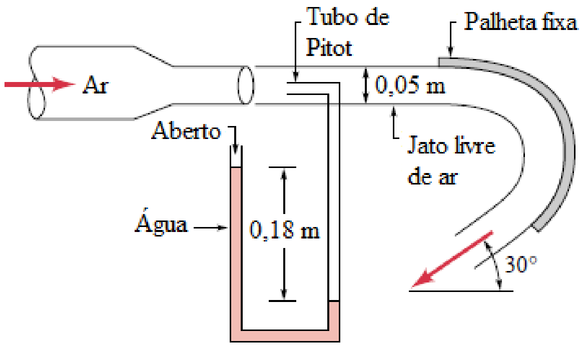
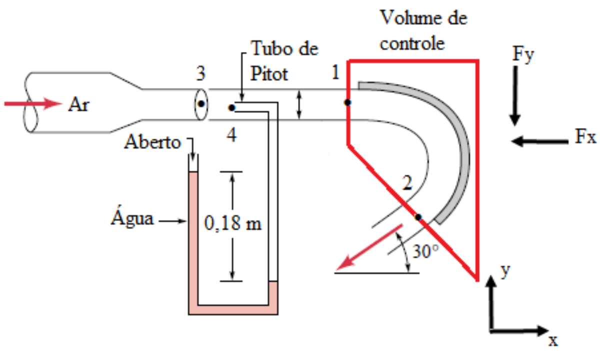


Figura 4.

Solução:

Aplicando a equação de conservação de quantidade de movimento na direção x para o volume de controle na palheta tem-se:



$$\sum F_x = \dot{m}(u_2 - u_1) \Rightarrow -F_x = \dot{m}(-V_2 cos30° - V_1)$$

Como:

$$\dot{m} = \rho V_1 A_1 \; e \; V_1 = V_2 = V_3 \; e \; F_x = \rho_{ar} A_1 V_1^2 (1 + cos30°)$$

Aplicando a equação de Bernoulli entre as seções 3 e 4:

$$\frac{p_3}{\gamma_{ar}} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 = \frac{p_4}{\gamma_{ar}} + \frac{V_4^2}{2g} + z_4$$

Como z_3=z_4; p_3=0 e V_4=0:

$$p_4 = \gamma_{água} h = 9.800 \times 0,18 = 1764 \; Pa \;\; e \;\; \frac{p_4}{\gamma_{ar}} = \frac{V_3^2}{2g} \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2gp_4}{\gamma_{ar}}} = \sqrt{\frac{2gp_4}{\rho_{ar} g}} = \sqrt{\frac{2 \times 1764}{1,2}}$$
$$= 54,2 \, m/s$$

Logo:

$$F_x = 1,2 \times \frac{\pi(0,05)^2}{4} \times (54,2)^2 \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 12,92 \; N$$

6) (1,5 ponto)A viscosidade de um líquido, μ, pode ser medida pela avaliação do tempo (*t*) que uma esfera de diâmetro *d* leva para percorrer uma distância *l* em um cilindro de diâmetro *D* contendo o líquido (vide Figura 5). Assumindo que:

$$t = f(l, d, D, \mu, \Delta\gamma)$$

onde Δγ é a diferença de peso específico entre a esfera e o líquido. Utilizando a teoria de análise dimensional, mostre a relação entre *t* e *μ* e descreva como este aparato pode ser usado para medir a viscosidade do líquido.

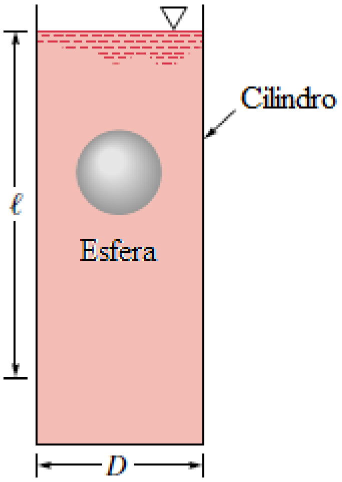


Figura 5.

Solução:

Adotando as unidades dimensionais primárias FLt tem-se que:

$$t \doteq t; l \doteq L, d \doteq L, \Delta\gamma \doteq FL^{-3}, \mu = FL^{-2}t$$

Como temos 6 variáveis e 3 unidades dimensionais teremos 6-3=3 números adimensionais e com a seguinte matriz dimensional

	t	*l*	*d*	*D*	Δγ	μ
F	0	0	0	0	1	1
L	0	1	1	1	-3	-2
t	1	0	0	0	0	1

Logo utilizando como parâmetros principais Δγ, μ e d:

$$\Pi_1 = t\,\Delta\gamma^a \mu^b d^c = (t)(FL^{-3})^a(FL^{-2}t)^b(L)^c = F^0L^0t^0$$

$$[F] = a + b = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$[L] = -3a - 2b + c = 0 \Rightarrow -3 \times (1) - 2 \times (-1) + c = 0 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow \qquad \Pi_1 = \frac{t\Delta\gamma d}{\mu}$$

$$[t] = 1 + b = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$\Pi_2 = D\,\Delta\gamma^d \mu^e d^f = (L)(FL^{-3})^d(FL^{-2}t)^e(L)^f = F^0L^0t^0$$

$$[F] = d + e = 0 \Rightarrow d = 0$$

$$[L] = 1 - 3d - 2e + f = 0 \Rightarrow 1 - 3 \times (0) - 2 \times (0) + f = 0 \Rightarrow f = -1 \Rightarrow \qquad \Pi_2 = \frac{D}{d}$$

$$[t] = e = 0$$

$$\Pi_3 = l\,\Delta\gamma^g \mu^h d^i = (L)(FL^{-3})^g(FL^{-2}t)^h(L)^i = F^0L^0t^0$$

$$[F] = g + h = 0 \Rightarrow g = 0$$

$$[L] = 1 - 3g - 2h + i = 0 \Rightarrow 1 - 3\times(0) - 2\times(0) + i = 0 \Rightarrow i = -1 \Rightarrow \qquad \Pi_2 = \frac{l}{d}$$

$$[t] = h = 0$$

Portanto a relação entre os números adimensionais fica:

$$\frac{t\,\Delta\gamma d}{\mu} = \phi\left(\frac{D}{d},\frac{l}{d}\right)$$

Para uma geometria fixa (D,l e d):

$$\frac{t\Delta\gamma d}{\mu} = C \Rightarrow \mu = \frac{d}{C}t\Delta\gamma = C_1\Delta\gamma t \ (1)$$

A constante C_1 pode ser determina experimentalmente com o uso de fluidos com viscosidades conhecidas. Com a determinação de C_1, a viscosidade pode ser determinada com a medição do tempo com a equação (1).

7) (1,0 ponto)Água circula de um tanque grande para um filtro e retorna ao tanque como mostrado na Figura 6. Sendo que a potência fornecida a água pela bomba é de 270 W e que as perdas associadas ao atrito na tubulação e das perdas localizadas somam 12,5 mca, avalie a vazão volumétrica que passa pelo filtro. (Assuma peso específico da água=9.800 N/m^3)

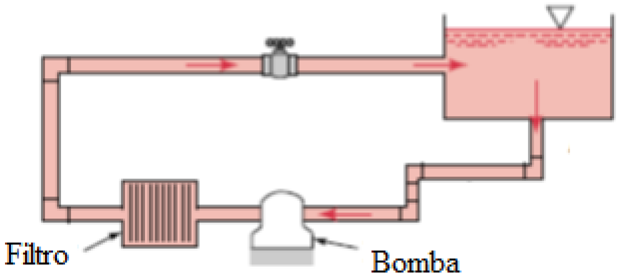
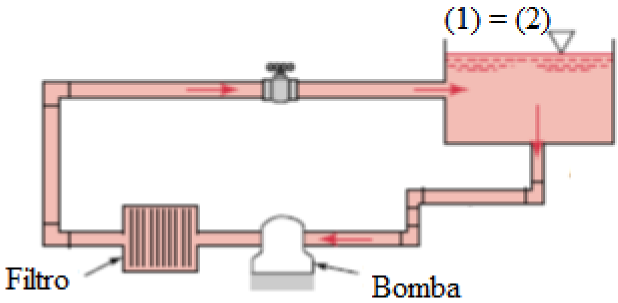


Figura 6.

Solução:

Aplicando a equação de conservação de energia entre as seções 1 e 2:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma}+\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}+z_1\right)-\left(\frac{p_2}{\gamma}+\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+z_2\right)-\frac{\dot{W}_{bomba}}{\gamma\dot{Q}}=h_T$$



Como:

$$p_1=p_2;\ V_1=V_2=0\ \ e\ z_1=z_2 \Rightarrow -\frac{\dot{W}_{bomba}}{\gamma\dot{Q}}=h_T$$

Como o trabalho é fornecido a água:

$$-\frac{(-\dot{W}_{bomba})}{\gamma\dot{Q}}=h_T \Rightarrow \dot{W}_{bomba}=\gamma\dot{Q}h_T \Rightarrow \dot{Q}=\frac{\dot{W}_{bomba}}{\gamma h_T}=\frac{270}{9.800\times 12,5}=0,0022\ \ m^3/s$$