UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE BIOSSISTEMAS

LEB 0472 – HIDRÁULICA

Prof. Fernando Campos Mendonça

AULA 3 – ROTEIRO

Tópicos da aula 3:

1) Hidrostática

   - Empuxo: conceito

   - Empuxo em superfícies sólidas

2) Hidrodinâmica

   - Conceito

   - Vazão e descarga

   - Classificação dos movimentos dos líquidos

   - Regimes de escoamento

   - Equação da continuidade

   - Teorema de Bernoulli

   - Aplicações práticas

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA "LUIZ DE QUEIROZ"
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE BIOSSISTEMAS

LER 0472 – HIDRÁULICA
Prof. Fernando Campos Mendonça

Aula 3 – Hidrostática e Hidrodinâmica

1. Hidrostática

1.1 Empuxo

Princípio de Arquimedes: *"Todo corpo imerso total ou parcialmente num fluido em equilíbrio, dentro de um campo gravitacional, fica sob a ação de uma força vertical, com sentido ascendente, aplicada pelo fluido. Esta força é denominada empuxo (E), cuja intensidade é igual ao peso do líquido deslocado pelo corpo".*

- Conceito: é a força hidrostática resultante exercida por um fluido sobre um corpo que esteja imerso nele.

- O empuxo existe graças à diferença de pressão hidrostática do corpo

---

- Pressão é proporcional à massa específica do líquido (ρ), à aceleração da gravidade (g) e à profundidade de imersão (h)

$$P \;\alpha\; (\rho, g, h)$$

- P é maior na parte inferior do corpo (maior profundidade)

- P gera uma força resultante chamada Empuxo (Princípio de Arquimedes).

- Empuxo é a força resultante da pressão de um fluido sobre uma área de contato com um corpo imerso nele.

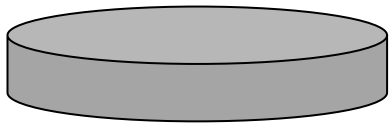
$$E = P \cdot A$$

$$P = \gamma \cdot h \qquad \Rightarrow \qquad E = \gamma \cdot h \cdot A$$

em que:

γ – peso específico do fluido
h – altura da coluna de fluido
A – área de contato entre o corpo imerso e o fluido

Exemplo: empuxo atuante sobre uma comporta circular



Dados:

Pressão: $P = 1000$ kgf m^{-2}

Diâmetro: $D = 0{,}5$ m

Área: $A = \frac{\pi\, D^2}{4} = 0{,}19635\ m^2$

Empuxo: $E = P \times A$

$E = 1000 \times 0{,}19635$

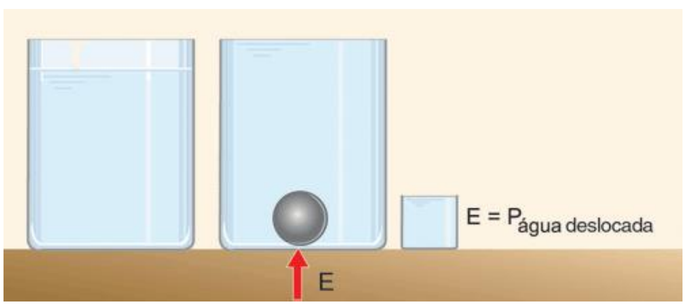
$E = 196{,}35$ kgf

SI: $E = 196{,}35 \times 9{,}81 = 1926{,}2$ N

(1 kgf = 9,81 N)

- Empuxo é igual ao peso do líquido deslocado

Ex.: esfera metálica em líquido



$E = F_{Pliq}$

$F_P = m \cdot g \quad \Rightarrow \quad E = m_{liq} \cdot g$

$\rho = m / Vol \quad \Rightarrow \quad m = \rho \cdot Vol$

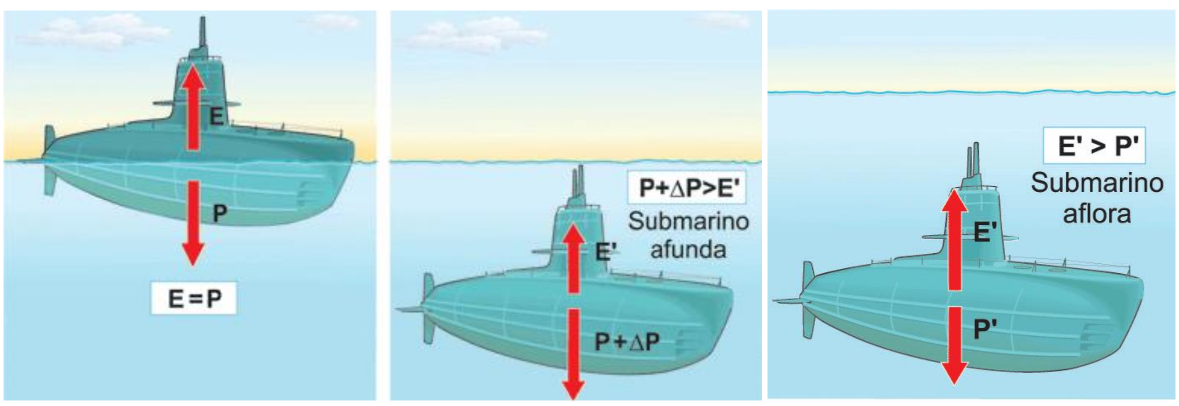
$E = \rho \cdot g \cdot Vol$

$\rho \cdot g = \gamma \quad \Rightarrow \quad E = \gamma_{liq} \cdot Vol_{corpo}$

Aplicação: Flutuabilidade de um corpo na água

Exemplo:

A. Submarino



Empuxo agindo sobre o corpo: $E = \gamma_{liq} \cdot Vol_{corpo}$

Peso do corpo: $F_P = \gamma_{corpo} \cdot Vol_{corpo}$

a) $F_P < E\ (\gamma_c < \gamma_{H2O}) \Rightarrow$ Corpo flutua no líquido

b) $F_P = E\ (\gamma_c = \gamma_{H2O}) \Rightarrow$ Corpo em equilíbrio e totalmente imerso no líquido

c) $F_P > E\ (\gamma_c > \gamma_{H2O}) \Rightarrow$ Corpo afunda no líquido

B. Um objeto com massa de 10 kg e volume de 0,002 m³ está totalmente imerso dentro de um reservatório de água (γ_{H2O} = 1000 kgf m^{-3}), determine:

B.1- O valor do peso do objeto (g = 9,81 m s^{-2})

B.2 - A intensidade da força de empuxo que a água exerce sobre o objeto

B.3 - O peso aparente do objeto quando imerso na água

Solução:

B.1 - Peso do objeto:

$Pc = m \,.\, g = 10 \text{ kg} \times 9{,}81 \text{ m s}^{-2} = 98{,}1 \text{ kg m s}^{-2}$ ou 98,1 N

B.2 – Empuxo:

$E = \gamma_{H2O} \,.\, Vc = 1000 \text{ kgf m}^{-3} \times 0{,}002 \text{ m}^3$

E = 2 kgf ou 19,62 N (1 kgf = 9,81 N)

B.3 – Peso aparente

$P_{AC} = Pc - E = 98{,}1 - 19{,}62$

$P_{AC} = 78{,}48$ N

---

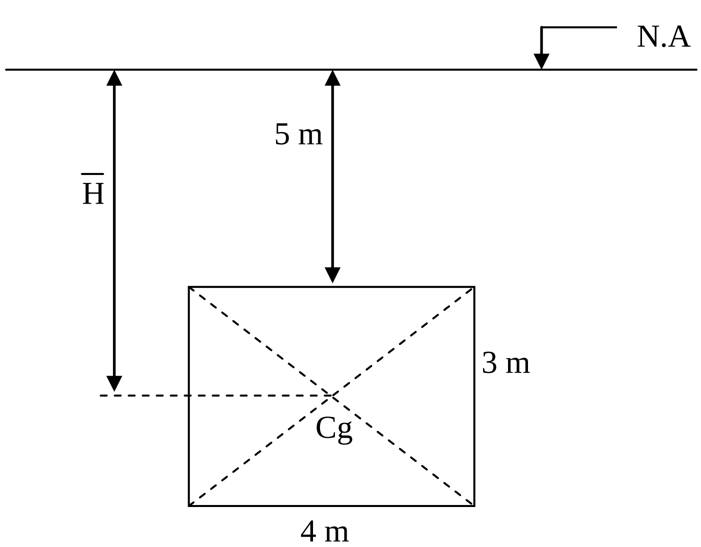
2. Empuxo sobre superfícies sólidas

2.1 Superfícies planas imersas em líquido

- Perpendicular à superfície
- Igual ao produto da área pela pressão no centro de gravidade (Cg)

E = P x A

Exemplo: Empuxo exercido pela água em uma comporta vertical de 3 x 4 m, cujo topo está imerso em água e encontra-se a 5 m de profundidade.



γ_{H2O} = 1000 kgf m^{-3}

$P = \gamma_{H2O} \,.\, h$

$$E = P \,.\, A = \gamma_{H2O} \,.\, \overline{H} \,.\, A$$

$$\overline{H} = 5 + \frac{3}{2} = 6{,}5 \text{ m}$$

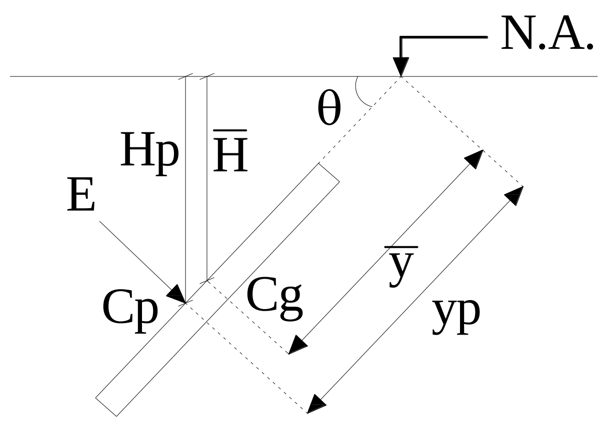
$$E = 1000 \,.\, 6{,}5 \,.\, (3 \text{ x } 4)$$

E = 78000 kgf

2.2 Superfícies inclinadas imersas em líquido

- Ponto de aplicação do empuxo: Centro de pressão (Cp)

- Cp situa-se um pouco abaixo do centro de gravidade (Cg)



θ = ângulo de inclinação

$$Hp = Yp \ sen\,\theta$$

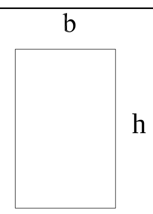
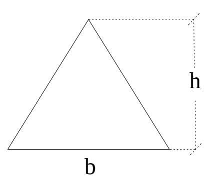
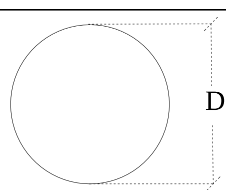
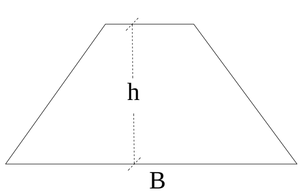
$$\overline{H} = \overline{Y} \ sen\,\theta$$

$$Yp = \overline{Y} + \frac{Io}{A\,\overline{Y}}$$

A – área de atuação do empuxo

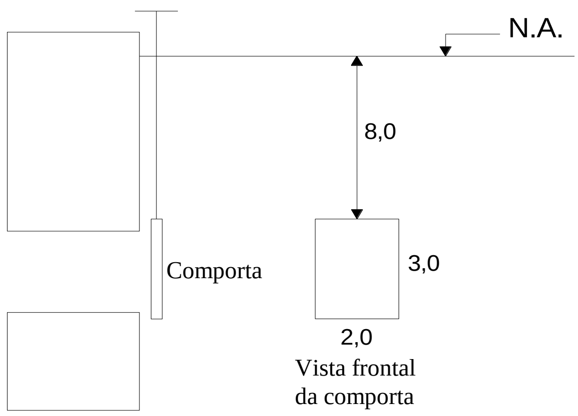
Io – momento de inércia da área de atuação da pressão

Momento de inércia de algumas formas geométricas:

Figura	**A**	**Io**
	b . h	$\frac{b\ h^3}{12}$
	$\frac{b \cdot h}{2}$	$\frac{b\ h^3}{36}$
	$\frac{\pi \cdot D^2}{4}$	$\frac{\pi\ D^4}{64}$
	$\frac{(b + B)}{2} \cdot h$	$\frac{h^3}{36} \cdot \frac{B^2 + 4\,B\,b + b^2}{B + b}$

Exemplos:

a) Determinar o empuxo e o centro de pressão da comporta esquematizada abaixo:



Empuxo:

$$E = \gamma \cdot \overline{H} \cdot A$$

$$E = 1000\ \text{kgf}\ m^{-3} \cdot (8 + 1{,}5)m \cdot (2 \cdot 3)$$

E = 57000 kgf

Retângulo: momento de inércia (Io), área (A) e profundidade do centro de gravidade ($\overline{Y}$)

$$Io = \frac{b\ h^3}{12} \qquad A = 2 \times 3 = 6\ m^2$$

$$Io = \frac{2 \times 3^3}{12} = 4{,}5\ m^4 \qquad \overline{Y} = 8 + \frac{3}{2} = 9{,}5\ m$$

Centro de pressão:

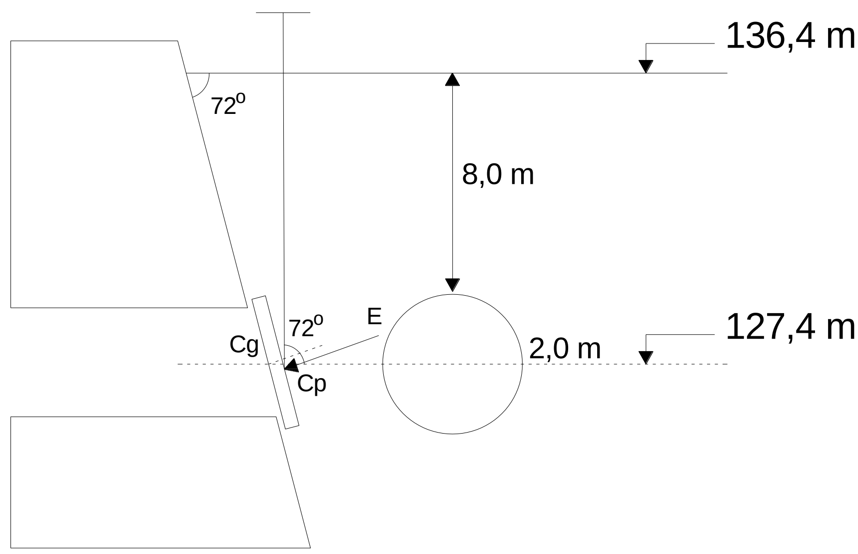
$$Yp = \overline{Y} + \frac{Io}{A \cdot \overline{Y}}$$

$$Yp = 9{,}5 + \frac{4{,}5}{6 \cdot 9{,}5} \qquad Yp = 9{,}579\ m$$

---

b) A abertura do sangradouro de uma barragem é um orifício circular com inclinação de 72º em relação à horizontal. Esse orifício está fechado por uma comporta (chapa de ferro) plana com diâmetro de 2 metros. Se o nível de água se mantém na cota 136,4 m e o centro do orifício está na cota 127,4 m, calcule:

- a força que se deve aplicar em uma haste vertical para suspender a chapa;
- a distância do centro da chapa em que deverá estar a conexão da haste com a tampa, para que a chapa seja suspensa por igual.



Força para levantar a comporta:

$$A = \frac{\pi\ D^2}{4} = \frac{\pi\ 2^2}{4} = 3{,}14\ m^2$$

$$E = \gamma \cdot \overline{H} \cdot A \qquad 1000 \times 9 \times 3{,}14 = 28260\ \text{kgf}$$

F = E . cos 72º = 28260 x cos 72º = 8732,82 kgf

Centro de pressão:

$$Yp = \bar{Y} + \frac{Io}{A\ \bar{Y}}$$

$$\bar{H} = \bar{Y} \cdot sen\ \theta \qquad \Rightarrow \qquad \bar{Y} = \frac{\bar{H}}{sen\ \theta} = \frac{9\ m}{sen\ 72^{o}}$$

$$\bar{Y} = 9{,}46\ m$$

A = 3,14 m^2

$$Io = \frac{\pi\ 2^4}{64} = 0{,}785\ m^4$$

$$Yp = 9{,}46 + \frac{0{,}785}{3{,}14 \cdot 9{,}46}$$

Yp = 9,48 m

Portanto, a haste deve ser conectada a uma distância de (9,48 – 9,46 m) = 0,02 m do Cg da comporta.

3. Hidrodinâmica

3.1 Conceito:

- Estudo dos fluidos em movimento
- Fluido perfeito: não tem viscosidade, atrito, coesão ou elasticidade (incompressível)
- Deduções teóricas feitas para um líquido perfeito

3.2 Vazão ou descarga (Q)

a) Definição: volume de líquido que atravessa uma seção de escoamento por unidade de tempo

Q = Vol / ΔT

b) Unidades usuais:

MKS (SI): $m^3\ s^{-1}$

Unidades utilizadas na prática:

L/s
L/h
$m^3\ h^{-1}$
gal/h (galões por hora)

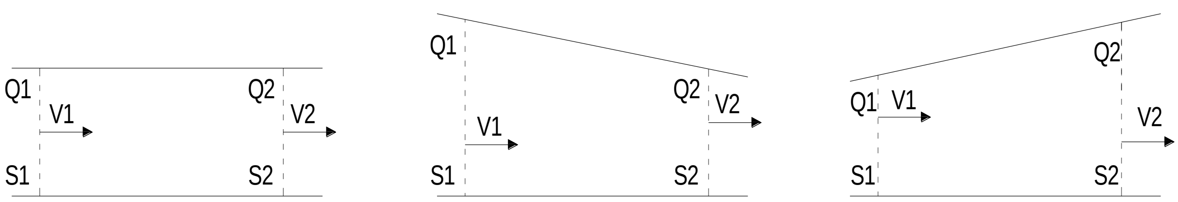
3.3 Classificação dos movimentos de líquidos

Grandezas que caracterizam o escoamento: velocidade, pressão e densidade.

a) Movimento permanente: Velocidade, pressão e densidade constantes em um mesmo ponto, ao longo do tempo (Q = constante)

- Movimento permanente uniforme: velocidade média constante em diferentes seções de escoamento ao longo da corrente;

- Movimento permanente não uniforme: velocidade média varia nas diferentes seções de escoamento, ao longo da corrente. Pode ser ACELERADO ou RETARDADO.



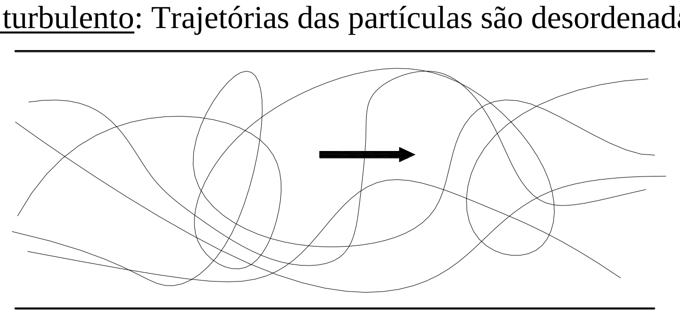
Uniforme	Acelerado	Retardado
$S_1 = S_2$	$S_1 > S_2$	$S_1 < S_2$
$V_1 = V_2$	$V_1 < V_2$	$V_1 > V_2$
$Q_1 = Q_2$	$Q_1 = Q_2$	$Q_1 = Q_2$

b) Movimento variado: Velocidade, pressão e densidade variam com o tempo.

3.4 Regimes de escoamento

a) Escoamento laminar (tranquilo ou lamelar): Trajetórias das partículas paralelas e bem definidas.

b) Escoamento turbulento: Trajetórias das partículas são desordenadas.



3.5 Equação da Continuidade

a) <u>Definição</u>: Em movimento permanente, a quantidade de massa que atravessa uma dada seção de escoamento é sempre a mesma.

- No escoamento de um líquido em movimento permanente, a vazão é o produto da velocidade de escoamento pela área da seção molhada.

$$Q = S \times V$$

3.5.1. Exemplos de aplicação:

a) Calcular a vazão que passa por um tubo com diâmetro de 4 polegadas e cuja velocidade do escoamento é de 2 m/s. (1 polegada = 2,54 cm ou 0,0254 m)

b) Calcular a velocidade de escoamento em um tubo de 10 cm de diâmetro, cuja vazão é igual a 50 m^3/h.

3.6. Teorema de Bernoulli (Daniel Bernoulli, 1738)

- Princípio da Conservação das Massas aplicado ao escoamento dos fluidos

Energia = capacidade de realizar trabalho

Energia = Força x Deslocamento

$$E = F \cdot L$$

3.6.1. Tipos de energia presentes no escoamento de fluidos

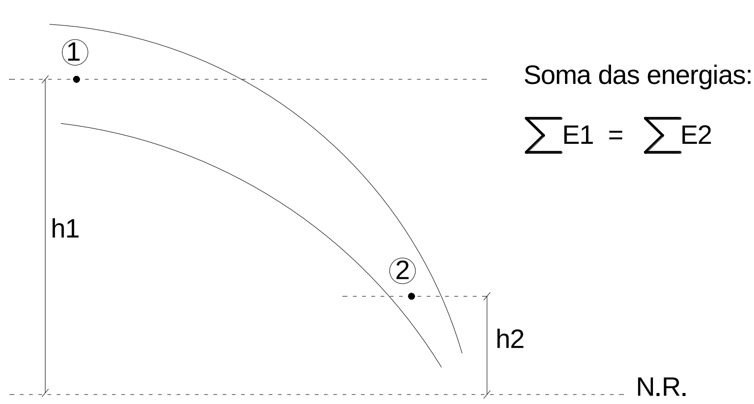
a) Energia cinética (E_c): $E_c = \frac{m \cdot V^2}{2}$

b) Energia potencial (E_{pot}): $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$

c) Energia de pressão (E_p): $E_P = P \cdot Vol$

3.6.2. Escoamento de um fluido perfeito

Fluido perfeito → Escoamento sem perda de energia



Simplificação do Teorema de Bernoulli:

$$\sum E = E_P + E_c + E_{pot}$$

$$\sum E_1 = \sum E_2$$

$$E_{P1} + E_{c1} + E_{pot1} = E_{P2} + E_{c2} + E_{pot2}$$

$$P_1 \cdot Vol + \frac{m \cdot V_1^2}{2} + m\,g\,h_1 = P_2 \cdot Vol + \frac{m \cdot V_2^2}{2} + m\,g\,h_2$$

$$P_1 \cdot Vol + \frac{m \cdot V_1^2}{2} + m\,g\,h_1 = P_2 \cdot Vol + \frac{m \cdot V_2^2}{2} + m\,g\,h_2$$

Massa específica: $\rho = \frac{m}{Vol} \Rightarrow Vol = \frac{m}{\rho}$

Substituindo Vol por $\frac{m}{\rho}$:

$$P_1 \cdot \frac{m}{\rho} + \frac{m \cdot V_1^2}{2} + m\,g\,h_1 = P_2 \cdot Vol + \frac{m \cdot V_2^2}{2} + m\,g\,h_2$$

Dividindo todos os termos por $m \cdot g$:

$$\frac{P_1 \cdot \frac{m}{\rho} + \frac{m \cdot V_1^2}{2} + m\,g\,h_1}{m \cdot g} = \frac{P_2 \cdot Vol + \frac{m \cdot V_2^2}{2} + m\,g\,h_2}{m \cdot g}$$

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{V_1^2}{2g} + h_1 = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{V_2^2}{2g} + h_2$$

Peso específico: $\gamma = \rho \cdot g$

Substituindo $\rho \cdot g$ por γ :

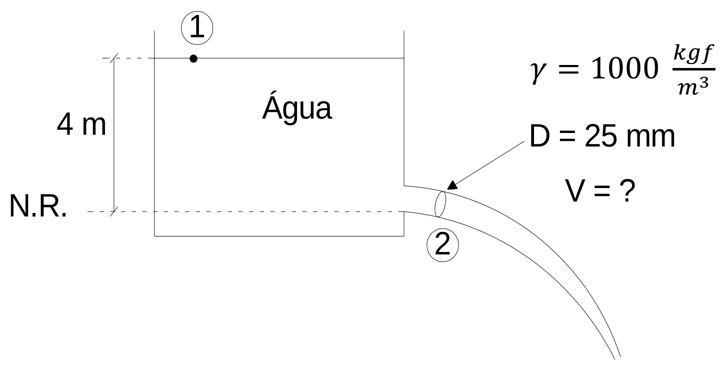
Teorema de Bernoulli aplicado ao fluido Perfeito

$$\boxed{\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + h_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_2}$$

3.6.3 Aplicações do Teorema de Bernoulli

Exercícios

a) O esquema a seguir representa o escoamento de um fluido perfeito.



Pede-se:

a.1) A velocidade do jato d'água;

a.2) A vazão do escoamento.

Solução:

a.1) Cálculo da velocidade – Teorema de Bernoulli

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + h_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_2$$

→ $\frac{P}{\gamma}$ é pressão relativa e o N.R. passa pelo ponto 2.

→ Nos pontos 1 e 2 a água está exposta à pressão atmosférica.

Portanto, pode-se simplificar para:

$$0 + 0 + h_1 = 0 + \frac{V_2^2}{2g} + 0$$

$$0 + 0 + 4 = 0 + \frac{V_2^2}{2g} + 0$$

$$V_2 = \sqrt{4 \cdot 2g} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 9{,}81}$$

$V_2 = 8{,}86\ m/s$ (Resultado válido para o fluido perfeito)

Na prática: V = 0,98 V_t (V_t = velocidade teórica)

Q = 0,95 Q_t (Q_t = vazão teórica)

a.2) Cálculo da vazão – Equação da Continuidade

Q = V · A $A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0{,}025^2}{4}$ ⇒ A = 0,000490873 m^2

Qt = 8,86 x 0,000490873 = 0,00435 m^3/s

b) Calcular a pressão e a vazão no interior de um tubo com diâmetro D = 25 mm com um bocal circular de D = 5 mm em sua extremidade, sabendo que a velocidade do fluido medida no bocal é de 25 m/s.

4. **Exercício 3 (Provinha)**

Calcular a vazão e a pressão no venturímetro do esquema a seguir.