

Exercícios – cap. 10

4) A posição angular de um ponto de uma roda é dada por $\theta(t) = 2 + 4t^2 + 2t^3$ rad.

a) Em $t=0$, qual a posição e a velocidade angular do ponto?

b) qual a velocidade angular em $t = 4$ s?

c) calcule a aceleração angular em $t = 2$ s

d) a aceleração da roda é constante?

$$a) \theta(0) = 2 \text{ rad}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 0 + 8t + 6t^2$$

$$\omega(0) = 0 \text{ rad/s}$$

$$b) \omega(4) = 128 \text{ rad/s}$$

$$c) \alpha = \frac{d\omega}{dt} = 8 + 12t$$

$$\alpha(2) = 32 \text{ rad/s}^2$$

d) Não é constante

7) Uma roda de carroça de raio igual a 30 cm tem oito raios igualmente espaçados e está montada sobre um eixo central, girando a 2,5 rev/s. Você deseja atirar uma flecha de 20 cm de comprimento entre os raios da roda. Supondo que a flecha e os raios são muito finos:

a) qual a menor velocidade que a flecha deve ter para não se chocar com os raios?

b) o ponto entre o eixo e a roda faz diferença para mirar a flecha?

$$\left. \begin{array}{l} R = 0,3 \text{ m} \\ \Delta\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \\ \omega = 2,5 \text{ rev/s} = 2,5 \cdot 2\pi \text{ rad/s} \end{array} \right\} \Delta\theta = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{5\pi} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ s}$$

$$l = 0,2 \text{ m}$$

$$a) v_{\min} = ? \quad v = \frac{0,2}{0,05} = 4 \text{ m/s}$$

b) Não, v_{\min} não depende dos raios

16) Um carrossel gira a partir do repouso com aceleração angular de $1,5 \text{ rad/s}^2$.

a) Quanto tempo leva para executar as duas primeiras voltas?

b) qual o tempo para as próximas duas voltas?

$$\omega_0 = 0 \text{ rad/s}$$

$$\alpha = 1,5 \text{ rad/s}^2$$

a) $t = ?$ 2 voltas

$$\Delta\theta = 2 \times 2\pi = 4\pi \text{ rad}$$

$$\Delta\theta = \cancel{\omega_0 t} + \frac{\alpha t^2}{2} \Rightarrow 4\pi = \frac{1,5 \times t^2}{2}$$

$$\Rightarrow t = 4,1 \text{ s}$$

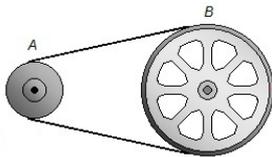
b) $t = ?$ próximas 2 voltas

$$\Delta\theta = 4 \times 2\pi = 8\pi \text{ rad}$$

$$8\pi = \frac{1,5 t^2}{2} \Rightarrow t = 5,8 \text{ s}$$

$$\Rightarrow t = 5,8 - 4,1 = 1,7 \text{ s}$$

28) A roda A (raio 10 cm) está ligada à roda B (raio 25 cm) por uma correia. A velocidade angular da roda A é aumentada, a partir do repouso, a uma taxa constante de $1,6 \text{ rad/s}^2$. Determine o tempo necessário para que a roda B atinja uma velocidade angular de 100 rev/min supondo que a correia não desliza.



$$r_A = 0,1 \text{ m} \quad \omega_{A0} = 0 \text{ rad/s} \quad \alpha = 1,6 \text{ rad/s}^2$$

$$r_B = 0,25 \text{ m}$$

$$t = ? \rightarrow \omega_B = 100 \text{ rev/min} = \frac{100 \times 2\pi}{60} \text{ rad/s}$$

$$\boxed{a_{tA} = a_{tB}}$$

$$\alpha_A r_A = \alpha_B r_B \Rightarrow \alpha_B = \alpha_A \frac{r_A}{r_B} = 1,6 \times \frac{0,1}{0,25} = 0,64 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_B = \alpha_B \cdot t \Rightarrow t = \frac{100 \cdot 2\pi}{60} \cdot \frac{1}{0,64} = 16 \text{ s}$$

34) A velocidade angular de uma barra girante é $\omega(t) = 1,5t - 2 \text{ rad/s}$.

a) qual o módulo da aceleração angular da barra?

b) em $t=4 \text{ s}$, a energia cinética da barra é $1,6 \text{ J}$. Qual a energia cinética em $t = 0$?

$$a) \alpha = \frac{d\omega}{dt} = 1,5 \text{ rad/s}^2$$

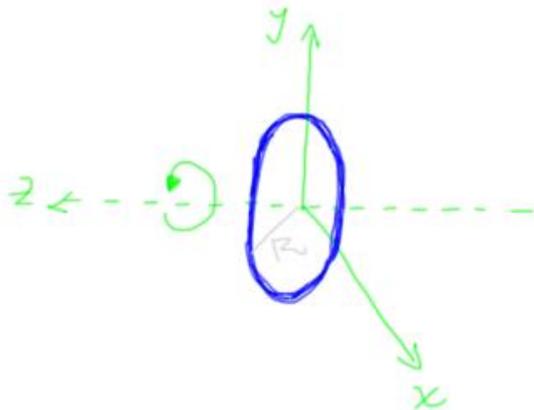
$$b) t=4 \text{ s} \rightarrow K = 1,6 \text{ J} \rightarrow \omega(4) = 4 \text{ rad/s} \Rightarrow 1,6 = \frac{1}{2} I \cdot 4 \Rightarrow I = 0,2 \text{ kg m}^2$$

$$t = 0 \text{ s} \rightarrow K = ?$$

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad K = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot (-2)^2 = \underline{0,4 \text{ J}}$$

Cálculo do momento de Inércia:

1) Argola fina

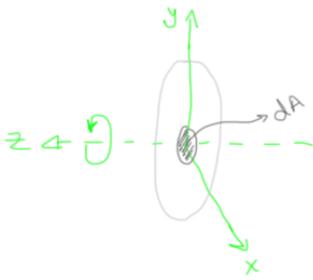


$$I = \int r^2 dm$$

Como o eixo de rotação passa pelo eixo de simetria da argola, $r = \text{cte}$:

$$I = R^2 \int dm \Rightarrow \boxed{I = MR^2}$$

2) Disco



Definindo-se uma densidade superficial σ , tem-se:

$$\sigma = \frac{M}{A} \Rightarrow \text{para um elemento de área:}$$

$$dm = \sigma \cdot dA$$

sendo $A = \pi R^2 \Rightarrow dA = 2\pi r dr$

$$I = \int r^2 dm \rightarrow \text{substituindo } dm:$$

$$I = \int r^2 \sigma \cdot dA \rightarrow \text{substituindo } dA:$$

$$I = \int_0^R r^2 \sigma \cdot 2\pi r \cdot dr = 2\pi \sigma \int_0^R r^3 dr$$

$$\Rightarrow I = \frac{2\pi \sigma \cdot R^4}{4} = \frac{\pi \sigma R^4}{2} \text{ mas } \sigma = \frac{M}{A} = \frac{M}{\pi R^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{MR^2}{2}}$$