Física 1 (4310145) - Aula 28/05/2020

Informações

- Capítulo 2
  - Perguntas: Todas!
  - Problemas: 2.1, 2.3, 2.5, 2.7, 2.9, 2.14, 2.17, 2.21, 2.31, 2.37, 2.41, 2.67, 2.69
- Capítulo 3
  - Perguntas: 3.1, 3.3, 3.5 , 3.12, 3.13
  - Problemas: 3.1, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.9, 3.10, 3.15, 3.32, 3.27, 3.33, 3.37, 3.43
- Capítulo 4
  - Perguntas: 4.1, 4.2, 4.3, 4.5, 4.13, 4.17
  - Problemas: 4.1, 4.3, 4.7, 4.9, 4.11, 4.19, 4.25, 4.29, 4.47, 4.57, 4.65, 4.69
- Capítulo 5
  - Perguntas: 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.9
  - Problemas: 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.7, 5.11, 5.13, 5.15, 5.19, 5.21, 5.31, 5.35, 5.45, 5.63
- Capítulo 6
  - Perguntas: 6.1, 6.2, 6.3, 6.5, 6.6, 6.9. 6.13
  - Problemas: 6.1, 6.3, 6.4, 6.5, 6.13, 6.19, 6.25, 6.33, 6.39, 6.41, 6.43, 6.57, 6.59
- Capítulo 7
  - Perguntas: 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.9, 7.11
  - Problemas: 7.1, 7.3, 7.5, 7.7, 7.15, 7.17, 7.21, 7.23, 7.31, 7.37, 7.41, 7.43, 7.45, 7.49, 7.67
- Capítulo 8
  - Perguntas: 8.1, 8.2, 8.3, 8.5, 8.9, 8.11
  - Problemas: 8.1, 8.2, 8.3, 8.5, 8.7, 8.9, 8.13, 8.15, 8.19, 8.25, 8.37, 8.39, 8.41, 8.45, 8.47, 8.53, 8.57, 8.67
- Capítulo 9
  - Perguntas: 9.1, 9.2, 9.3, 9.5, 9.7, 9.9, 9.11
  - Problemas: 9.1, 9.2, 9.3, 9.5, 9.7, 9.11, 9.13, 9.17 , 9.19, 9.25, 9.29, 9.33, 9.37, 9.39, 9.41, 9.45, 9.49, 9.51, 9.55, 9.61, 9.63, 9.73, 9.75
- Capítulo 10
  - Problemas: 10.1, 10.2, 10.3, 10.4, 10.5, 10.7, 10.11, 10.13, 10.15, 10.17, 10.19, 10.25, 10.28, 10.33, 10.35, 10.41, 10.43, 10.49, 10.51, 10.53, 10.57, 10.59, 10.61, 10.63
- Capítulo 11
  - Perguntas:
  - Problemas:

jader.pereira.santos@gmail.com (11-963653978)
felipefreitas@usp.br

Sumário

Sumário

Sumário

- Quando estudamos cinemática, vimos que podemos obter muitas relações para o estudo de movimentos com aceleração constante.
- O mesmo ocorre para o caso de rotações

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2}$$

Se a aceleração angular é constante, temos

$$d\omega = \alpha dt \quad \Rightarrow \quad \int_{\omega_0}^{\omega_f} d\omega = \int_0^{t_f} \alpha dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t} \tag{3}$$

Podemos fazer ainda

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \;\Rightarrow\; d\theta = \omega\ dt \;\Rightarrow\; d\theta = (\omega_0 + \alpha t)\ dt$$

$$\int d\theta = \int (\omega_0 + \alpha t)\ dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2} \tag{4}$$

Eliminando t nas Eq. (3) e (4), obtemos

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)}$$

Rotação com aceleração angular constante

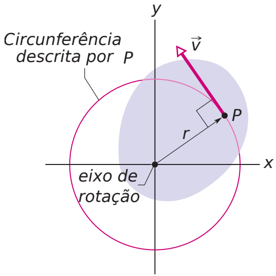
Equação linear	Equação angular
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$
$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$
$x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$	$\theta - \theta_0 = \omega t - \frac{1}{2}\alpha t^2$

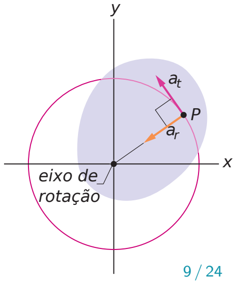
Sumário

Relação entre as variáveis Lineares e angulares

- Quando um corpo rígido, gira em torno de um eixo, cada partícula do corpo descreve uma circunferência em torno do eixo.
- Como o corpo é rígido, todas as partículas completam uma revolução no mesmo intervalo de tempo, ou seja, todas têm a mesma velocidade angular ω
- Entretanto
    - Quanto mais afastada a partícula maior a velocidade linear v
- Outra coisa
    - Podemos relacionar as variáveis lineares e angulares

$$(s, v, a) \longleftrightarrow (\theta, \omega, \alpha)$$





Relação entre as variáveis Lineares e angulares

- Posição: $\boxed{s = \theta r}$
- Derivando s com relação ao tempo

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$
$$v = r\omega$$

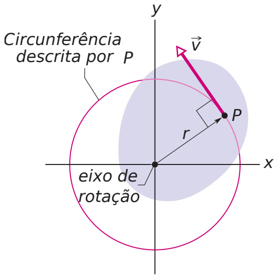
- velocidade: $\boxed{v = r\omega}$
- Derivando v com relação ao tempo

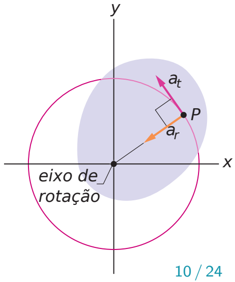
$$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$
$$a_t = r\alpha$$

- aceleração tangencial: $\boxed{a_t = r\alpha}$

- Além disso, uma partícula que se move em uma trajetória circular tem uma componente radial da aceleração (dirigida para dentro)

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2}$$





Teste

Uma barata está na borda de um carrossel em movimento. Se a velocidade angular do sistema (carrossel + barata) é constante, a barata possui (a) uma aceleração radial e (b) uma aceleração tangencial? Se ω está diminuindo, a barata possui (c) uma aceleração radial e (d) uma aceleração tangencial?

Sumário

Energia Cinética de Rotação

- Como podemos calcular a energia cinética de um corpo em rotação?
- Certamente não podemos apenas usar

$$K = \frac{1}{2}Mv^2$$

isso nos daria apenas a energia cinética do CM do disco

- Vamos tratar o disco como sendo formado por um conjunto de partículas com diferentes velocidades, e somar a energia cinética dessas partículas

$$K = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \cdots$$

$$K = \sum_i \frac{1}{2}m_iv_i^2$$

- agora podemos usar $v_i = \omega r_i$

$$K = \sum_i \frac{1}{2}m_i(\omega r_i)^2 = \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i r_i\right)^2 \omega^2$$

Energia Cinética de Rotação

- Estávamos procurando essa relação

$$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i (\omega r_i)^2 = \frac{1}{2} \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \omega^2$$

- A grandeza entre parênteses no lado direito depende da forma como a massa do corpo está distribuída em relação ao eixo de rotação.
- Chamamos essa grandeza de momento de inércia do corpo em relação ao eixo de rotação.

Momento de inércia

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

- Podemos reescrever a energia cinética de rotação como

Energia cinética de rotação

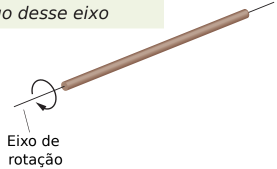
$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

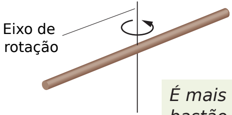
Energia Cinética de Rotação

Momento de inércia

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

É facil rotacionar o bastão ao longo desse eixo

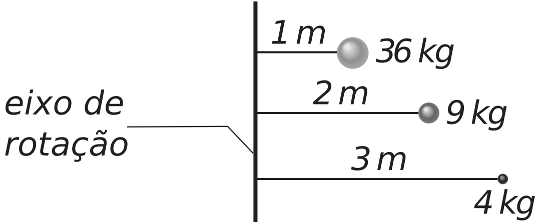




É mais difícil rotacionar o bastão ao longo desse eixo

Teste

A figura mostra três pequenas esferas que giram em torno de um eixo vertical. A distância perpendicular entre o eixo e o centro de cada esfera é dada. Ordene as três esferas de acordo com o momento de inércia em torno do eixo, começando pelo maior.



Sumário

1. Rotação
   - Rotação com aceleração angular constante
   - Relação entre as variáveis Lineares e angulares
   - Energia cinética de rotação
   - Cálculo do Momento de Inércia

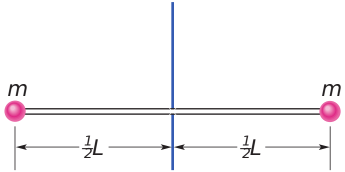
Cálculo do Momento de Inércia

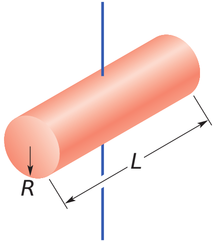
- Para um corpo rígido contendo um número pequeno de partículas

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

- Quando um corpo rígido contém um número muito grande de partículas muito próximas (contínuo), usamos

$$I = \int r^2 dm$$





Exemplo: momento de inércia de um bastão uniforme

Encontre o momento de inércia de um bastão fino uniforme, de comprimento L e massa M, com referência a um eixo perpendicular ao bastão passando por uma extremidade.

- Podemos aplicar

$$I = \int r^2 dm$$

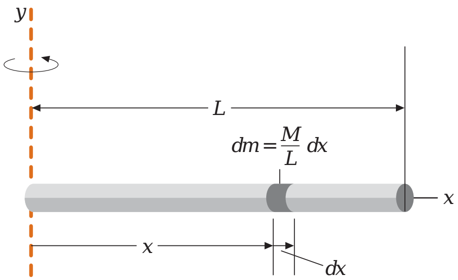
- Como o bastão é uniforme, temos

$$\lambda = \frac{M}{L} = \frac{dm}{dx}$$

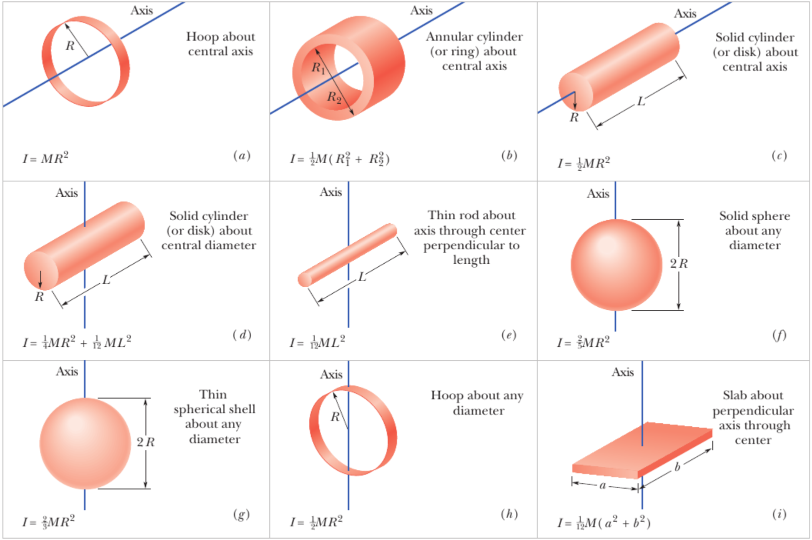
- Podemos reescrever o momento de inércia como

$$I = \frac{M}{L}\int r^2 dx = \frac{M}{L}\int_0^L x^2 dx = \frac{M}{L}\frac{L^3}{3}$$

$$\boxed{I = \frac{1}{3}ML^2}$$



Cálculo do Momento de Inércia



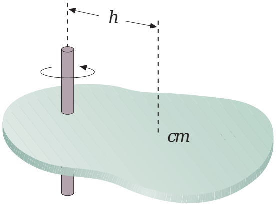
Teorema dos Eixos paralelos

- O teorema dos eixo paralelos relaciona
  - o momento de inércia em relação a um eixo que passa pelo centro de massa com o momento de inércia em relação a um segundo eixo, paralelo ao primeiro
- O teorema dos eixos paralelos estabelece

Teorema dos eixos paralelos estabelece

$$I = I_{\text{cm}} + Mh^2$$

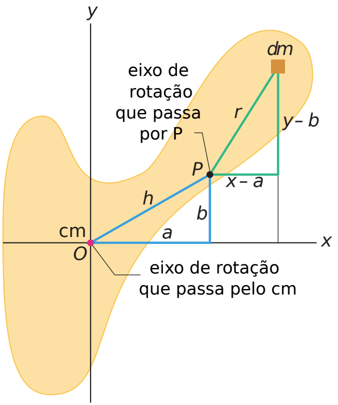
- M é a massa total do corpo
- h distância entre os dois eixos



Prova do teorema dos eixos paralelos

- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

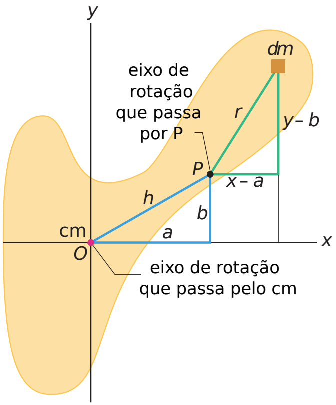
$$
\begin{aligned}
I &= \int r^2 dm \\
&= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm \\
&= \int (x^2+y^2) dm - 2a \int x\, dm - 2b \int y\, dm + \int (a^2+b^2)\, dm \\
&= I_{cm} + Mh^2
\end{aligned}
$$



Prova do teorema dos eixos paralelos

- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

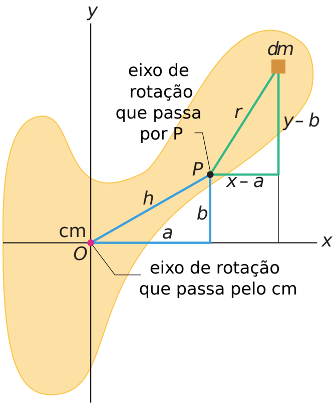
$$
\begin{aligned}
I &= \int r^2 dm \\
&= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm \\
&= \int (x^2+y^2) dm - 2a \underbrace{\cancel{\int x\, dm}}_{0} - 2b \int y\, dm + \int (a^2+b^2)\, dm \\
&= I_{cm} + Mh^2
\end{aligned}
$$



Prova do teorema dos eixos paralelos

- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

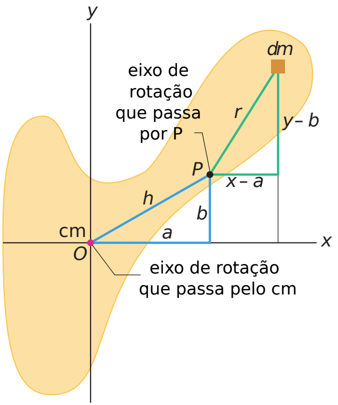
$$
\begin{aligned}
I &= \int r^2 dm \\
&= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm \\
&= \int (x^2+y^2) dm - 2a \overbrace{\cancel{\int x\, dm}}^{0} - 2b \overbrace{\cancel{\int y\, dm}}^{0} + \int (a^2+b^2)\, dm \\
&= I_{cm} + Mh^2
\end{aligned}
$$



Prova do teorema dos eixos paralelos

- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

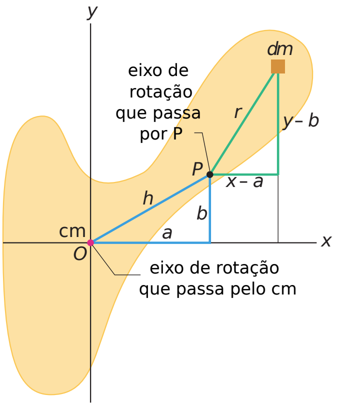
$$
\begin{aligned}
I &= \int r^2 dm \\
&= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm \\
&= \int \underbrace{(x^2+y^2)dm}_{R^2} - 2a \underbrace{\int x\, dm}_{0} - 2b \underbrace{\int y\, dm}_{0} + \int (a^2+b^2)\, dm \\
&= I_{cm} + Mh^2
\end{aligned}
$$



Prova do teorema dos eixos paralelos

- Escolhemos a origem do sistema de coordenadas sobre o centro de massa
- O momento de inercia do corpo em relação ao eixo P é dado por

$$
\begin{aligned}
I &= \int r^2 dm \\
&= \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dm \\
&= \int \cancelto{R^2}{(x^2+y^2)dm} - 2a \cancelto{0}{\int x\, dm} - 2b \cancelto{0}{\int y\, dm} + \int \cancelto{h^2}{(a^2+b^2)}\, dm \\
&= I_{cm} + Mh^2
\end{aligned}
$$



Dicas

- Reproduza as passagens de maneira independente!
- Estude as referências!

  - D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker. *Fundamentos de Física - Mecânica*, volume 1. LTC, 10 edition, 2016
  - P.A. Tipler and G. Mosca. *Física para Cientistas e Engenheiros*, volume 1. LTC, 10 edition, 2009
  - H.M. Nussenzveig. *Curso de física básica, 1: mecânica.* E. Blucher, 2013
  - H.D. Young, R.A. Freedman, F.W. Sears, and M.W. Zemansky. *Sears e Zemansky física I: mecânica*
  - M. Alonso and E.J. Finn. *Física: Um curso universitário - Mecânica.* Editora Blucher, 2018
  - R.P. Feynman, R.B. Leighton, and M.L. Sands. *Lições de Física de Feynman.* Bookman, 2008


UNIVERSO DA CULTURA O CENTR
ESTÁ
ARTE
UNIVERSO DA CULTURA O C
TODA