

Lei de indução de Faraday

Este texto tem como objetivo auxiliar no entendimento dos conceitos sobre indução eletromagnética discutidos na vídeo aula disponível no link <https://www.youtube.com/watch?v=JWKq8f0sMMQ&t=752s>. Ao final, um roteiro com questões e propostas de análises é apresentado para elaboração do relatório da prática.

Importante: O conteúdo da introdução teórica é apenas um guia para os conceitos necessários para a realização dos experimentos. Para aprofundar os conceitos consulte os livros citados na bibliografia ou outros de sua preferência

1 Leis de indução de Faraday

Uma das descobertas mais importantes, do que conhecemos, hoje, como eletromagnetismo, foi feita pelo inglês Michael Faraday, em 1831. Quando Faraday aproximou dois circuitos elétricos, percebeu que, no momento em que um deles era ligado ou desligado, aparecia, por um instante de tempo, uma corrente no outro circuito. Percebeu, também, que o sentido da corrente era diferente se o circuito estava sendo ligado ou desligado.

Para confirmar se era um efeito magnético, ele aproximou um ímã e, também, observou o aparecimento de corrente. Essa corrente só se mantinha enquanto o ímã estava em movimento e tinha sentido contrário dependendo se o ímã se aproximava ou se afastava. Ele também manteve o ímã fixo e movimentou o circuito, obtendo os mesmos resultados.

A conclusão de Faraday é que a variação do fluxo magnético, que atravessa o circuito, produz uma tensão elétrica, que dá origem à corrente. Na verdade, a própria ideia de fluxo é devida, em grande parte, a Faraday, que imaginava linhas de campo emanando de cargas elétricas e de magnetos para visualizar os campos elétricos e magnéticos, respectivamente. Essa forma de pensar só seria aceita e usada, de forma sistemática pelos cientistas, após sua morte, mas sua importância pode ser percebida pelo fato de Maxwell ter dado a seu primeiro artigo, de 1856, o título "*On Faraday's lines of force*". Em 1861, o artigo em que Maxwell corrige a lei de Ampère foi chamado de "*On physical lines of force*".

As linhas de campo dão a direção do campo em cada ponto. O fluxo de campo sobre uma superfície aberta é proporcional ao número de linhas que cruzam essa superfície (contadas como positivas se cruzam em um sentido e negativas se cruzam no sentido oposto). Na notação de cálculo vetorial, o fluxo é definido como:

$$\Phi_s = \iint_S \vec{B} \cdot \hat{n} \cdot dS \quad (1)$$

O campo magnético é solenoidal, ou seja, tem divergente nulo em todos os pontos. Isso tem duas consequências: o fluxo sobre qualquer superfície fechada é nulo e o fluxo de duas superfícies abertas, com a mesma fronteira, é igual. Isso permite definir o fluxo através do circuito como sendo o fluxo através de uma superfície qualquer que tenha o circuito como fronteira.

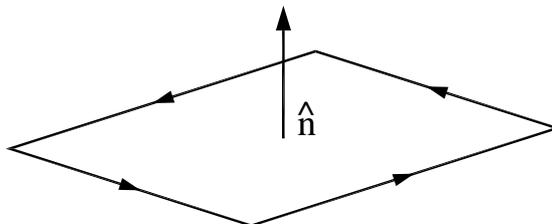
De acordo com a lei de Faraday, a força eletromotriz (f.e.m.), induzida sobre o circuito, é igual a taxa de variação do fluxo magnético. A forma matemática da lei da indução foi dada em 1845, pelo físico alemão, Franz Ernst Neumann:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_s}{dt} \quad (2)$$

Essa é a lei da indução na forma mais apropriada para se trabalhar com circuitos, pois relaciona parâmetros que podem ser medidos diretamente ou calculados a partir da geometria do circuito.

A fórmula anterior só tem sentido se for definido o sentido do fluxo e da corrente induzida sobre o circuito, o que é dado pela regra da mão direita: ao curvar a mão direita no sentido da corrente, o polegar aponta no sentido do fluxo positivo. A figura 1 mostra essa regra sendo aplicada a um circuito quadrado.

Figura 1 - Sentido da tensão positiva e do fluxo positivo em um circuito.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

A força eletromotriz induzida é, nada mais do que, a integral de linha do campo elétrico sobre o circuito. Logo, podemos escrever:

$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot \hat{n} \cdot dS \quad (3)$$

Essa é a forma integral da lei de indução, expressa em função dos campos e é uma das equações de Maxwell. Ela pode ser convertida para uma forma diferencial, usando o teorema de Stokes, no lado direito da equação, resultando em:

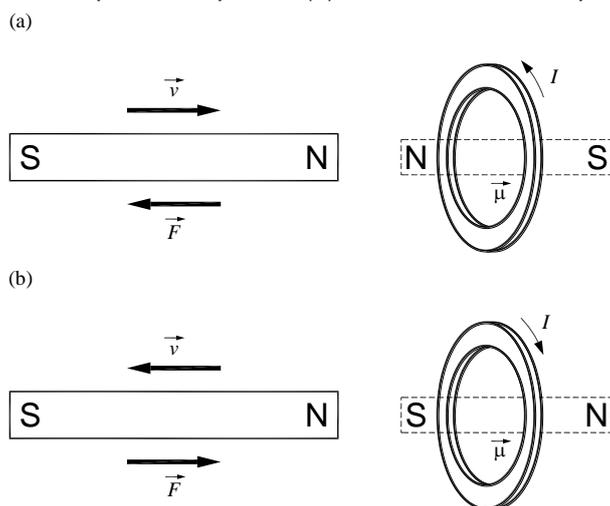
$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4)$$

Vemos que, se o campo magnético estiver variando no tempo, o campo elétrico não é mais irrotacional, então, não podemos mais pensar em potencial eletrostático, do qual o campo elétrico possa ser obtido fazendo $E = -\nabla V$.

O sinal negativo da lei de indução, que dá a direção da tensão induzida, é explicado pela chamada *lei de Lenz*, publicada por Heinrich Lenz, em 1834 (além da lei que leva seu nome, Lenz também descobriu, de forma independente, a lei de Joule enquanto trabalhava na Universidade de São Petersburgo; por esse motivo, na Rússia, essa lei é conhecida como lei de Joule-Lenz). O sinal negativo garante que a f.e.m. induzida é no sentido de criar um campo magnético que vai *se opor* à variação do fluxo. Em outras palavras, se o fluxo está aumentando, a tensão cria uma corrente que gera um fluxo negativo (na figura 1, isso corresponde a uma corrente no sentido oposto ao mostrado pelas setas).

A lei de Lenz é uma consequência da conservação de energia. Para ver isso, considere uma espira circular e um ímã com seus eixos alinhados, com o polo norte do ímã voltado para a espira, como na figura 2. Se o ímã se aproxima da espira (figura 2a), é induzida uma corrente anti-horária nela (vista a partir do ímã). Assim, a espira passa a atuar como um eletroímã, com o polo norte voltado para o ímã, e eles se repelem. Caso o ímã esteja se afastando (figura 2b), a corrente seria no sentido horário; o polo sul estaria voltado para o ímã, e a força seria de atração. Em qualquer um dos casos, a força é contrária ao movimento. Se não fosse assim, um pequeno movimento em qualquer sentido geraria uma força no mesmo sentido e a velocidade (e a energia cinética) iria aumentar indefinidamente, o que não é compatível com a conservação de energia.

Figura 2 - Lei de Lenz aplicada a um ímã em movimento, próximo a uma espira. (a) ímã se aproxima da espira e é repelido. (b) ímã se afasta da espira e é atraído.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Devido às contribuições de Neumann e Lenz, a lei da indução pode ser chamada de lei de Faraday, lei de Faraday-Lenz ou lei de Faraday-Neumann-Lenz.

2. Indutância mútua e autoindutância

A corrente em um circuito gera um campo magnético que produz fluxo sobre o próprio circuito; assim, a variação de corrente produz uma tensão no circuito, fenômeno que é conhecido como *autoindução*. O fluxo magnético é proporcional à corrente; a constante de proporcionalidade, que depende da geometria e das propriedades magnéticas do meio, é chamada de indutância (ou autoindutância) do circuito, denotada por L . Essa definição de indutância foi dada por Oliver Heaviside, em 1886 (Heaviside foi também o criador dos termos impedância, condutância, permeabilidade e eletreto). De acordo com essa definição:

$$\Phi = LI \tag{5}$$

A autoindutância de um circuito é sempre positiva.

Com esse conceito, podemos reescrever a lei de indução de Faraday para o caso de um circuito fixo:

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt} \tag{6}$$

Se houver um segundo circuito próximo, a corrente nesse também pode produzir fluxo magnético sobre o primeiro, cuja magnitude será proporcional à corrente no segundo circuito. Dessa maneira, dois circuitos, eletricamente isolados, podem influenciar um ao outro quando a corrente em um deles estiver variando. Esse fenômeno é conhecido como *indução mútua*.

Os fluxos sobre os circuitos 1 e 2 podem ser escritos como:

$$\Phi_1 = L_{11}I_1 + L_{12}I_2 \quad (7a)$$

$$\Phi_2 = L_{21}I_1 + L_{22}I_2 \quad (7b)$$

Aqui, L_{12} representa o fluxo sobre o circuito 1 provocado pela corrente no circuito 2, e a autoindutância é representada com índices repetidos. Um fato importante, que não poderá ser provado aqui, é:

$$L_{12} = L_{21} \quad (8)$$

A indutância mútua é o coeficiente de proporcionalidade entre a corrente em um circuito pela corrente em outro. Seu valor pode ser positivo ou negativo; um valor positivo significa que o aumento da corrente em um circuito provoca uma diminuição da corrente no outro. Depende, portanto, da definição (arbitrária) do sentido positivo das correntes em cada circuito.

3. Armazenamento de energia em indutores

Quando um circuito é desligado da fonte, sua corrente varia e ele pode induzir uma corrente em um outro circuito próximo. Isso pode parecer, a princípio, estranho, porque um campo magnético constante não realiza trabalho. No entanto, quando a corrente está aumentando, é necessário compensar a tensão induzida pela variação de corrente e isso requer energia. É essa energia que fica armazenada e pode ser reaproveitada em outro momento.

Vamos considerar um circuito de autoindutância L_1 e elevar sua corrente de 0 a I_1 . Sendo que a corrente, em certo instante, é i_1 , a energia necessária para esse processo é:

$$W_1 = \int L_1 i_1 \frac{di_1}{dt} dt = L_1 \int_0^{I_1} i_1 di_1 = \frac{1}{2} L I_1^2 \quad (9)$$

Essa é a energia armazenada em um circuito devido à autoindutância. Se a corrente i_2 em um circuito próximo estiver variando de 0 a I_2 , a energia necessária, para manter a corrente no primeiro circuito constante, é:

$$W_{12} = \int L_{12} I_1 \frac{di_2}{dt} dt = L_{12} I_1 \int_0^{I_2} di_2 = L_{12} I_1 I_2 \quad (10)$$

Essa é a energia armazenada nos dois circuitos devido à indutância mútua.

Então, quando a corrente no circuito 1 for I_1 e a corrente em 2 for I_2 , a energia armazenada nessa configuração é:

$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + L_{12} I_1 I_2 \quad (11)$$

A energia tem que ser positiva para quaisquer valores de I_1 e I_2 , porque, se não fosse assim, haveria uma situação com correntes energeticamente mais favorável do que a situação sem correntes; assim, poderiam ser observadas correntes aparecendo espontaneamente. A expressão 11 pode ser considerada um polinômio de segundo grau em I_1 , e seu determinante deve ser negativo para que a expressão seja sempre positiva:

$$\Delta = (L_2^2 - L_1 L_2) I_2^2 \leq 0 \quad (12)$$

A condição para isso é:

$$|L_{12}| \leq \sqrt{L_1 L_2} \quad (13)$$

A indutância mútua é sempre menor – em módulo – do que a média geométrica das autoindutâncias. Isso permite definir um parâmetro: o acoplamento magnético entre dois circuitos, que varia de 0 a 1:

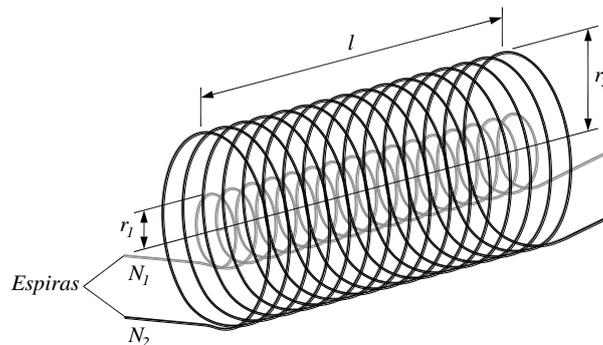
$$k = \frac{|L_{12}|}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (14)$$

Acoplamento magnético igual a 1 significa que as linhas de fluxo, que atravessam um circuito, são as mesmas que atravessam o outro. Acoplamento magnético igual a 0 significa que nenhuma linha de fluxo atravessa ambos os circuitos. O acoplamento magnético é uma medida da capacidade de dois circuitos influenciarem magneticamente um no outro.

4. Indutância mútua entre dois solenoides longos coaxiais

Vamos considerar dois solenoides coaxiais: o mais interno tem raio r_1 e N_1 voltas; o mais externo tem raio r_2 e N_2 voltas. O comprimento l dos dois é igual. Essa situação está exemplificada na figura 3.

Figura 3 - Dois solenoides coaxiais.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Na aproximação de solenoide longo, o campo magnético que o solenoide externo gera, na região próxima ao eixo comum, é:

$$B_2 = \frac{\mu_o N_2 I_2}{l} \quad (15)$$

O fluxo sobre o solenoide interno é:

$$\Phi_1 = N_1 B_2 A_1 = \frac{\mu_o N_1 N_2 \pi r_1^2}{l} I_2 \quad (16)$$

A indutância mútua é a razão entre o fluxo e a corrente:

$$L_{12} = \frac{\Phi_1}{I_2} = \frac{\mu_o N_1 N_2 \pi r_1^2}{l} \quad (17)$$

A indutância mútua depende apenas de fatores geométricos e das propriedades magnéticas do meio aos quais os solenoides estão inseridos.

Vamos, agora, calcular a indutância mútua considerando que o campo é gerado pelo solenoide interno e induz o solenoide externo. O campo devido ao solenoide interno é:

$$B_1 = \frac{\mu_o N_1 I_1}{l} \quad (18)$$

Esse campo está presente apenas na região interna ao solenoide interno e é nulo fora. O fluxo sobre o solenoide externo é o proporcional à área do solenoide *interno*:

$$\Phi_2 = N_2 B_1 A_1 = \frac{\mu_o N_1 N_2 \pi r_1^2}{l} I_1 \quad (19)$$

A indutância mútua é a razão entre o fluxo e a corrente:

$$L_{21} = \frac{\Phi_2}{I_1} = \frac{\mu_o N_1 N_2 \pi r_1^2}{l} \quad (20)$$

Vemos, então, que $L_{12} = L_{21}$. De acordo com o que foi dito anteriormente, trata-se de uma relação geral.

O acoplamento magnético entre os dois solenoides é:

$$k = \frac{r_1}{r_2} \quad (21)$$

5. Experimentos

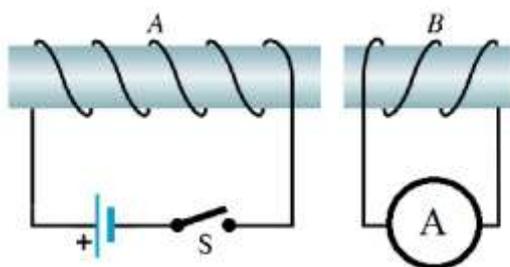
As questões apresentadas a seguir respondidas com base na vídeo aula disponível no link <https://www.youtube.com/watch?v=JWKg8f0sMMQ&t=752s>.

Em todos os experimentos realizados, os valores encontrados experimentalmente deverão extraídos do vídeo.

Experimento 1: Observação da Lei de Faraday.

No intervalo de 12:00 a 15:45 do vídeo são discutidos alguns experimentos básicos que permitem observar fenômenos relacionados à Lei de Faraday usando duas bobinas, uma fonte de tensão contínua e um micro amperímetro (galvanômetro), tal como esquematizado na Figura 4.

Figura 4 – Montagem com duas bobinas para verificação da lei de Faraday.



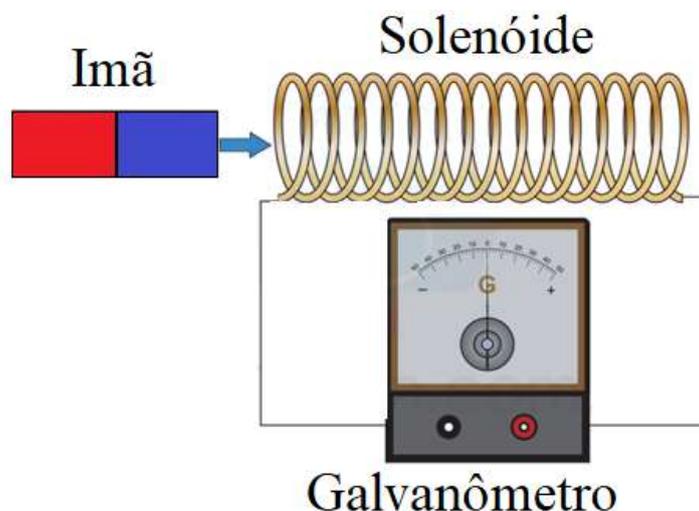
Fonte: Elaborada pelos compiladores

Com base nas observações do vídeo:

- 5.1.1. Quando a chave é fechada e se estabelece a corrente na bobina A, o que acontece com a corrente na bobina B detectada pelo amperímetro?
- 5.1.2. Com a chave mantida fechada e a corrente circula na bobina A, o que acontece com a corrente na bobina B detectada pelo amperímetro?
- 5.1.3. Quando a chave é aberta e se interrompe a corrente na bobina A, o que acontece com a corrente na bobina B detectada pelo amperímetro?
- 5.1.4. Como se compara o sentido da corrente nas observações relacionadas aos itens 5.1.1 e 5.1.2?
- 5.1.5. Considerando que a chave é ligada no instante t_1 , e desligada no instante t_2 , ou seja, permanece ligada durante $t_2 - t_1$, faça um esboço do comportamento do campo magnético no interior bobina B como função do tempo baseado na lei de indução de Faraday-Lenz.

No intervalo de 15:45 a 19:00 do vídeo são discutidos alguns experimentos básicos que permitem observar fenômenos relacionados à Lei de Faraday usando uma bobina, um ímã e um micro amperímetro (galvanômetro), tal como esquematizado na Figura 5.

Figura 5 – Montagem com uma bobina e um ímã para verificação da lei de Faraday.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

- 5.1.6. Quando o polo pintado de vermelho é aproximado da bobina, a corrente registrada no galvanômetro é positiva ou negativa?
- 5.1.7. Quando o polo pintado de vermelho é afastado da bobina, a corrente registrada no galvanômetro é positiva ou negativa?
- 5.1.8. Quando o polo pintado de azul é aproximado da bobina, a corrente registrada no galvanômetro é positiva ou negativa?
- 5.1.9. Quando o polo pintado de azul é afastado da bobina, a corrente registrada no galvanômetro é positiva ou negativa?
- 5.1.10. Baseado na lei de Faraday-Lenz você consegue prever qual é a polaridade dos polos pintados em vermelho e azul do ímã? Justifique sua resposta.
- 5.1.11. O que acontece quando a velocidade de aproximação ou afastamento do ímã em relação a bobina aumenta? Justifique esse comportamento baseado na Lei de Faraday-Lenz.

Experimento 2: Correntes de Foucault.

No intervalo de 19:00 a 25:00 do vídeo são discutidos alguns conceitos e experimentos sobre correntes de Foucault usando o aparato mostrado na Figura 6.

Figura 6 – Montagem com pêndulo físico para demonstração de fenômenos sobre corrente de Foucault..



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

5.2.1. Descreva o comportamento do pêndulo em cada caso discutido, isto é:

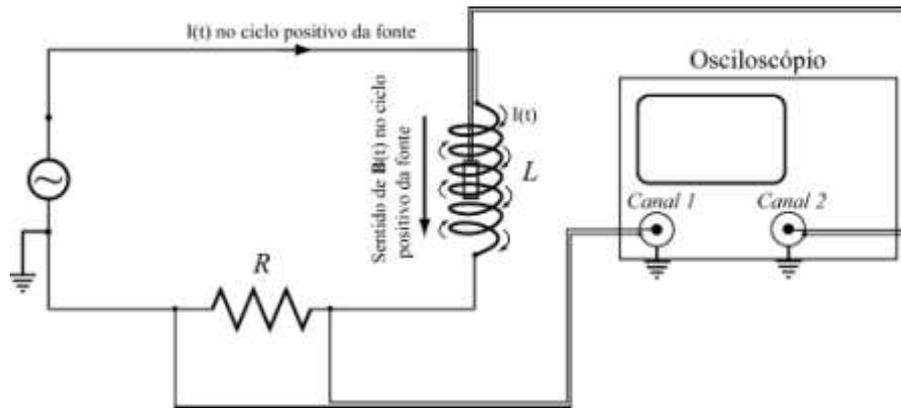
- a) Quando o pêndulo de vidro é colocado para oscilar.
- b) Quando o pêndulo de metal maciço é colocado para oscilar.
- c) Quando o pêndulo de metal com orifícios fechados é colocado para oscilar.
- d) Quando o pêndulo de metal com orifícios abertos é colocado para oscilar.

5.2.2. Explique o comportamento observado utilizando a Lei de Faraday-Lenz.

Experimento 3: Lei de Faraday-Lenz em bobinas solenoidais - Indutância Mútua.

A partir de 25:00 do vídeo são discutidos alguns conceitos e experimentos sobre Lei de Faraday-Lenz utilizando a sonda Hall e duas bobinas solenoidais na montagem da Figura 7.

Figura 7 - Circuito para alimentar um indutor com corrente alternada.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

5.3.1. Quando foi verificado que a corrente em R tem formato triangular, qual foi o formato observado para o com campo magnético no interior do solenoide? Esse resultado é esperado. Justifique sua resposta.

5.3.2. Quando foi verificado que a corrente em R tem formato triangular, qual foi o formato da tensão observada na bobina de pick-up colocada dentro do solenoide? Explique o formato observado baseado na Lei de Indução de Faraday-Lenz.

5.3.3. Quando foi verificado que a corrente em R tem formato quadrado, qual foi o formato observado para o com campo magnético no interior do solenoide? Esse resultado é esperado. Justifique sua resposta.

5.3.4. Quando foi verificado que a corrente em R tem formato quadrado, qual foi o formato da tensão observada na bobina de pick-up colocada dentro do solenoide? Explique o formato observado baseado na Lei de Indução de Faraday-Lenz.

5.3.5 . Quando foi verificado que a corrente em R tem formato senoidal, qual foi o formato observado para o com campo magnético no interior do solenoide? Esse resultado é esperado. Justifique sua resposta.

5.3.6. Quando foi verificado que a corrente em R tem formato senoidal, qual foi o formato da tensão observada na bobina de pick-up colocada dentro do solenoide? Explique o formato observado baseado na Lei de Indução de Faraday-Lenz.

5.3.8 . Na parte onde se varia a frequência da tensão senoidal aplicada, que é o comportamento observado para a tensão na bobina de pick-up? Explique esse comportamento baseado na Lei de indução de Faraday-Lenz.

Bibliografia

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Física III**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1974.

NUSSENZVEIG, H.M. **Curso de física básica**: eletricidade e magnetismo. São Paulo: Edgard Blucher, 1998. v.3.

TIPPLER, P.A. **Física**: para cientistas e engenheiros. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1991.v. 3.

YOUNG, H. D.; FREEDMANN, R. A. **Sears e Zemanski física III**: eletricidade e magnetismo. São Paulo: Pearson, c2004.