Universidade de São Paulo
Escola Politécnica
Departamento de Engenharia de Transportes

Alocação de Tráfego

PTR 3431
Planejamento e Operação de Sistemas de Transportes

Prof. Dr. Cassiano A. Isler
2019.1

Agenda

- Definições
- Alocação Tudo-ou-Nada
  - Algoritmo de Caminho Mínimo
- Equilíbrio do Usuário
  - Funções de Tempo de Viagem
  - Algoritmo de Alocação

Definições

Definições

A pergunta que se deseja responder nesta etapa é:

Quais são as rotas utilizadas das viagens estimadas na matriz OD por modo de transporte individual e, consequentemente, o número de viagens em cada arco de uma rede re tráfego em um intervalo de tempo?

O objetivo da etapa de “Alocação de Tráfego” é identificar a sequência de arcos visitados nas viagens entre origens e destinos decorrentes das etapas anteriores do Modelo 4 Etapas que resultaram na estimativa de uma matriz OD por modo de transporte.

Definições

Os modelos de alocação de tráfego tradicionalmente têm enfoque no modo de transporte individual por automóvel considerando a matriz OD proveniente da divisão modal.

A matriz OD pelo modo de transporte coletivo (ônibus) pode ser utilizada para estimativa de frota e características do serviço prestado (frequência, tempo de ciclo etc.) como parte do dimensionamento da oferta de transporte público.

Para modelagem de alocação de tráfego são considerados os seguintes termos:

Nó da rede de tráfego: representação de uma interseção viária por um ponto.

Arco da rede de tráfego: infraestrutura viária que conecta nós da rede (ruas e avenidas), representado graficamente por um linha.

Definições

Fluxo no arco: número de viagens que percorrem um arco da rede tráfego em um intervalo de tempo em função da estimativa da matriz OD (por exemplo, na hora-pico), representado por x_{ab}

Fluxo livre: situação de circulação dos veículos ns arcos quando não há interferência entre veículos.

Tempo de viagem no arco em fluxo Livre: tempo de viagem mínimo necessário para percorrer um arco da rede de tráfego, representado por t_a^0.

Tempo de viagem no arco: tempo de viagem necessário para percorrer um arco da rede de tráfego considerando atrasos decorrentes do controle de tráfego (semáforos, conversões etc.), representado por t_{ab}.

Definições

Os modelos de alocação de tráfego mais simples admitem a premissa de que todos motoristas têm comportamento semelhante e buscam minimizar exclusivamente o seu próprio tempo total de viagem.

Esses modelos admitem que a decisão sobre o caminho que resulta no menor tempo de viagem é tomada no início da viagem e não se altera durante o percurso, independentemente das informações que obtenham ao longo do trajeto, por exemplo, por aplicativos de celular.

Modelos mais elaborados tentam representar o comportamento dos usuários considerando que a escolha da rota de menor caminho pode ser atualizada no percurso.

Neste curso serão abordados modelos que representam somente o primeiro caso.

Alocação Tudo-ou-Nada

Alocação Tudo-ou-Nada

A condição mais simples para modelagem de alocação de tráfego é aquela em que a quantidade de viagens entre pares OD resulta em nenhuma ou pouca interação entre os veículos circulam em uma rede de tráfego, por exemplo, em uma matriz OD estimada no período da madrugada.

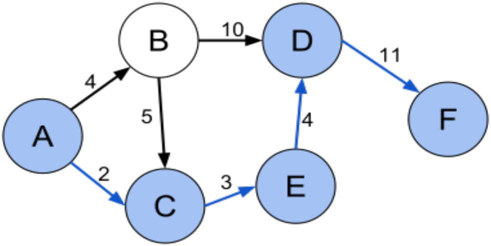
Nesse caso, intuitivamente, o caminho buscado pelos motoristas é aquele que resulta no caminho de menor tempo de viagem, ou o caminho mínimo.

A modelagem estabelecida nessas condições é denominada "Alocação Tudo-ou-Nada"(All-or-Nothing Assignment) pois todos as viagens são alocadas no caminho de menor tempo de viagem e nenhuma delas é alocada aos demais caminhos de maior tempo

Alocação Tudo-ou-Nada

Dados os tempos de viagem em fluxo livre (t_a^0) nos arcos da rede de tráfego, o problema consiste em identificar a sequência de arcos que devem ser visitados entre as origens e destinos da matriz OD.

Na literatura esse problema é definido como "Shortest Path Problem", ou "Problema de Caminho Mínimo".



Wikimedia

Alocação Tudo-ou-Nada

Existem diferentes algoritmos capazes de apresentar uma solução de caminho mínimo entre pares OD em uma rede.

Algoritmo de Dijkstra: entre uma origem e um destino com pesos não-negativos

Algoritmo de Bellman-Ford : entre uma origem e um destino com pesos negativos

Algoritmo de Floyd-Warshall: entre todas a origens e destinos

Algoritmo Label-Correcting : entre uma origem e todos os destinos

Alocação Tudo-ou-Nada

O **Modified Label-Correcting Algorithm** é uma alternativa para obtenção dos caminhos mínimos.

Considere t_{ab} o tempo de viagem no arco (a, b) entre o nó a e o nó b da rede. O rótulo do nó l_a é o custo do nó inicial (raiz) até o nó a ao longo do caminho (mínimo) que os conecta e p_b é o nó predecessor do nó b conectado diretamente ao caminho.

Uma lista de nós predecessores (p_b) é atualizada de modo que os caminhos mínimos podem ser identificados ao final do algoritmo, exigindo que cada nó seja examinado pelo menos uma vez durante a execução do algoritmo.

Uma lista auxiliar denominada "Lista Sequencial" (*Sequence List* - SL) é criada para facilitar a implementação.

Alocação Tudo-ou-Nada

O algoritmo inicia atribuindo-se 0 (zero) ao rótulo do nó inicial ($l_i = 0$) e inserindo-o na Lista Sequencial ($SL := \{i\}$).

Um valor grande (∞) é atribuído aos rótulos dos demais nós ($l_b := \infty \; \forall \; b \in \mathscr{N} - \{i\}$) e um valor nulo (zero) aos respectivos nós predecessores ($p_b := 0 \; \forall \; b \in \mathscr{N} - \{i\}$)

Cada iteração começa com a seleção e remoção de um nó a da lista sequencial (SL), tal que na primeira iteração o nó raiz é o único que está nessa lista e é o primeiro a ser analisado.

Para todos os nós j que podem ser alcançados a partir de a, se o rótulo de b é maior que o rótulo de a somado ao tempo de viagem do arco ab (t_{ab}), então o rótulo de b é atualizado para $l_a + t_{ab}$ e o seu predecessor é atualizado para o nó a. Adicionalmente, o nó b é incluído na lista sequencial SL.

O algoritmo é executado até que SL fique vazia ($SL := \emptyset$).

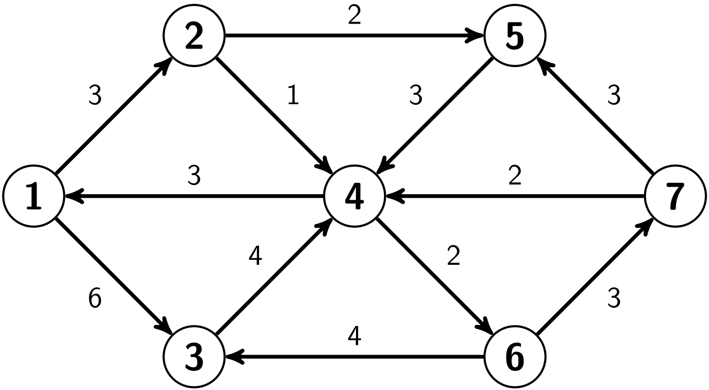
Alocação Tudo-ou-Nada

O **Modified Label-Correcting Algorithm** é resumido por:

$l_i := 0$; $p_i := 0$
$SL := i$
$l_b := \infty \; \forall \; b \in \mathcal{N} - \{i\}$; $p_b := 0 \; \forall \; b \in \mathcal{N} - \{i\}$
Enquanto $SL \neq \emptyset$ faça
    Remova o elemento a de SL
    Para cada arco (a, b) faça
        Se $l_b > l_a + t_{ab}$ então
            $l_b := l_a + t_{ab}$
            $p_b := a$
            Se $b \notin SL$ então
                $SL := SL \cup b$
            Fim se
        Fim se
    Fim Para
Fim Enquanto

Alocação Tudo-ou-Nada

Considere a rede de tráfego a seguir cujos pesos representam o tempo de viagem no fluxo livre $t_{ab} = t_{ab}^0$.



Alocação Tudo-ou-Nada

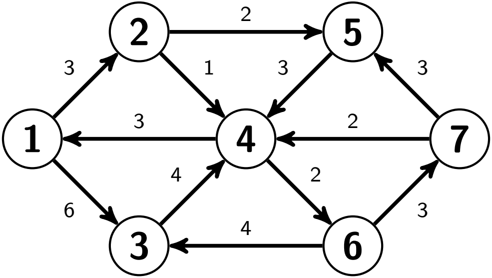
Considere uma matriz OD por automóveis estimada das etapas de Geração e Distribuição de Viagens, e Divisão Modal.

O/D	1	2	3	4	5	6	7
1	-	50	-	30	10	-	20
2	10	-	40	40	50	-	-
3	-	20	-	30	-	20	40
4	30	40	10	-	50	30	-
5	-	-	30	20	-	10	30
6	20	-	40	-	30	-	50
7	20	10	-	20	-	30	-

O objetivo é identificar os caminhos de menor tempo de viagem entre cada origem e cada destino e atribuir o número de viagens a cada arco desses caminhos acumuladamente.

Assim, é necessário aplicar o Modified Label-Correcting Algorithm (ou qualquer algoritmo de caminho mínimo) para cada origem, conforme exemplificado a seguir para aplicação entre a origem "1" e todos os destinos.

Alocação Tudo-ou-Nada



$l_1 := 0 \quad p_1 := 0$
$l_2 := \infty \quad p_2 := 0$
$l_3 := \infty \quad p_3 := 0$
$l_4 := \infty \quad p_4 := 0$
$l_5 := \infty \quad p_5 := 0$
$l_6 := \infty \quad p_6 := 0$
$l_7 := \infty \quad p_7 := 0$

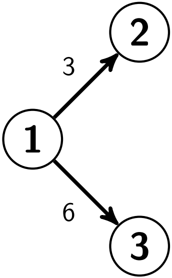
$SL = \emptyset$

Inicialização

$i := 1$

$SL := \{1\}$

Alocação Tudo-ou-Nada



$$\begin{aligned} l_1 &= 0 & p_1 &= 0 \\ l_2 &= \infty & p_2 &= 0 \\ l_3 &= \infty & p_3 &= 0 \\ l_4 &= \infty & p_4 &= 0 \\ l_5 &= \infty & p_5 &= 0 \\ l_6 &= \infty & p_6 &= 0 \\ l_7 &= \infty & p_7 &= 0 \end{aligned}$$

$$SL = \{1\}$$

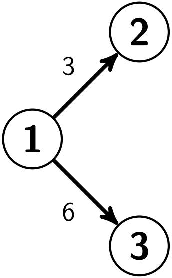
1ª Iteração

$$a := 1$$

$$SL := \emptyset$$

$$b := 2 \Rightarrow \begin{cases} l_a = l_1 = 0 \\ l_b = l_2 = \infty \\ t_{ab} = t_{12} = 3 \\ l_a + t_{ab} = l_1 + t_{12} = 0 + 3 = 3 \end{cases}$$

Como $l_2 = \infty > l_1 + t_{12} = 3$, então $l_2 := 3$, $p_2 := 1$ e $SL := SL \cup 2$.



$l_1 = 0 \quad p_1 = 0$
$l_2 = 3 \quad p_2 = 1$
$l_3 = \infty \quad p_3 = 0$
$l_4 = \infty \quad p_4 = 0$
$l_5 = \infty \quad p_5 = 0$
$l_6 = \infty \quad p_6 = 0$
$l_7 = \infty \quad p_7 = 0$

$SL = \{2\}$

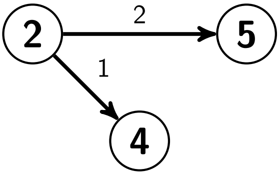
1ª Iteração

$a := 1$

$SL = \{2\}$

$$b := 3 \Rightarrow \begin{cases} l_a = l_1 = 0 \\ l_b = l_3 = \infty \\ t_{ab} = t_{13} = 6 \\ l_a + t_{ab} = l_1 + t_{13} = 0 + 6 = 6 \end{cases}$$

Como $l_3 = \infty > l_1 + t_{13} = 6$, então $l_3 := 6$, $p_3 := 1$ e $SL := SL \cup 3$.



$$
\begin{aligned}
l_1 &= 0 & p_1 &= 0\\
l_2 &= 3 & p_2 &= 1\\
l_3 &= 6 & p_3 &= 1\\
l_4 &= \infty & p_4 &= 0\\
l_5 &= \infty & p_5 &= 0\\
l_6 &= \infty & p_6 &= 0\\
l_7 &= \infty & p_7 &= 0
\end{aligned}
$$

$$SL = \{2, 3\}$$

2ª Iteração

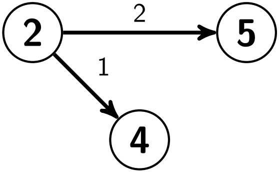
$$a := 2$$

$$SL = \{3\}$$

$$b := 4 \Rightarrow \begin{cases} l_a = l_2 = 3 \\ l_b = l_4 = \infty \\ t_{ab} = t_{24} = 1 \\ l_a + t_{ab} = l_2 + t_{24} = 3 + 1 = 4 \end{cases}$$

Como $l_4 = \infty > l_2 + t_{24} = 4$, então $l_4 := 4$, $p_4 := 2$ e $SL := SL \cup 4$.

Alocação Tudo-ou-Nada



$$l_1 = 0 \quad p_1 = 0$$
$$l_2 = 3 \quad p_2 = 1$$
$$l_3 = 6 \quad p_3 = 1$$
$$l_4 = 4 \quad p_4 = 2$$
$$l_5 = \infty \quad p_5 = 0$$
$$l_6 = \infty \quad p_6 = 0$$
$$l_7 = \infty \quad p_7 = 0$$

$$SL = \{3, 4\}$$

2ª Iteração

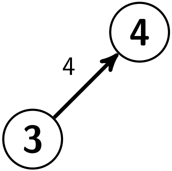
$a := 2$

$SL = \{3, 4\}$

$$b := 5 \Rightarrow \begin{cases} l_a = l_2 = 3 \\ l_b = l_5 = \infty \\ t_{ab} = t_{25} = 2 \\ l_a + t_{ab} = l_2 + t_{25} = 3 + 2 = 5 \end{cases}$$

Como $l_5 = \infty > l_2 + t_{25} = 5$, então $l_5 = 5$ e $p_5 = 2$ e $SL := SL \cup 5$.

Alocação Tudo-ou-Nada



$$l_1 = 0 \quad p_1 = 0$$
$$l_2 = 3 \quad p_2 = 1$$
$$l_3 = 6 \quad p_3 = 1$$
$$l_4 = 4 \quad p_4 = 2$$
$$l_5 = 5 \quad p_5 = 2$$
$$l_6 = \infty \quad p_6 = 0$$
$$l_7 = \infty \quad p_7 = 0$$

$$SL = \{3, 4, 5\}$$

3ª Iteração

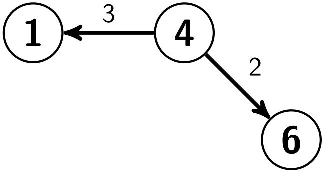
$a := 3$

$SL = \{4, 5\}$

$$b := 4 \Rightarrow \begin{cases} l_a = l_3 = 6 \\ l_b = l_4 = 4 \\ t_{ab} = t_{34} = 4 \\ l_a + t_{ab} = l_3 + t_{34} = 6 + 4 = 10 \end{cases}$$

Como $l_4 = 4 < l_3 + t_{34} = 10$, então não altere nada.

Alocação Tudo-ou-Nada



$$\begin{aligned} l_1 &= 0 & p_1 &= 0 \\ l_2 &= 3 & p_2 &= 1 \\ l_3 &= 6 & p_3 &= 1 \\ l_4 &= 4 & p_4 &= 2 \\ l_5 &= 5 & p_5 &= 2 \\ l_6 &= \infty & p_6 &= 0 \\ l_7 &= \infty & p_7 &= 0 \end{aligned}$$

$$SL = \{4, 5\}$$

4ª Iteração

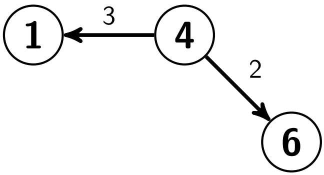
$a := 4$

$SL = \{5\}$

$$b := 1 \Rightarrow \begin{cases} l_a = l_4 = 4 \\ l_b = l_1 = 0 \\ t_{ab} = t_{41} = 3 \\ l_a + t_{ab} = l_4 + t_{41} = 4 + 3 = 7 \end{cases}$$

Como $l_1 = 0 < l_4 + t_{41} = 7$, então não altere nada.

Alocação Tudo-ou-Nada



$$
\begin{aligned}
l_1 &= 0 & p_1 &= 0\\
l_2 &= 3 & p_2 &= 1\\
l_3 &= 6 & p_3 &= 1\\
l_4 &= 4 & p_4 &= 2\\
l_5 &= 5 & p_5 &= 2\\
l_6 &= \infty & p_6 &= 0\\
l_7 &= \infty & p_7 &= 0
\end{aligned}
$$

$$SL = \{4, 5\}$$

4ª Iteração

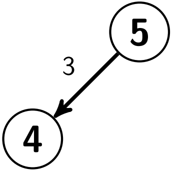
$$a := 4$$

$$SL = \{5\}$$

$$b := 6 \Rightarrow \begin{cases} l_a = l_4 = 4 \\ l_b = l_6 = \infty \\ t_{ab} = t_{46} = 2 \\ l_a + t_{ab} = l_4 + t_{46} = 4 + 2 = 6 \end{cases}$$

Como $l_6 = \infty > l_4 + t_{46} = 6$, então $l_6 = 6$, $p_6 = 4$ e $SL = SL \cup 6$.

Alocação Tudo-ou-Nada



$$\begin{aligned} l_1 &= 0 & p_1 &= 0 \\ l_2 &= 3 & p_2 &= 1 \\ l_3 &= 6 & p_3 &= 1 \\ l_4 &= 4 & p_4 &= 2 \\ l_5 &= 5 & p_5 &= 2 \\ l_6 &= 6 & p_6 &= 4 \\ l_7 &= \infty & p_7 &= 0 \end{aligned}$$

$$SL = \{5, 6\}$$

5ª Iteração

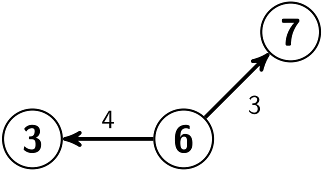
$a := 5$

$$b := 4 \Rightarrow \begin{cases} l_a = l_5 = 5 \\ l_b = l_4 = 4 \\ t_{ab} = t_{54} = 3 \\ l_a + t_{ab} = l_5 + t_{54} = 5 + 3 = 8 \end{cases}$$

$SL = \{6\}$

Como $l_4 = 4 < l_5 + t_{54} = 8$, então não altere nada.

Alocação Tudo-ou-Nada



$$l_1 = 0 \qquad p_1 = 0$$
$$l_2 = 3 \qquad p_2 = 1$$
$$l_3 = 6 \qquad p_3 = 1$$
$$l_4 = 4 \qquad p_4 = 2$$
$$l_5 = 5 \qquad p_5 = 2$$
$$l_6 = 6 \qquad p_6 = 4$$
$$l_7 = \infty \qquad p_7 = 0$$

$$SL = \{6\}$$

6ª Iteração

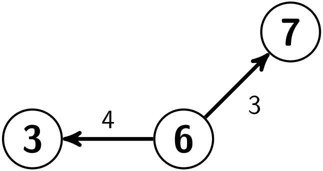
$$a := 6$$

$$b := 3 \Rightarrow \begin{cases} l_a = l_6 = 6 \\ l_b = l_3 = 6 \\ t_{ab} = t_{63} = 4 \\ l_a + t_{ab} = l_6 + t_{63} = 6 + 4 = 10 \end{cases}$$

$$SL = \emptyset$$

Como $l_3 = 6 < l_6 + t_{63} = 10$, então não altere nada.

Alocação Tudo-ou-Nada



$$\begin{array}{ll} l_1 = 0 & p_1 = 0 \\ l_2 = 3 & p_2 = 1 \\ l_3 = 6 & p_3 = 1 \\ l_4 = 4 & p_4 = 2 \\ l_5 = 5 & p_5 = 2 \\ l_6 = 6 & p_6 = 4 \\ l_7 = \infty & p_7 = 0 \end{array}$$

$$SL = \emptyset$$

6ª Iteração

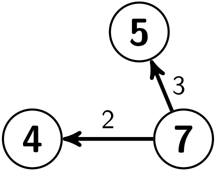
$a := 6$

$SL = \emptyset$

$$b := 7 \Rightarrow \begin{cases} l_a = l_6 = 6 \\ l_b = l_7 = \infty \\ t_{ab} = t_{67} = 3 \\ l_a + t_{ab} = l_6 + t_{67} = 6 + 3 = 9 \end{cases}$$

Como $l_7 = \infty > l_6 + t_{67} = 9$, então $l_7 := 9$, $p_7 := 6$ e $SL := SL \cup 7$.

Alocação Tudo-ou-Nada



$$\begin{aligned} l_1 &= 0 & p_1 &= 0 \\ l_2 &= 3 & p_2 &= 1 \\ l_3 &= 6 & p_3 &= 1 \\ l_4 &= 4 & p_4 &= 2 \\ l_5 &= 5 & p_5 &= 2 \\ l_6 &= 6 & p_6 &= 4 \\ l_7 &= 9 & p_7 &= 6 \end{aligned}$$

$$SL = \{7\}$$

7ª Iteração

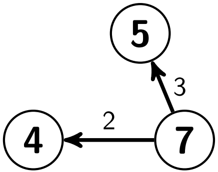
$a := 7$

$SL = \emptyset$

$$b := 4 \Rightarrow \begin{cases} l_a = l_7 = 9 \\ l_b = l_4 = 4 \\ t_{ab} = t_{74} = 2 \\ l_a + t_{ab} = l_7 + t_{74} = 9 + 2 = 11 \end{cases}$$

Como $l_4 = 4 < l_7 + t_{74} = 11$, então não altere nada.

Alocação Tudo-ou-Nada



$$\begin{aligned} l_1 &= 0 & p_1 &= 0 \\ l_2 &= 3 & p_2 &= 1 \\ l_3 &= 6 & p_3 &= 1 \\ l_4 &= 4 & p_4 &= 2 \\ l_5 &= 5 & p_5 &= 2 \\ l_6 &= 6 & p_6 &= 4 \\ l_7 &= 9 & p_7 &= 6 \end{aligned}$$

$$SL = \emptyset$$

8ª Iteração

$a := 7$

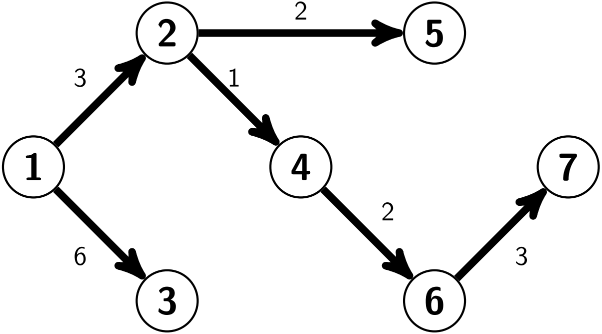
$$b := 5 \Rightarrow \begin{cases} l_a = l_7 = 9 \\ l_b = l_5 = 5 \\ t_{ab} = t_{75} = 3 \\ l_a + t_{ab} = l_7 + t_{75} = 9 + 3 = 12 \end{cases}$$

$SL = \emptyset$

Como $l_5 = 5 < l_7 + t_{75} = 12$, então não altere nada.

Alocação Tudo-ou-Nada

Como $SL = \emptyset$ a solução final de rotas de tempo de viagem é:

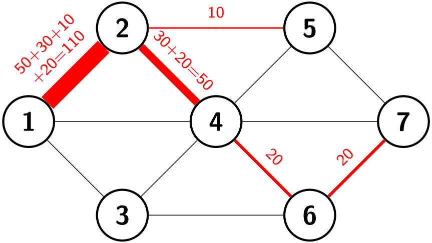


$$l_1 = 0$$
$$l_2 = 3$$
$$l_3 = 6$$
$$l_4 = 4$$
$$l_5 = 5$$
$$l_6 = 6$$
$$l_7 = 9$$

$$p_1 = 0$$
$$p_2 = 1$$
$$p_3 = 1$$
$$p_4 = 2$$
$$p_5 = 2$$
$$p_6 = 4$$
$$p_7 = 6$$

Alocação Tudo-ou-Nada

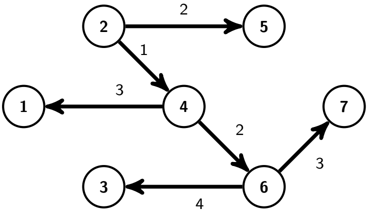
Considerando a primeira linha da matriz OD de viagens, a alocação de tráfego do nó de origem "1" para todos os nós de destino pode ser representada pela figura a seguir.



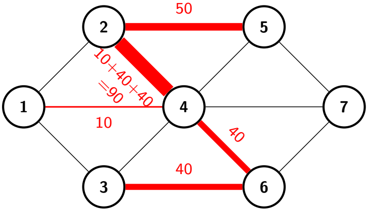
O/D	1	2	3	4	5	6	7
1	-	50	-	30	10	-	20
2	10	-	40	40	50	-	-
3	-	20	-	30	-	20	40
4	30	40	10	-	50	30	-
5	-	-	30	20	-	10	30
6	20	-	40	-	30	-	50
7	20	10	-	20	-	30	-

Alocação Tudo-ou-Nada

Para o nó de origem "2" tem-se os caminhos mínimos (rótulos e predecessores) e alocação com base na matriz OD estimada.



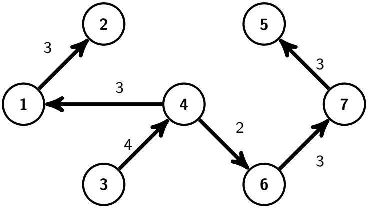
$$\begin{aligned} l_1 &= 4 & p_1 &= 4 \\ l_2 &= 0 & p_2 &= 0 \\ l_3 &= 7 & p_3 &= 6 \\ l_4 &= 1 & p_4 &= 2 \\ l_5 &= 2 & p_5 &= 2 \\ l_6 &= 3 & p_6 &= 4 \\ l_7 &= 6 & p_7 &= 6 \end{aligned}$$



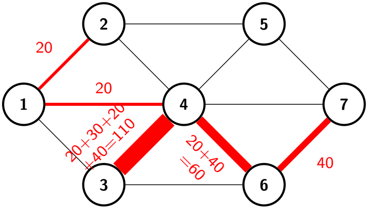
O/D	1	2	3	4	5	6	7
1	-	50	-	30	10	-	20
2	10	-	40	40	50	-	-
3	-	20	-	30	-	20	40
4	30	40	10	-	50	30	-
5	-	-	30	20	-	10	30
6	20	-	40	-	30	-	50
7	20	10	-	20	-	30	-

Alocação Tudo-ou-Nada

Para o nó de origem "3" tem-se os caminhos mínimos (rótulos e predecessores) e alocação com base na matriz OD estimada.

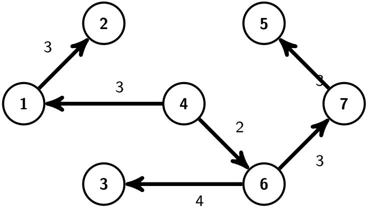


$$
\begin{aligned}
l_1 &= 7 & \qquad p_1 &= 4\\
l_2 &= 10 & p_2 &= 1\\
l_3 &= 0 & p_3 &= 0\\
l_4 &= 4 & p_4 &= 3\\
l_5 &= 12 & p_5 &= 7\\
l_6 &= 6 & p_6 &= 4\\
l_7 &= 9 & p_7 &= 6
\end{aligned}
$$

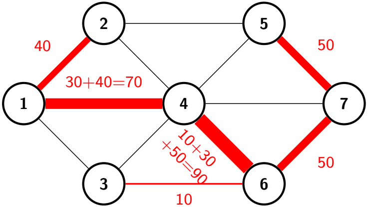


O/D	1	2	3	4	5	6	7
1	-	50	-	30	10	-	20
2	10	-	40	40	50	-	-
3	-	20	-	30	-	20	40
4	30	40	10	-	50	30	-
5	-	-	30	20	-	10	30
6	20	-	40	-	30	-	50
7	20	10	-	20	-	30	-

Para o nó de origem “4” tem-se os caminhos mínimos (rótulos e predecessores) e alocação com base na matriz OD estimada.



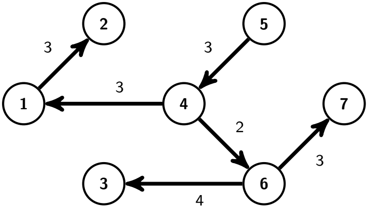
$$l_1 = 3 \quad p_1 = 4$$
$$l_2 = 6 \quad p_2 = 1$$
$$l_3 = 6 \quad p_3 = 6$$
$$l_4 = 0 \quad p_4 = 0$$
$$l_5 = 8 \quad p_5 = 7$$
$$l_6 = 2 \quad p_6 = 4$$
$$l_7 = 5 \quad p_7 = 6$$



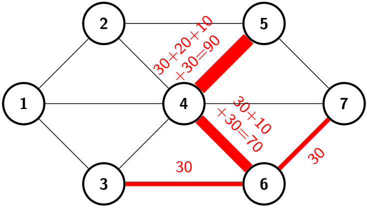
O/D	1	2	3	4	5	6	7
1	-	50	-	30	10	-	20
2	10	-	40	40	50	-	-
3	-	20	-	30	-	20	40
4	30	40	10	-	50	30	-
5	-	-	30	20	-	10	30
6	20	-	40	-	30	-	50
7	20	10	-	20	-	30	-

Alocação Tudo-ou-Nada

Para o nó de origem "5" tem-se os caminhos mínimos (rótulos e predecessores) e alocação com base na matriz OD estimada.

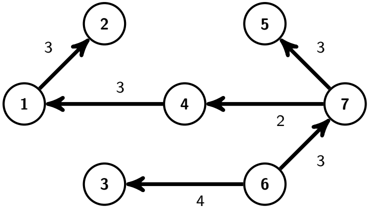


$$
\begin{aligned}
l_1 &= 6 & \qquad p_1 &= 4\\
l_2 &= 9 & \qquad p_2 &= 1\\
l_3 &= 9 & \qquad p_3 &= 6\\
l_4 &= 3 & \qquad p_4 &= 5\\
l_5 &= 0 & \qquad p_5 &= 0\\
l_6 &= 5 & \qquad p_6 &= 4\\
l_7 &= 8 & \qquad p_7 &= 6
\end{aligned}
$$

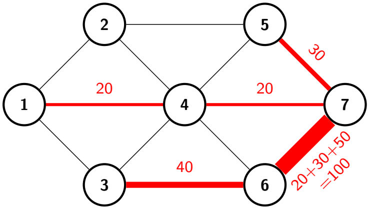


O/D	1	2	3	4	5	6	7
1	-	50	-	30	10	-	20
2	10	-	40	40	50	-	-
3	-	20	-	30	-	20	40
4	30	40	10	-	50	30	-
5	-	-	30	20	-	10	30
6	20	-	40	-	30	-	50
7	20	10	-	20	-	30	-

Para o nó de origem “6” tem-se os caminhos mínimos (rótulos e predecessores) e alocação com base na matriz OD estimada.



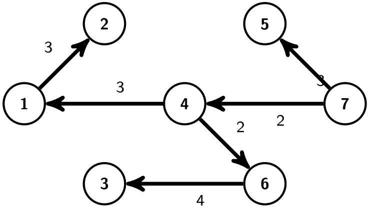
$$l_1 = 8 \qquad p_1 = 4$$
$$l_2 = 11 \qquad p_2 = 1$$
$$l_3 = 4 \qquad p_3 = 6$$
$$l_4 = 5 \qquad p_4 = 7$$
$$l_5 = 6 \qquad p_5 = 7$$
$$l_6 = 0 \qquad p_6 = 0$$
$$l_7 = 3 \qquad p_7 = 6$$



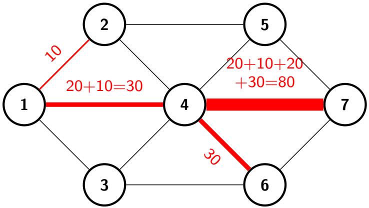
O/D	1	2	3	4	5	6	7
1	-	50	-	30	10	-	20
2	10	-	40	40	50	-	-
3	-	20	-	30	-	20	40
4	30	40	10	-	50	30	-
5	-	-	30	20	-	10	30
6	20	-	40	-	30	-	50
7	20	10	-	20	-	30	-

Alocação Tudo-ou-Nada

Para o nó de origem "7" tem-se os caminhos mínimos (rótulos e predecessores) e alocação com base na matriz OD estimada.



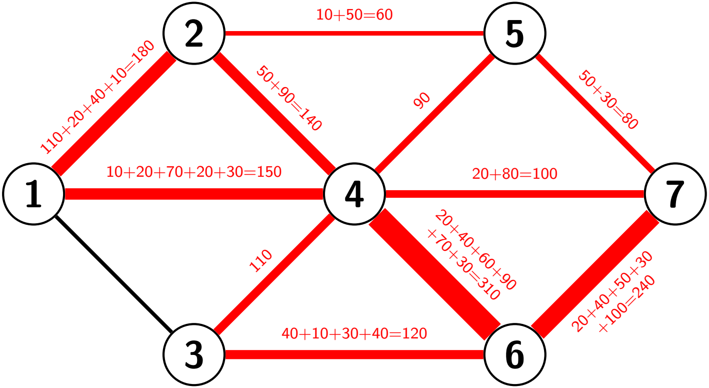
$$
\begin{aligned}
l_1 &= 5 & \qquad p_1 &= 4 \\
l_2 &= 8 & \qquad p_2 &= 1 \\
l_3 &= 8 & \qquad p_3 &= 6 \\
l_4 &= 2 & \qquad p_4 &= 7 \\
l_5 &= 3 & \qquad p_5 &= 7 \\
l_6 &= 4 & \qquad p_6 &= 4 \\
l_7 &= 0 & \qquad p_7 &= 0
\end{aligned}
$$



O/D	1	2	3	4	5	6	7
1	-	50	-	30	10	-	20
2	10	-	40	40	50	-	-
3	-	20	-	30	-	20	40
4	30	40	10	-	50	30	-
5	-	-	30	20	-	10	30
6	20	-	40	-	30	-	50
7	20	10	-	20	-	30	-

Alocação Tudo-ou-Nada

O carregamento nos arcos da rede resultantes da Alocação Tudo-ou-Nada é a soma dos carregamentos de viagens entre cada origem e todos os destinos.



Equilíbrio do Usuário

Equilíbrio do Usuário

Apesar de eficiente, o modelo de Alocação Tudo-ou-Nada não representa adequadamente as condições críticas de carregamento dos arcos da rede de tráfego em horários de pico, que são os de maior interesse dos planejadores pois evidenciam as restrições de capacidade de infraestrutura.

Assim, para identificar as rotas de menor caminho e número de viagens nos arcos da rede de tráfego em um período de tempo que reflita um intervalo crítico de utilização do sistema viário, é necessário considerar que o tempo de viagem nos arcos depende do número de viagens que o atravessa.

Ou seja, considera-se um "função de tempo de viagem" em cada arco da rede que representa o tempo necessário para percorrê-lo dependendo do número que viagens.

Equilíbrio do Usuário

Uma equação para representar o tempo de viagem em função do fluxo foi proposta pelo "Bureau of Public Roads" dos EUA, resultando no que se denomina a **função BPR**.

$$t_{ab} = t_{ab}^{0} \cdot \left[1 + 0,15 \cdot \left(\frac{x_{ab}}{c_{ab}}\right)^{4}\right]$$

onde t_{ab} = tempo de viagem no arco (a, b);

t_{ab}^{0} = tempo de viagem no fluxo livre no arco (a, b);

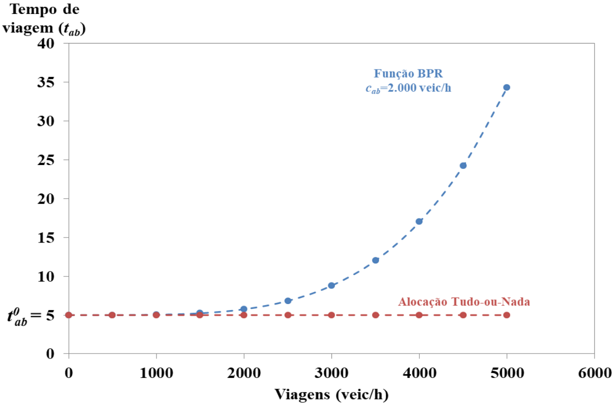
x_{ab} = fluxo no arco (a, b) (veic/hora);

c_{ab} = capacidade do arco (a, b) (veic/hora)

Admite-se que cada viagem da matriz OD corresponde a um veículo ou convertem-se as viagens em fluxo a partir de uma ocupação média por veículo.

Equilíbrio do Usuário

Graficamente é possível diferenciar a alocação de tráfego sob função BPR, denominada alocação no "Equilíbrio do Usuário", da função de tempo de viagem constante na alocação Tudo-ou-Nada.



Equilíbrio do Usuário

O algoritmo de alocação no Equilíbrio do Usuário considerando que o tempo de viagem varia com o carregamento da rede consiste em sucessivas estimativas de caminhos mínimos entre pares OD, atualização dos fluxos nos arcos da rede de tráfego e dos tempos de viagem nos arcos pela função BPR.

Esse algoritmo pode ser resumido em 5 passos:

PASSO 1: Faça $n = 0$ e execute alocação Tudo-ou-Nada considerando $t_{ab} = t^0_{ab}$ e calcule os fluxos nos arcos (x^n_{ab});

Equilíbrio do Usuário

PASSO 2: Faça $n = n + 1$ e atualize os tempos de viagem nos arcos da rede de tráfego pela função BPR considerando os fluxos nos arcos $t_{ab} = t_{ab}^n$;

PASSO 3: Execute alocação Tudo-ou-Nada considerando t_{ab}^n e calcule os fluxos nos arcos (y_{ab}^n);

PASSO 4: Atualize o fluxo no arco (a, b) pela seguinte regra:

$$x_{ab}^{n+1} = x_{ab}^n + \frac{1}{n} \cdot (y_{ab}^n - x_{ab}^n)$$

PASSO 5: Se $x_{ab}^{n+1} \approx x_{ab}^n$ então PARE, senão vá para o **PASSO 2**.

Consulta

Algoritmo de Dijkstra e
Aplicações de Problemas de Caminho Mínimo

Shortest Path Problem