Universidade de São Paulo
Escola Politécnica
Departamento de Engenharia de Transportes

Distribuição de Viagens

PTR 3431
Planejamento e Operação de Sistemas de Transportes

Prof. Dr. Cassiano A. Isler
2019.1

Agenda

- Distribuição de Viagens
  - Conceitos
- Modelos de Fator de Crescimento
  - Uniforme
  - Unicamente Restrito
  - Duplamente Restrito
- Modelo Gravitacional
  - Estimativa de Parâmetros
- Modelos Econométricos

Distribuição de Viagens

Distribuição de Viagens

A pergunta que se deseja responder nesta etapa é:

Qual é o número de viagens (T_{ij}) entre pares de zonas de tráfego em um dado período de tempo ?

O objetivo da etapa de "Distribuição de Viagens" é utilizada para estimar e projetar a quantidade de viagens (padrões) entre os pares de centroides das zonas de tráfego, geralmente em função dos resultados da etapa de Geração de Viagens.

Na prática, esses padrões são representados por uma tabela denominada "**Matriz Origem-Destino**" (**Matriz OD**), em que cada um dos seus elementos representa o número de viagens realizadas entre pares de zonas de tráfego em um período de tempo específico (hora-pico, dia, mês, ano etc.).

Distribuição de Viagens

A matriz OD é uma tabela bidimensional em que as colunas e linhas representam os pares (i, j) de zonas de tráfego.

Cada células contém o número de viagens com origem na zona i e destino na zona j. A diagonal principal da matriz corresponde às viagens intrazonais e a soma das linhas da última coluna ou colunas da última linha representa o total de viagens na área de estudo.

Origens	***Destinos***					
	1	**2**	**3**	$\ldots j$	$\ldots z$	$\sum_i T_{ij}$
1	T_{11}	T_{12}	T_{13}	$\ldots T_{1j}$	$\ldots T_{1z}$	O_1
2	T_{21}	T_{22}	T_{23}	$\ldots T_{2j}$	$\ldots T_{2z}$	O_2
3	T_{31}	T_{32}	T_{33}	$\ldots T_{3j}$	$\ldots T_{3z}$	O_3
$\vdots$						
I	T_{i1}	T_{i2}	T_{i3}	$\ldots T_{ij}$	$\ldots T_{iz}$	O_i
$\vdots$						
Z	T_{z1}	T_{z2}	T_{z3}	$\ldots T_{zj}$	$\ldots T_{zz}$	O_z
$\sum_j T_{ij}$	D_1	D_2	D_3	$\ldots D_j$	$\ldots D_z$	$\sum_{ij} T_{ij} = T$

Distribuição de Viagens

Na matriz OD tem-se as seguintes variáveis:

T_{ij} = número de viagens entre i e j;

O_i = número de viagens produzidas na zona i;

D_j = número de viagens atraídas atraídas zona j.

As variáveis em letra maiúscula correspondem aos valores a serem estimados pelos modelos de distribuição de viagens e as respectivas em letra minúscula (t_{ij}, o_i e d_j) correspondem às observações conhecidas por estudos anteriores.

A soma do elementos de uma linha da matriz corresponde ao número de viagens produzidas (O_i) e de uma coluna ao número de viagens atraídas (D_j).

$$\sum_j T_{ij} = O_i \quad \forall \quad i \qquad\qquad \sum_i T_{ij} = D_j \quad \forall \quad j$$

Distribuição de Viagens

As matrizes OD podem representar dados desagregados, por exemplo, por tipo de indivíduo (n) e/ou modo de transporte k, tal que, T_{ij}^{kn} é o número de viagens entre a origem i, o destino j, para o indivíduo da classe n pelo modo k.

Nesse caso, a omissão de um índice para o número de viagens representa a soma de um subconjunto de valores desagregados.

$$T = \sum_{ij} T_{ij} = \sum_{n} T_{ij}^{n} = \sum_{k} T_{ij}^{kn}$$

Distribuição de Viagens

Outro parâmetro de interesse na modelagem de Distribuição de Viagens é o custo generalizado de uma viagem (c_{ij}^{k}) pelo modo k entre as zonas i e j.

Esses elementos de custo podem ser expressos em termos de tempo de viagem, distância percorrida ou unidades monetárias, mas é comum e conveniente utilizar uma medida relacionada à desutilidade da viagem, a qual é comumente denominada de **custo generalizado da viagem**.

Esse custo generalizado geralmente é uma função linear aditiva dos níveis (valores) dos atributos da viagem ponderados por coeficientes que representam a sua importância relativa percebida pelo usuário.

Distribuição de Viagens

Um exemplo de custo generalizado de viagem é:

$$c_{ij} = a_1 \cdot TT_{ij}^{v} + a_2 \cdot TT_{ij}^{w} + a_3 \cdot TT_{ij}^{s} + a_4 \cdot F_{ij} + a_5 \cdot \phi_j + \delta$$

onde TT_{ij}^{v} = tempo de viagem dentro do veículo;

TT_{ij}^{w} = tempo de acesso;

TT_{ij}^{s} = tempo de espera nas paradas intermediárias;

F_{ij} = valor monetário dispendido para realizar a viagem;

ϕ_j = valor monetário dispendido nos terminais;

δ = penalidade dos atributos não mensurados;

$a_1, \cdots, a_6$ = pesos de cada atributo da viagem.

Se o custo generalizado é em unidades monetárias, $a_4 = 1,0$ e os demais parâmetros são definidos em função do **valor do tempo**.

Por exemplo, a_1 corresponde ao custo de deixar de executar outra atividade para econômica para estar dentro do veículo.

Modelos de Fator de Crescimento

Modelos de Fator de Crescimento

Os modelos de fator de crescimento (*Growth Factor-Methods*) correspondem à estimativa dos elementos da matriz OD em uma área de estudo para caracterização de um sistema de transporte em um período atual ou futuro, e exigem algumas premissas:

- Existe uma matriz t observada (**matriz semente**), obtida por modelagem ou pesquisas anteriores;
- Os elementos de t devem ter acurácia satisfatória;
- Os métodos não podem ser utilizados para preencher dados nulos da matriz OD;
- Os métodos não são recomendados quando há uma alteração significativa da infraestrutura de transporte entre o período de definição da matriz t e o de projeção de um novo sistema.

Modelos de Fator de Crescimento

Existem três métodos de modelagem pelo fator de crescimento que consideram uma matriz semente t em um ano-base e se deseja estimar uma matriz correspondente projetada para um período futuro.

Admite-se que o número de viagens entre o ano-base e o período futuro do horizonte planejamento são conhecidos, por exemplo, pelos resultados do modelo de geração de viagens.

Alternativamente, é possível estimar valores futuros das variáveis socioeconômicas incluídas nos modelos de regressão linear de “Geração de Viagens” e aplicá-los na estimativa do número de viagens futuras produzidas e atraídas pelos centroides da região de estudo.

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Uniforme**

  Esse modelo assume que a única informação disponível para expansão de uma matriz OD para períodos futuros em um horizonte de planejamento é um fator de crescimento "f" comum para toda a área de estudo.

  Cada célula da matriz é atualizada por:

$$T_{ij} = f \cdot t_{ij} \quad \forall \quad i,j \qquad \text{onde} \qquad f = \frac{\sum_i \sum_j T_{ij}}{\sum_i \sum_j t_{ij}}.$$

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Uniforme**

  Por exemplo, se o fator de crescimento for de 20% em um intervalo de tempo, basta multiplicar os valores das células da matriz t por $1,2$.

Base-year trip matrix

	1	**2**	**3**	**4**	$\sum_j$
1	5	50	100	200	355
2	50	5	100	300	455
3	50	100	5	100	255
4	100	200	250	20	570
$\sum_i$	205	355	455	620	1635

Future estimated trip matrix with $\tau = 1.2$

	1	**2**	**3**	**4**	$\sum_j$
1	6	60	120	240	426
2	60	6	120	360	546
3	60	120	6	120	306
4	120	240	300	24	684
$\sum_i$	246	426	546	744	1962

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Unicamente Restrito**

  Esse modelo considera que as informações sobre o crescimento esperado do número de viagens entre pares OD é conhecido somente para o total de viagens produzidas **ou** atraídas pelos centroides que representam as zonas de tráfego.

  Esse número total de viagens produzidas e atraídas projetadas para um horizonte de planejamento em geral é obtido pela aplicação de valores projetados das variáveis independentes de modelos de geração de viagens (frota, população, renda etc.) para cada centroide.

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Unicamente Restrito**

  A expansão da matriz OD é pela aplicação de fatores de crescimento específicos das origens (a_i) em cada linha, ou fatores de crescimento específicos dos destinos (b_j) em cada coluna da matriz OD.

  (1) **Fatores de crescimento específicos das origens**

$$T_{ij} = a_i \cdot t_{ij} \text{ tal que } a_i = \frac{\sum_j T_{ij}}{\sum_j t_{ij}} \quad \forall\ i$$

  (2) **Fatores de crescimento específicos dos destinos**

$$T_{ij} = b_j \cdot t_{ij} \text{ tal que } b_j = \frac{\sum_i T_{ij}}{\sum_i t_{ij}} \quad \forall\ j$$

- **Fator de Crescimento Unicamente Restrito**

  O exemplo apresenta uma matriz conhecida e projeções de viagens produzidas (geração de viagens!).

  A expansão das células da OD é pela multiplicação de cada linha pela razão entre o total de viagens O_i e a soma de viagens produzidas no ano-base (coluna $\sum_j$).

Origin-constrained growth trip table

	1	**2**	**3**	**4**	$\sum_j$	**Target O_i**
1	5	50	100	200	355	400
2	50	5	100	300	455	460
3	50	100	5	100	255	400
4	100	200	250	20	570	702
$\sum_i$	205	355	455	620	1635	1962

Expanded origin-constrained growth trip table

	1	**2**	**3**	**4**	$\sum_j$	**Target O_i**
1	5.6	56.3	112.7	225.4	400	400
2	50.5	5.1	101.1	303.3	460	460
3	78.4	156.9	7.8	156.9	400	400
4	123.2	246.3	307.9	24.6	702	702
$\sum_i$	257.7	464.6	529.5	701.2	1962	1962

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Duplamente Restrito**

  Em geral estão disponíveis informações sobre o número de viagens produzidas **e** atraídas.

  Isso implica em dois fatores de crescimento, respectivamente a_i e b_j.

  Diferentes algoritmos baseiam-se no cálculo iterativo de fatores de correção e aplicação às células da OD.

  Por exemplo, aplicam-se fatores de correção nas linhas e calculam-se os totais de viagens nas colunas, comparado-os aos que se deseja atingir no horizonte de planejamento. Se forem observadas diferenças significativas, novos fatores são aplicados às colunas e os valores totais nas linhas são comparados, até que todas as estimativas sejam próximas das projeções .

de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Duplamente Restrito**

  O método mais disseminado em planejamento de transportes é o "**Método de Fratar**" (também conhecido por Método de Furness[1]).

  Os valores de a_i e b_j são calculados iterativamente tal que:

$$T_{ij} = t_{ij} \cdot a_i \cdot b_j$$

  Os fatores a_i e b_j devem ser calculados de modo a satisfazer as restrições de soma das viagens atraídas e produzidas e pelos centroides indicadas no slide 6.

[1] Furness, K.P. (1965) Time function iteration. Traffic Engineering and Control 7, 458–460.

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Duplamente Restrito**

O Método de Fratar é definido pelo seguinte algoritmo:

PASSO 1: Faça $b_j = 1,0$;

PASSO 2: Calcule os fatores de correção a_i para cada coluna da matriz OD, tal que $a_i = \frac{\sum_j T_{ij}}{\sum_j t_{ij}} \; \forall \; i$;

PASSO 3: Obtenha uma nova matriz OD atualizada pelos valores de a_i e b_j aplicando a equação da slide 19;

PASSO 4: Calcule os fatores de correção b_j para cada coluna da matriz OD, tal que $b_j = \frac{\sum_i T_{ij}}{\sum_i t_{ij}} \; \forall \; j$;

PASSO 5: Obtenha uma nova matriz OD atualizada pelos valores de a_i e b_j aplicando a equação da slide 19;

PASSO 6: Se $\sum_j T_{ij} \approxeq \sum_j t_{ij} \; \forall \; i$ e $\sum_i T_{ij} \approxeq \sum_i t_{ij} \; \forall \; j$ então **PARE**, senão volte ao **PASSO 2**.

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Duplamente Restrito**

  Considere uma matriz OD em que foram estimadas as viagens em um horizonte de planejamento na etapa de Geração de Viagens. Após três iterações do Método de Fratar obtém-se uma matriz OD expandida.

Doubly constrained matrix expansion problem

	1	**2**	**3**	**4**	$\sum_j$	**Target O_i**
1	5	50	100	200	355	400
2	50	5	100	300	455	460
3	50	100	5	100	255	400
4	100	200	250	20	570	702
$\sum_i$	205	355	455	620	1635	
Target D_j	260	400	500	802		1962

Solution to the doubly constrained matrix expansion problem

	1	**2**	**3**	**4**	$\sum_j$	**Target O_i**
1	5.25	44.12	98.24	254.25	401.85	400
2	45.30	3.81	84.78	329.11	462.99	460
3	77.04	129.50	7.21	186.58	400.34	400
4	132.41	222.57	309.77	32.07	696.82	702
$\sum_i$	260.00	400.00	500.00	802.00	1962	
Target D_j	260	400	500	802		1962

Modelo Gravitacional

Modelo Gravitacional

O modelo gravitacional foi originalmente proposto para modelagem do número de viagens entre pares OD como analogia ao modelo de gravitação de Newton.

Casey (1955) sugeriu um modelo de distribuição que considera população e distância entre cidades dado por:

$$T_{ij} = \alpha \cdot \frac{P_i \cdot P_j}{d_{ij}^2}$$

onde P_i e P_j é a população de i e j, d_{ij} é a distância entre zonas de tráfego e α é um fator de proporcionalidade.

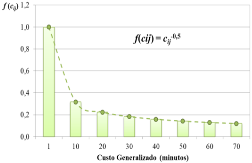
Abordagens atuais consideram uma teoria que resulta em modelos de distribuição de viagens que representam mais adequadamente o padrão de viagens entre pare OD.

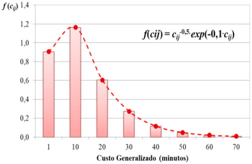
Modelo Gravitacional

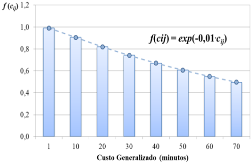
A evolução dos modelos gravitacionais resultaram no modelo a seguir, que é função do número de viagens produzidas (O_i) e atraídas (B_j), dos parâmetros A_i e B_j a serem calibrados e de uma função de impedância $f(c_{ij})$ que depende do custo generalizado das viagens na região de estudo.

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \forall \quad i, j$$

Em geral, $f(c_{ij})$ é uma função contínua de impedância entre pares OD, que pode ter diferentes formatos dependendo do padrão de custos observados para as viagens.







Modelo Gravitacional

A estimativa dos parâmetros A_i, B_j depende apenas de estudos anteriores ou de valores estimados na etapa de Geração de Viagens.

A independência de uma matriz inicial (semente) é a vantagem do modelo gravitacional, em que, a partir de uma matriz incompleta, um modelo pode ser estimado representar as viagens entre pares de zonas de tráfego.

Assim como os modelos de fator de crescimento, existem possibilidades de estimativa daqueles parâmetros: estimar somente A_i; ou estimar somente B_j; ou estimar A_i e B_j simultaneamente.

Modelo Gravitacional

- **Modelo Restrito Unicamente para estimar A_i**

  No modelo restrito nas origens fixa-se $B_j = 1,0$ e o parâmetro a ser estimado é A_i tal que:

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot 1,0 \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \forall \quad i, j$$

  O número total de viagens produzidas pela origem i resultante do modelo deve ser tal que:

$$\sum_j T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot \sum_j D_j \cdot f(c_{ij})$$

$$\Rightarrow \quad O_i = A_i \cdot O_i \cdot \sum_j D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \Rightarrow \quad 1 = A_i \cdot \sum_j D_j \cdot f(c_{ij})$$

$$\Rightarrow \quad A_i = \frac{1}{\sum_j D_j \cdot f(c_{ij})} \quad \forall\, i$$

Modelo Gravitacional

- **Modelo Restrito Unicamente para estimar** B_j

No modelo restrito nas origens fixa-se $A_i = 1,0$ e o parâmetro a ser estimado é B_j tal que:

$$T_{ij} = 1,0 \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \forall \quad i,j$$

O número total de viagens produzidas pela origem i resultante do modelo deve ser tal que:

$$\sum_j T_{ij} = B_j \cdot D_j \cdot \sum_j O_i \cdot f(c_{ij})$$

$$\Rightarrow \quad D_j = B_j \cdot D_j \cdot \sum_i O_i \cdot f(c_{ij}) \quad \Rightarrow \quad 1 = B_j \cdot \sum_i O_i \cdot f(c_{ij})$$

$$\Rightarrow \quad B_j = \frac{1}{\sum_i O_i \cdot f(c_{ij})} \quad \forall\, i$$

Modelo Gravitacional

- **Modelo Restrito Duplamente para estimar A_i e B_j**

  No modelo restrito nas origens e nos destinos os parâmetros a serem estimados são A_i e B_j simultaneamente tal que:

$$\sum_j T_{ij} = O_i \cdot \sum_j B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \forall \quad i$$

$$\sum_i T_{ij} = \sum_i O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \forall \quad j$$

Modelo Gravitacional

- **Modelo Restrito Duplamente para estimar A_i e B_j**

Simplificando a expressão para cada origem i:

$$O_i = A_i \cdot O_i \cdot \sum_j B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \Rightarrow \quad 1 = A_i \cdot \sum_j B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij})$$

$$\Rightarrow \quad A_i = \frac{1}{\sum_j B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij})} \quad \forall\, i$$

Simplificando a expressão para cada destino j:

$$D_j = \sum_i A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \Rightarrow \quad 1 = \sum_i A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot f(c_{ij})$$

$$\Rightarrow \quad B_j = \frac{1}{\sum_i A_i \cdot O_i \cdot f(c_{ij})} \quad \forall\, j$$

Modelo Gravitacional

- **Modelo Restrito duplamente para estimar A_i e B_j**

No caso de modelos duplamente restritos os valores de A_i e B_j dependem um do outro, ou seja, são interdependentes. Um processo análogo ao método de Fratar deve ser utilizado para estimá-los, conforme resumido nos passos a seguir.

PASSO 1: Dado o conjunto de valores de $f(c_{ij})$ defina $B_j = 1,0$ e calcule A_i;

PASSO 2: A partir de A_i calculados, determine os valores de B_j;

PASSO 3: Fixe os valores de B_j calculados no passo anterior e calcule A_i, repetindo o **PASSO 1** e o **PASSO 2** anteriores até que as diferenças entre o total de viagens atraídas e produzidas pelos centroides na iteração seja próximo do total de viagens calculadas no horizonte de planejamento.

Modelo Gravitacional

O modelo gravitacional é uma abordagem satisfatória para representar padrões de viagens em termos de deslocamentos produzidos e atraídos por zonas de tráfego a partir de uma função de impedância.

Entretanto, essa modelagem considera níveis agregados de informações dos indivíduos, as quais podem ser negligenciadas de maneira inadequada pelo modelo agregado.

Em alguns casos, podem existir pares de zonas de tráfego que possuem algum tipo de associação especial em termos de viagens realizadas entre si.

Por exemplo, um indústria pode estar localizada em uma zona que atrai muitos empregados de uma zona residencial.

Modelo Gravitacional

Essa associação pode ser representada pelo modelo gravitacional, com a inclusão de um fator K_{ij} para pares OD específicos, tal que:

$$T_{ij} = K_{ij} \cdot A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \forall \quad i, j$$

A estimativa do fator $K_i j$ para os pares OD é realizada conforme os procedimentos explicados anteriormente, adicionando-se esses parâmetros nos algoritmos.

A literatura indica que a utilização do fator K_{ij} deve ser evitada para todos os pares OD, sendo indicada somente para pares de zonas de tráfego que tenham alguma particularidade não captada pelos modelos convencionais.

Modelos Econométricos

Alguns autores utilizaram modelagem de regressão linear para representar o número de viagens entre pares OD em função de variáveis socioeconômicas que caracterizam as zonas de tráfego, como frota, população, renda, distância etc.

- **Automóveis**

  LOUREIRO, K. C. (2010). **Uso de contagens volumétricas na estimativa de matrizes de origem-destino de veículos leves em redes interurbanas.** 124 p. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Florianópolis, 2010.

Modelos Econométricos

- **Ônibus**

STE-ENEFER (2001). **Estudo de reavaliação do modelo de estimativa da demanda de passageiros em ligações de transporte.** Brasília, DF: Secretaria Nacional de Transportes Terrestres. Não paginado.

GONÇALVES, M. B.; BEZ, E. T.; NOVAES, A. G. (2007). **Modelos econométricos aplicados à previsão de demanda por transporte interestadual de passageiros de ônibus no Brasil.** Transportes (Rio de Janeiro), v. 15, n. 1, p. 24–33.

Modelos Econométricos

- **Avião**

ANAC (1998). **Agência Nacional de Aviação Civil - Demanda Global do Transporte Aéreo Brasileiro.** .

SUN, X. S.; BRAUNER, E.; HORMBY, S. (1998). **A large-scale neural network for airline forecasting in revenue management.** . Operations Research in the Airline Industry. Springer. p. 46–67.