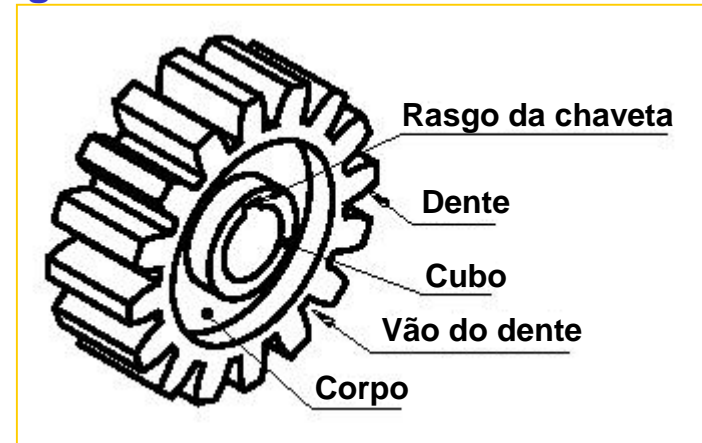


Terminologia e conceitos básicos de engrenagens

Partes de uma engrenagem



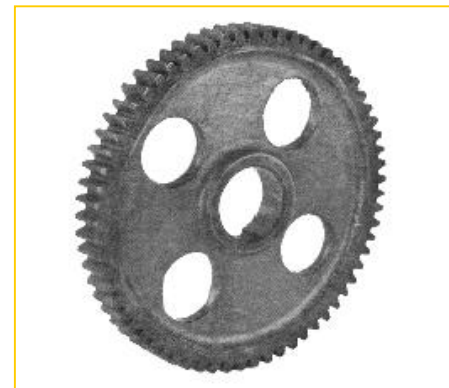
Diferentes tipos de corpos de engrenagem



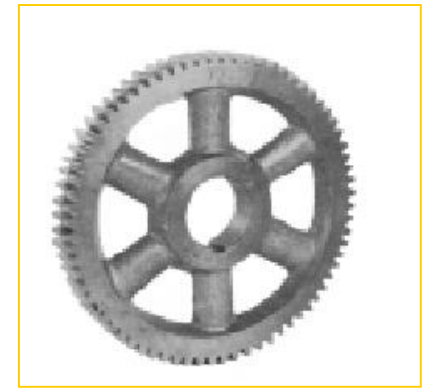
Corpo em forma de disco com furo central



Corpo em forma de disco com cubo e furo central



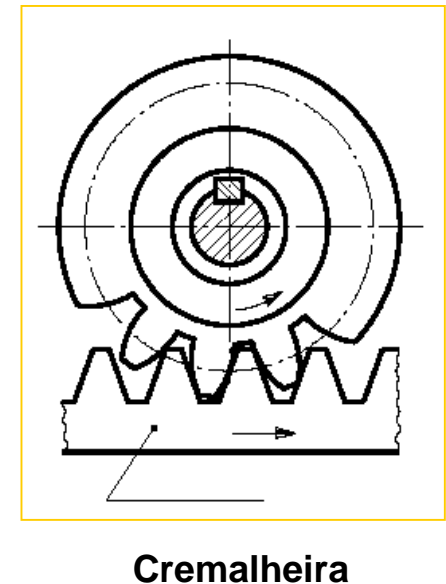
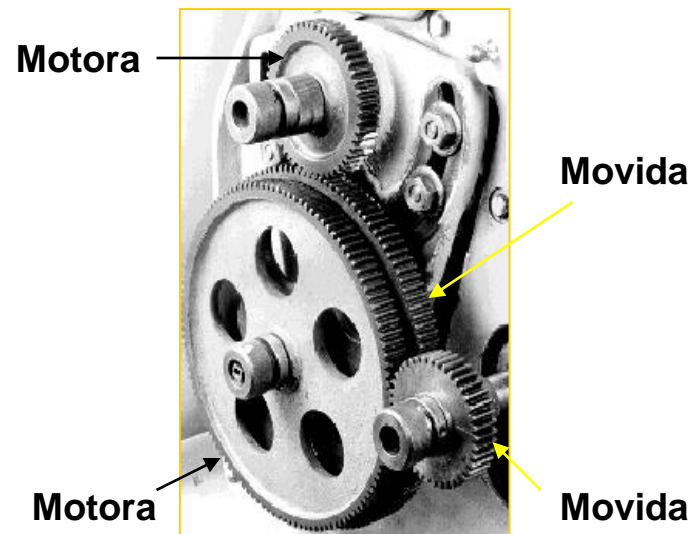
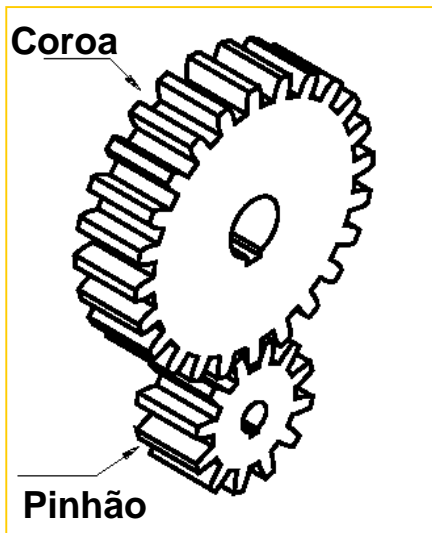
Corpo com 4 furos, cubo e furo central

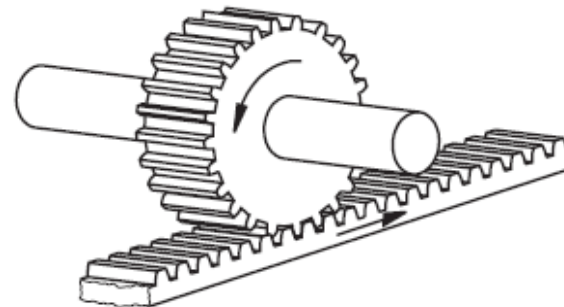
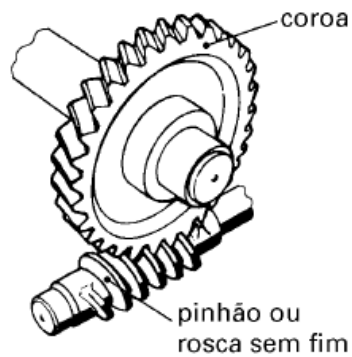
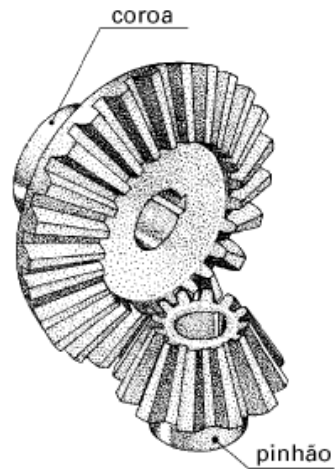


Corpo com braços, cubo e furo central

Terminologia e conceitos básicos de engrenagens (continuação)

- ❑ **Pinhão** – nome dado à engrenagem menor do par.
- ❑ **Coroa** – nome dado à engrenagem maior do par.
- ❑ **Engrenagem motora** – engrenagem do par pela qual a potência mecânica entra.
- ❑ **Engrenagem movida** – engrenagem do par pela qual a potência mecânica sai .
- ❑ **Cremalheira** – engrenagem com diâmetro primitivo infinito.



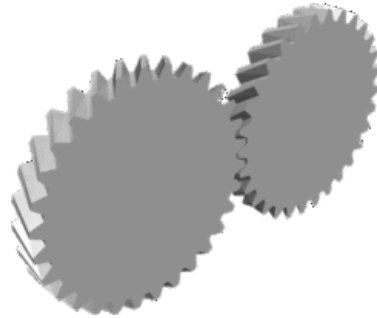


ELEMENTOS DE TRANSMISSÃO ENGRENAGENS

Engrenagens Cilíndricas

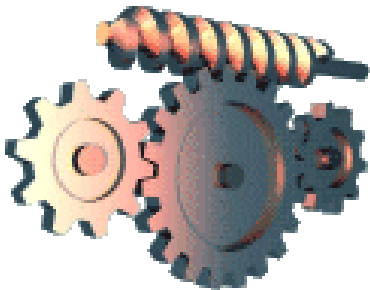


Dente Reto

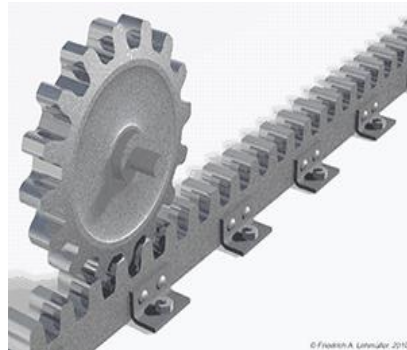


Dente Helicoidal

Coroa-Pinhão

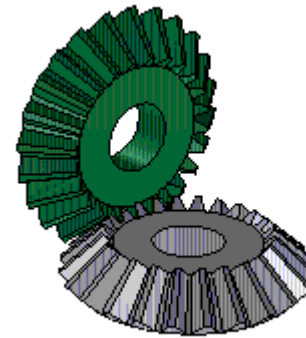


Cremalheira



© Fraunhofer IPA, Leipzig 2010

Engrenagens Cônicas

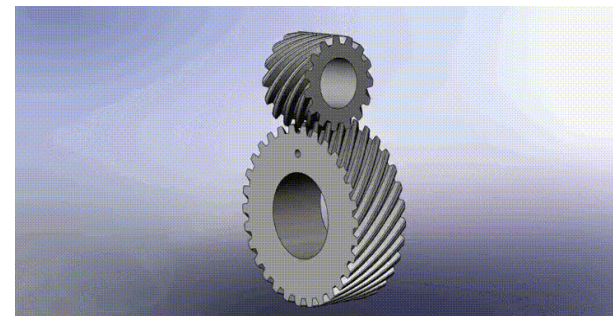


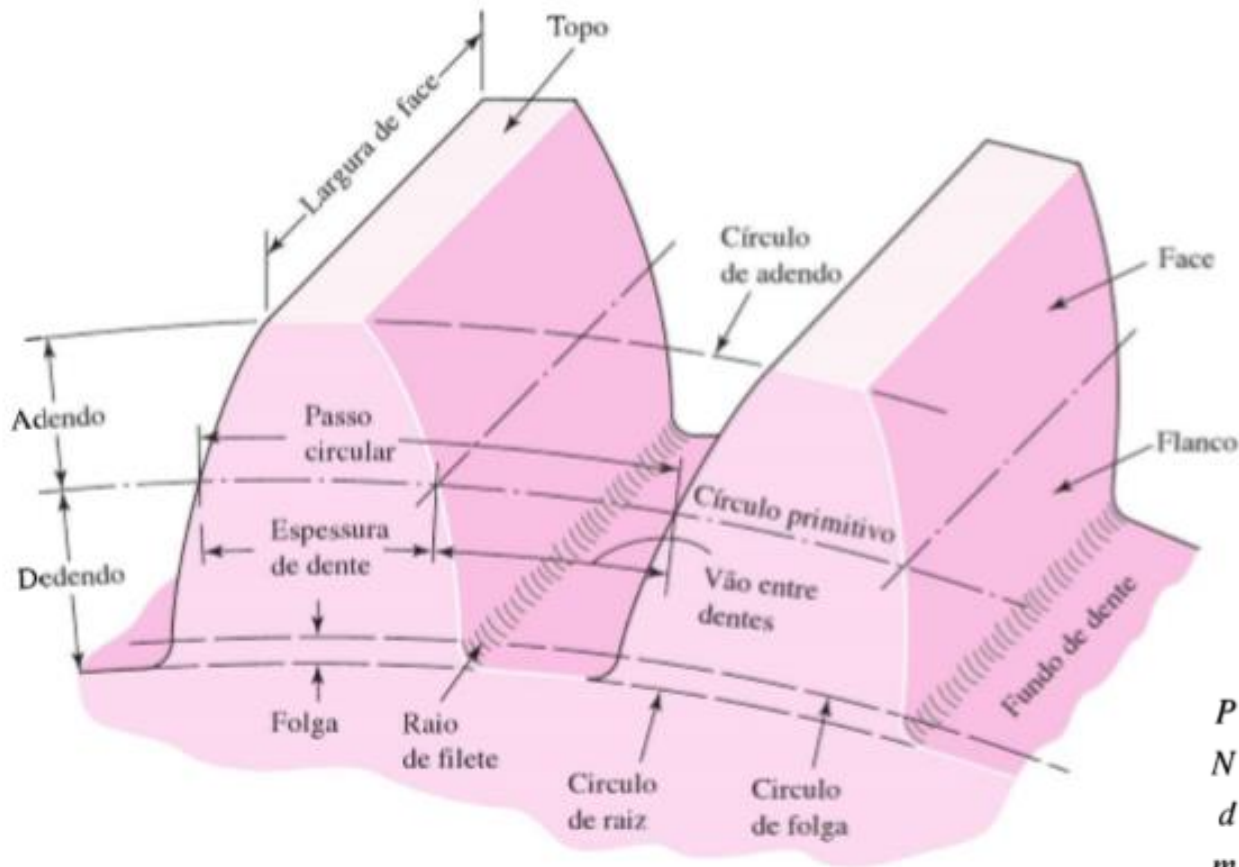
Dente Reto



Dente Helicoidal

Montagens





$$P = \frac{N}{d}$$

$$m = \frac{d}{N}$$

$$p = \frac{\pi d}{N} = \pi m$$

$$pP = \pi$$

P = passo diametral, dentes por polegada

N = número de dentes

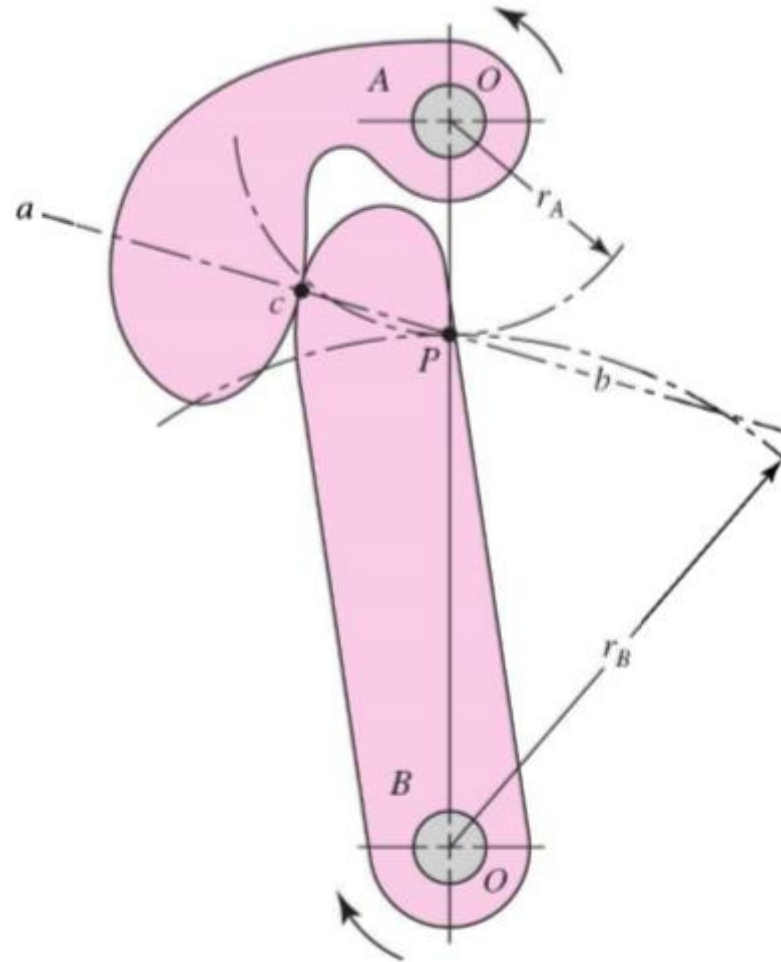
d = diâmetro primitivo, in

m = módulo, mm

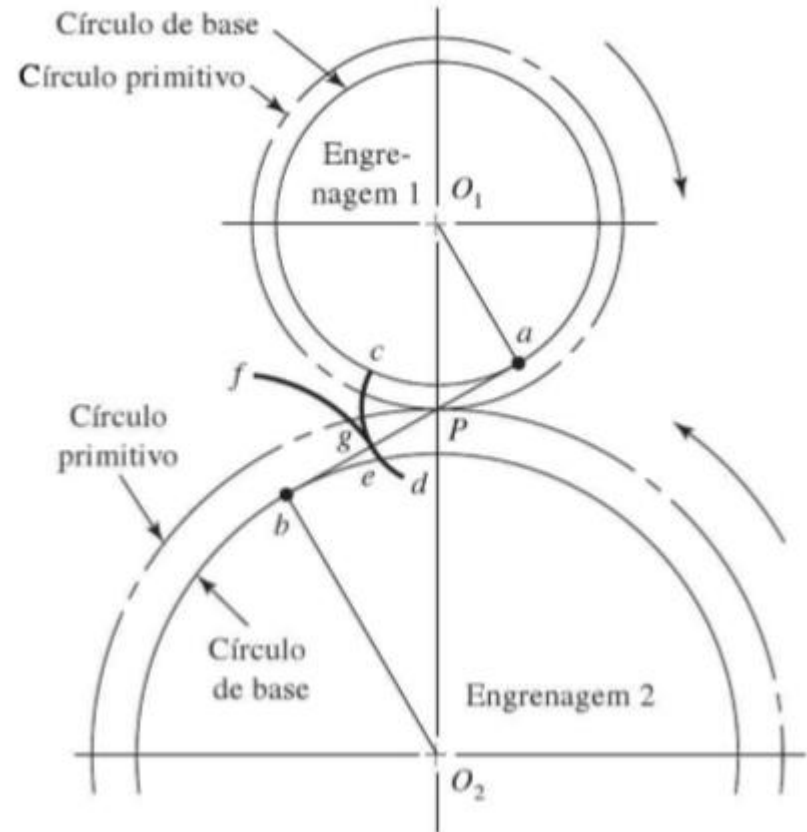
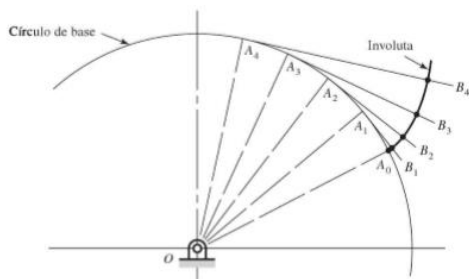
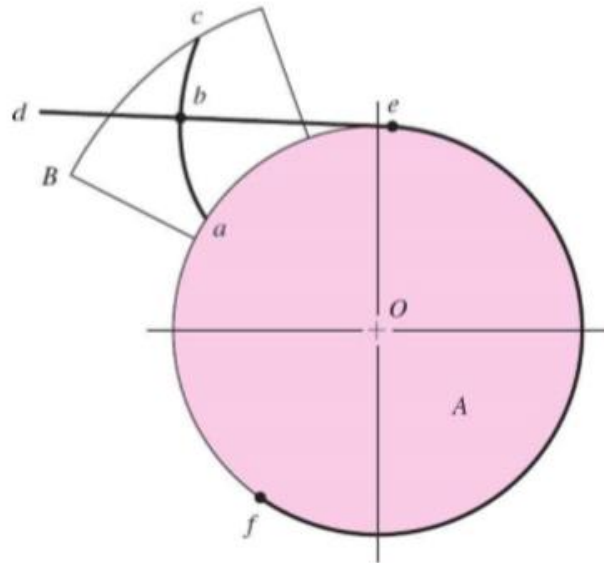
d = diâmetro primitivo, mm

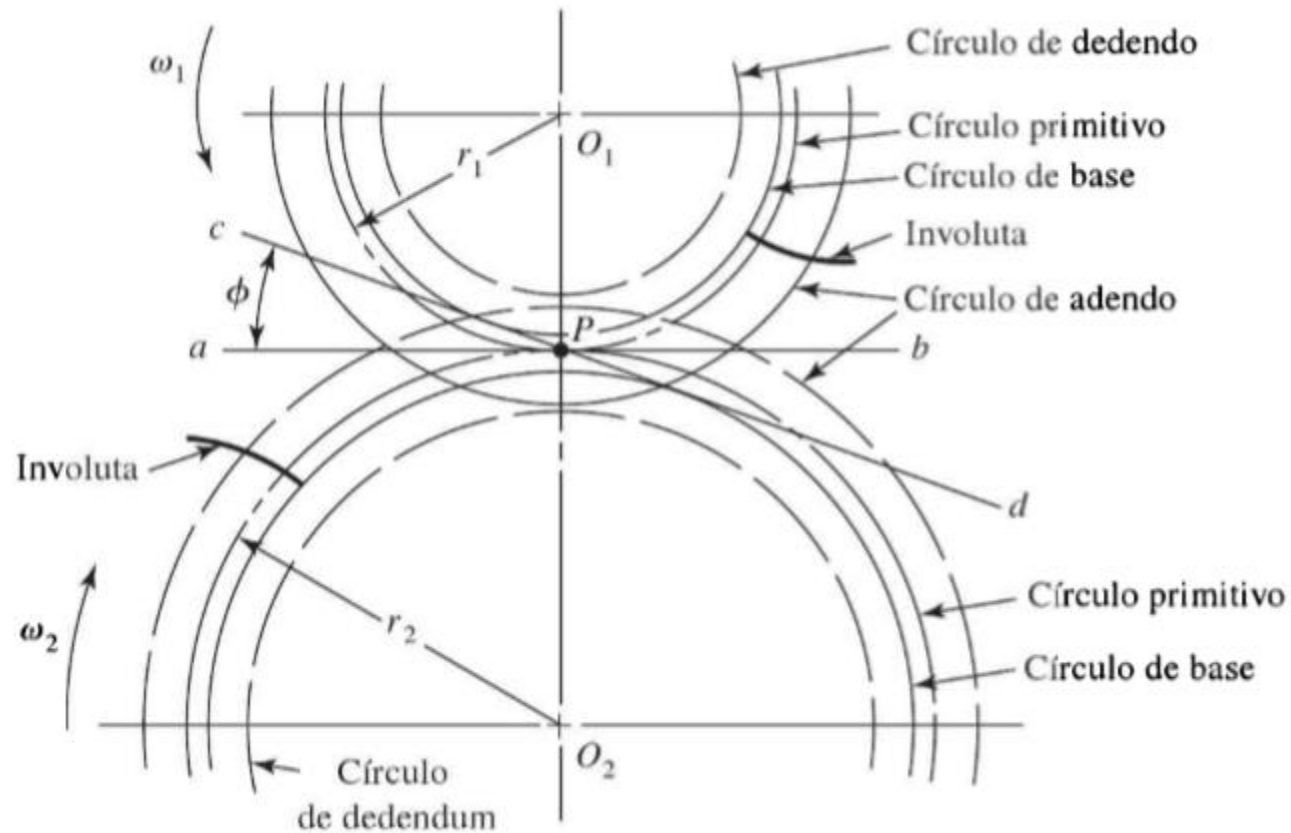
p = passo circular

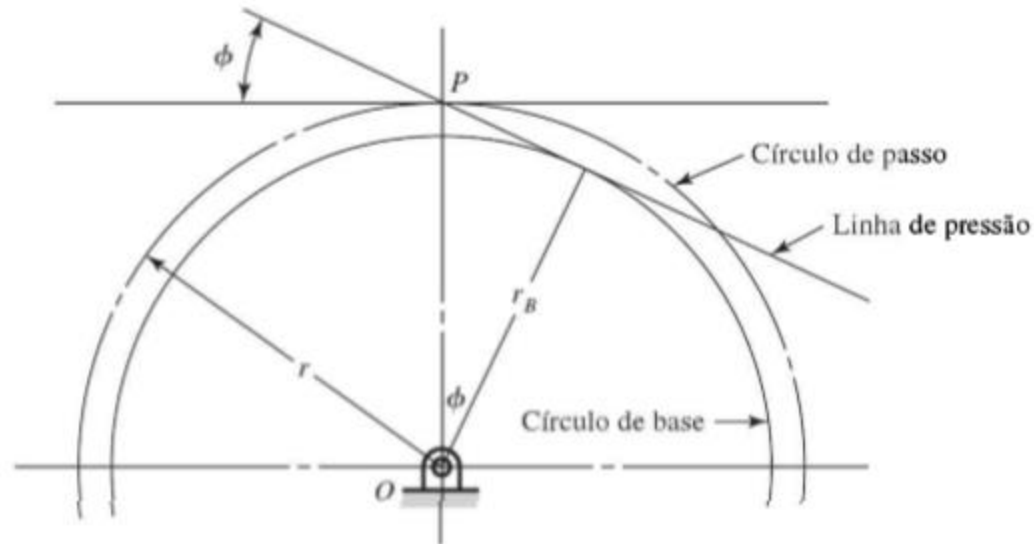
PERFIL EVOLVENTE



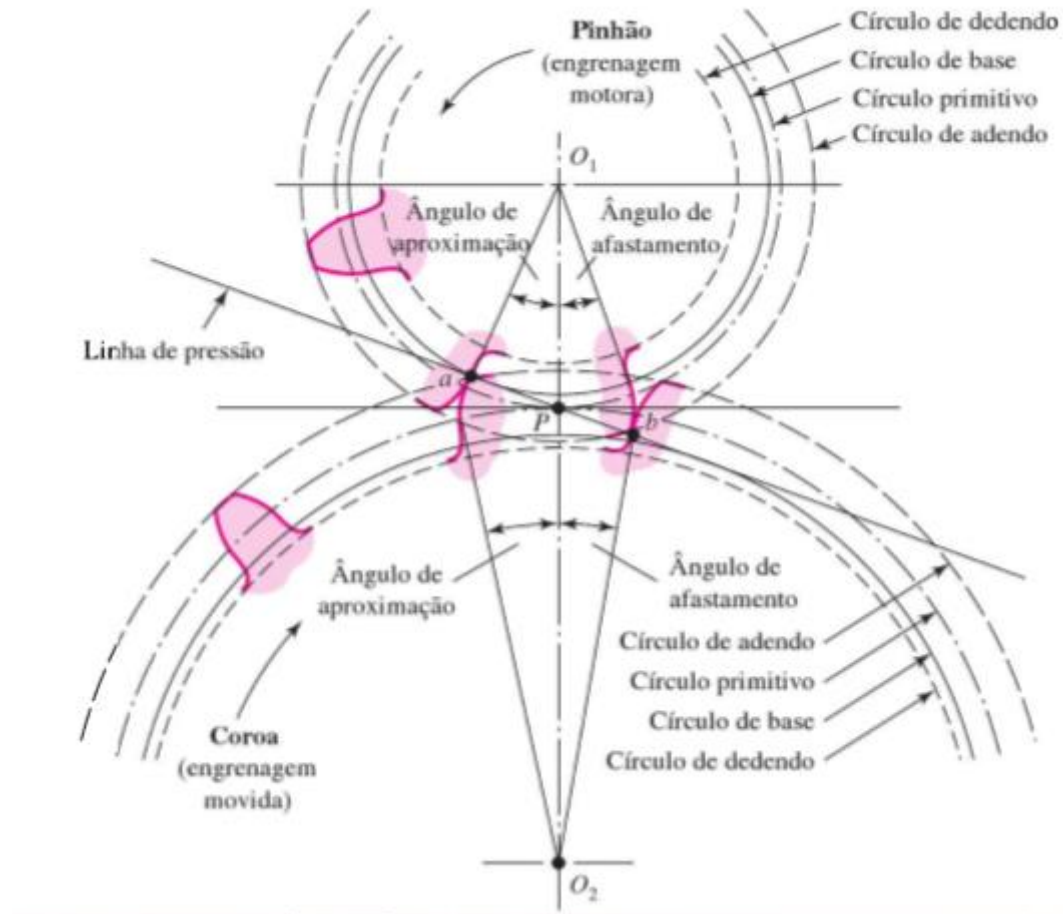
Involuta ou evolvente



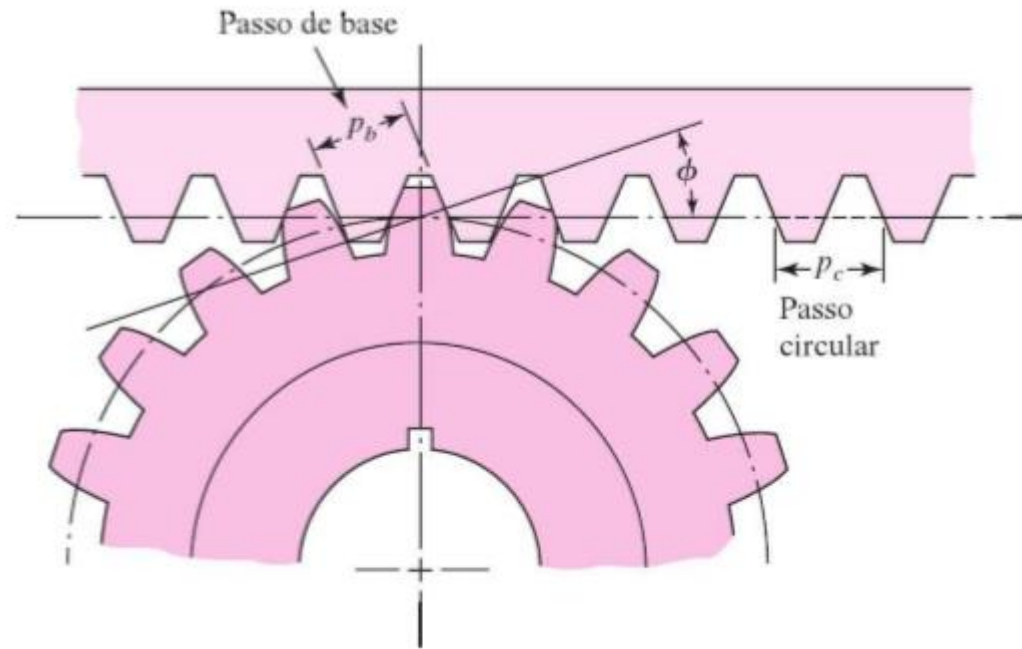




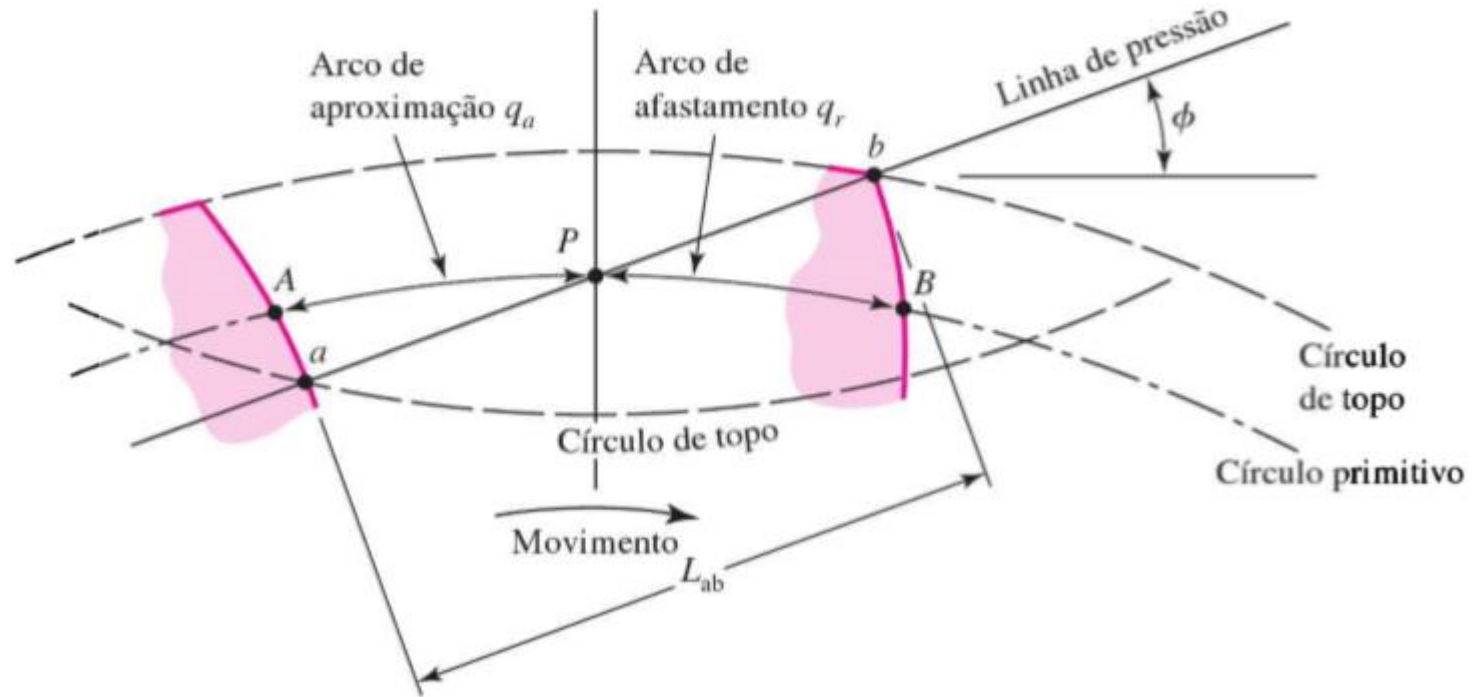
$$r_B = r \cos\phi$$



CREMALHEIRA

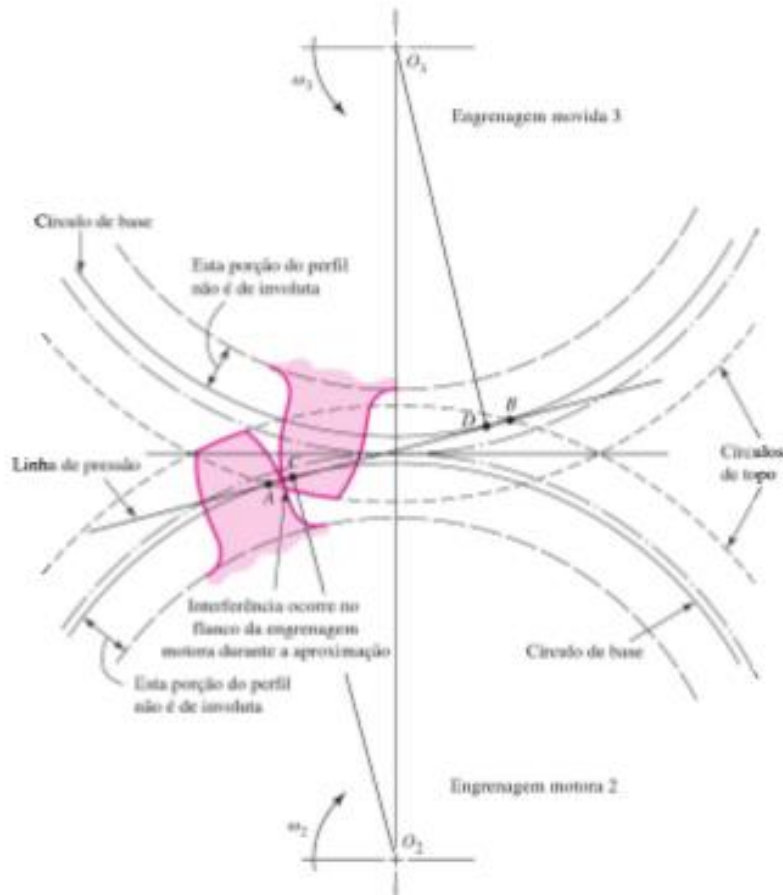


Razão de contato



$$m_c = \frac{q_t}{p} \quad m_c = \frac{L_{ab}}{p \cos \phi} \approx 1,2$$

Interferência



Número mínimo de dentes do pinhão ($m = 1$)

$$N_P = \frac{2k}{3 \text{sen}^2 \phi} \left(1 + \sqrt{1 + 3 \text{sen}^2 \phi} \right)$$

$$N_P = \frac{2(1)}{3 \text{sen}^2 20^\circ} \left(1 + \sqrt{1 + 3 \text{sen}^2 20^\circ} \right) = 12,3 = 13 \text{ dentes}$$

$k = 1$ para dentes de altura completa

$k = 0,8$ para dentes diminuídos

$\phi = \text{ângulo de pressão}$.

$$N_G/N_P = m > 1$$

$$N_P = \frac{2k}{(1 + 2m) \text{sen}^2 \phi} \left(m + \sqrt{m^2 + (1 + 2m) \text{sen}^2 \phi} \right)$$

A maior coroa que operará com um pinhão especificado sem interferência é

$$N_G = \frac{N_p^2 \operatorname{sen}^2 \phi - 4k^2}{4k - 2N_p \operatorname{sen}^2 \phi}$$

Por exemplo, para um pinhão com 13 dentes e um ângulo de pressão ϕ de 20°

$$N_G = \frac{13^2 \operatorname{sen}^2 20^\circ - 4(1)^2}{4(1) - 2(13) \operatorname{sen}^2 20^\circ} = 16,45 = 16 \text{ dentes}$$

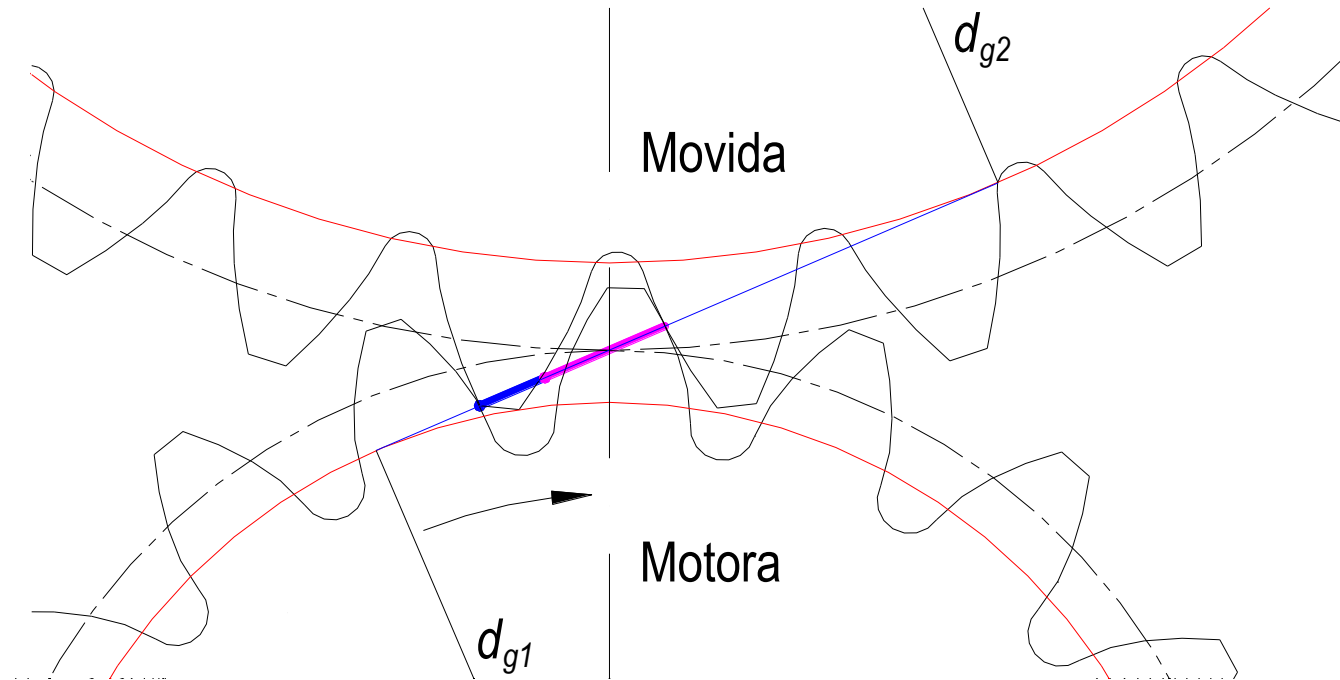
O menor pinhão cilíndrico de dentes retos que operará com uma cremalheira sem interferência é

$$N_P = \frac{2(k)}{\operatorname{sen}^2 \phi}$$

Para um ângulo de pressão de 20° , com dentes de profundidade completa, o menor número mínimo de dentes num pinhão para engrazar com uma cremalheira é

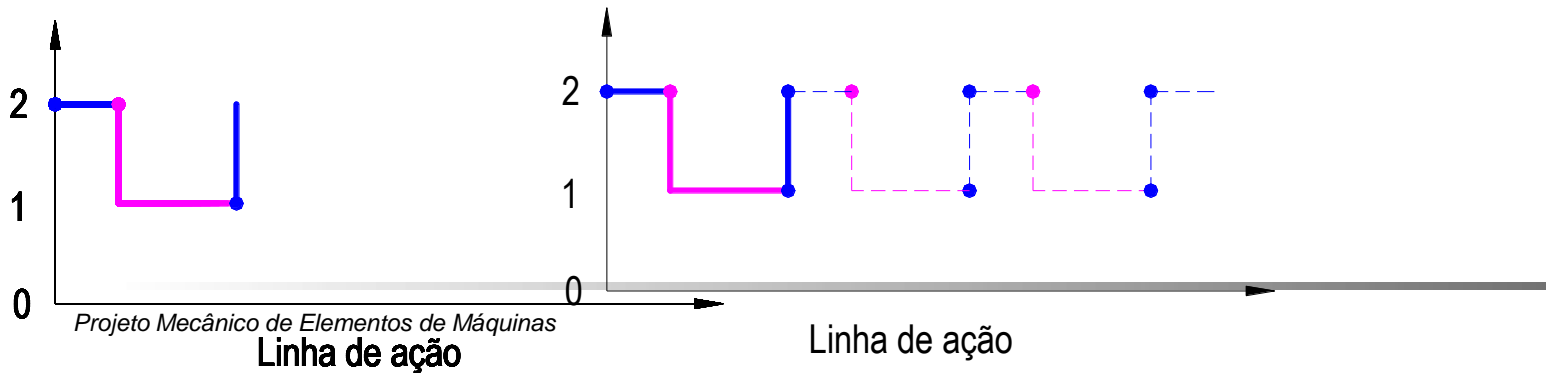
$$N_P = \frac{2(1)}{\operatorname{sen}^2 20^\circ} = 17,1 = 18 \text{ dentes}$$

Pares de dentes em contato

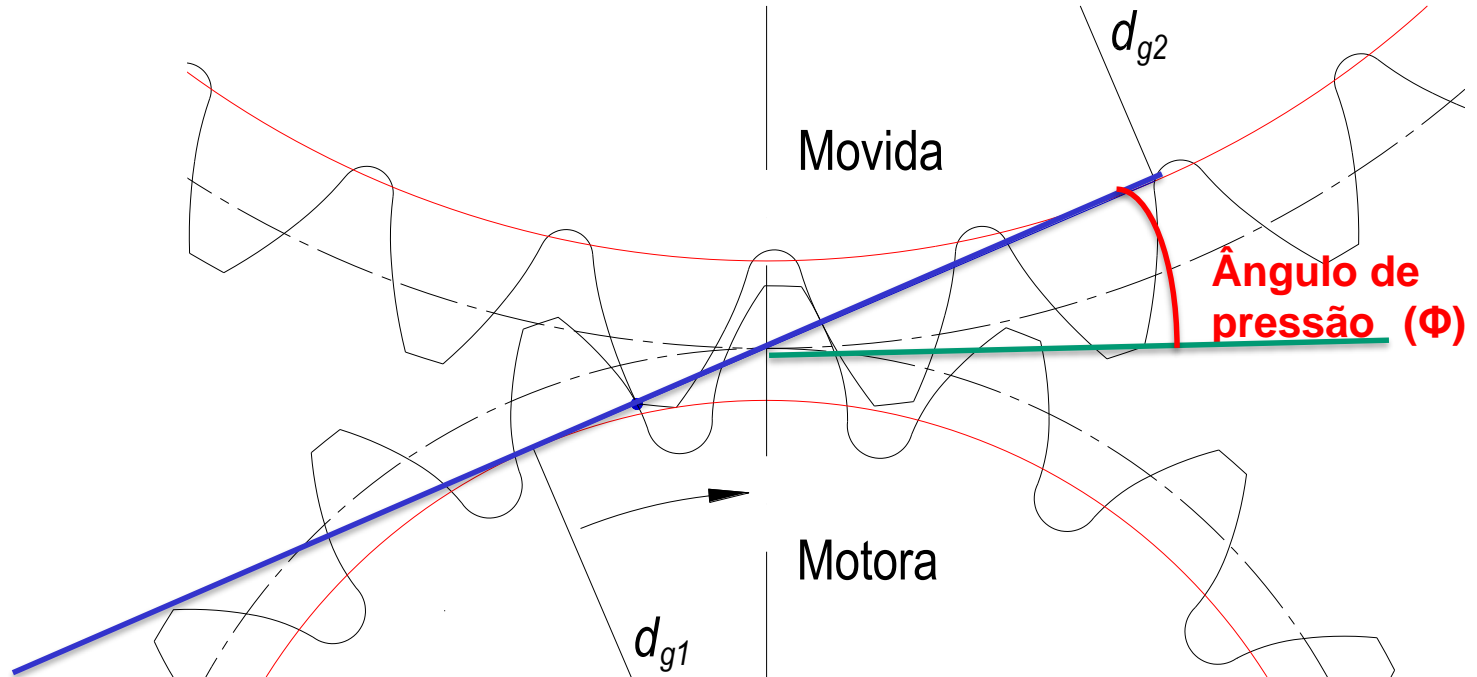


Pares de dentes em contato

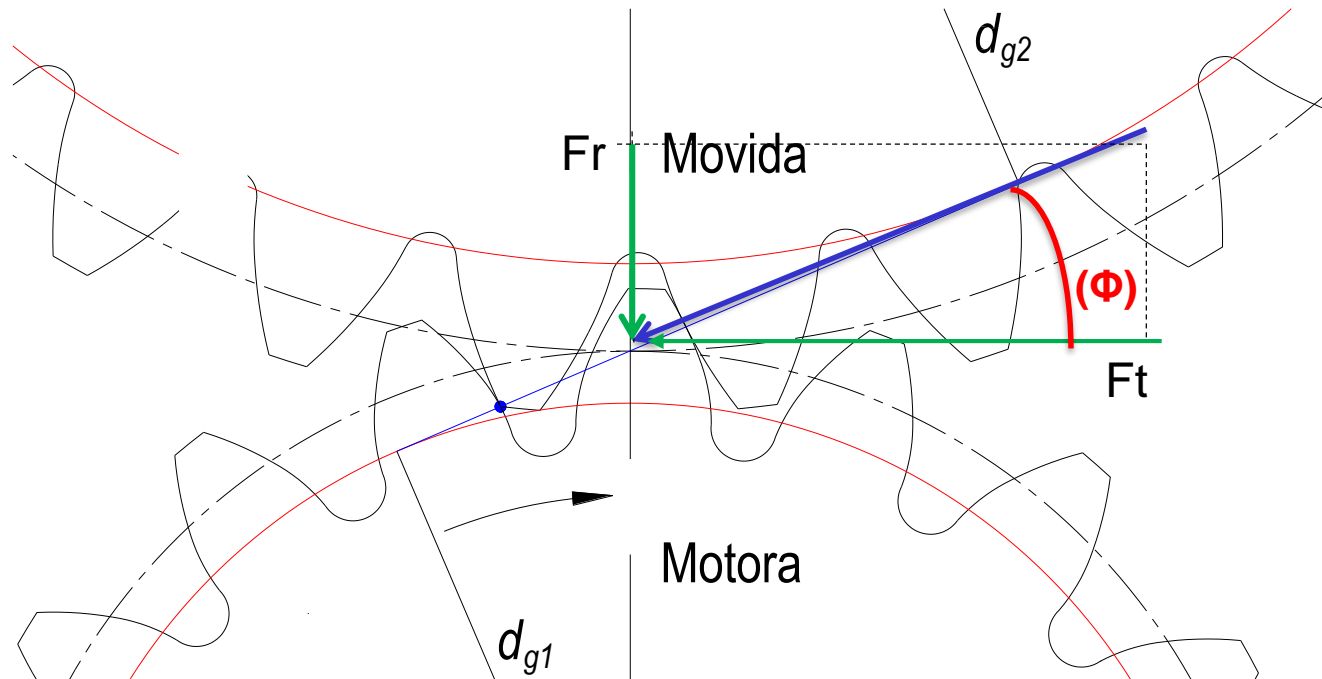
Pares de dentes em contato



Pares de dentes em contato

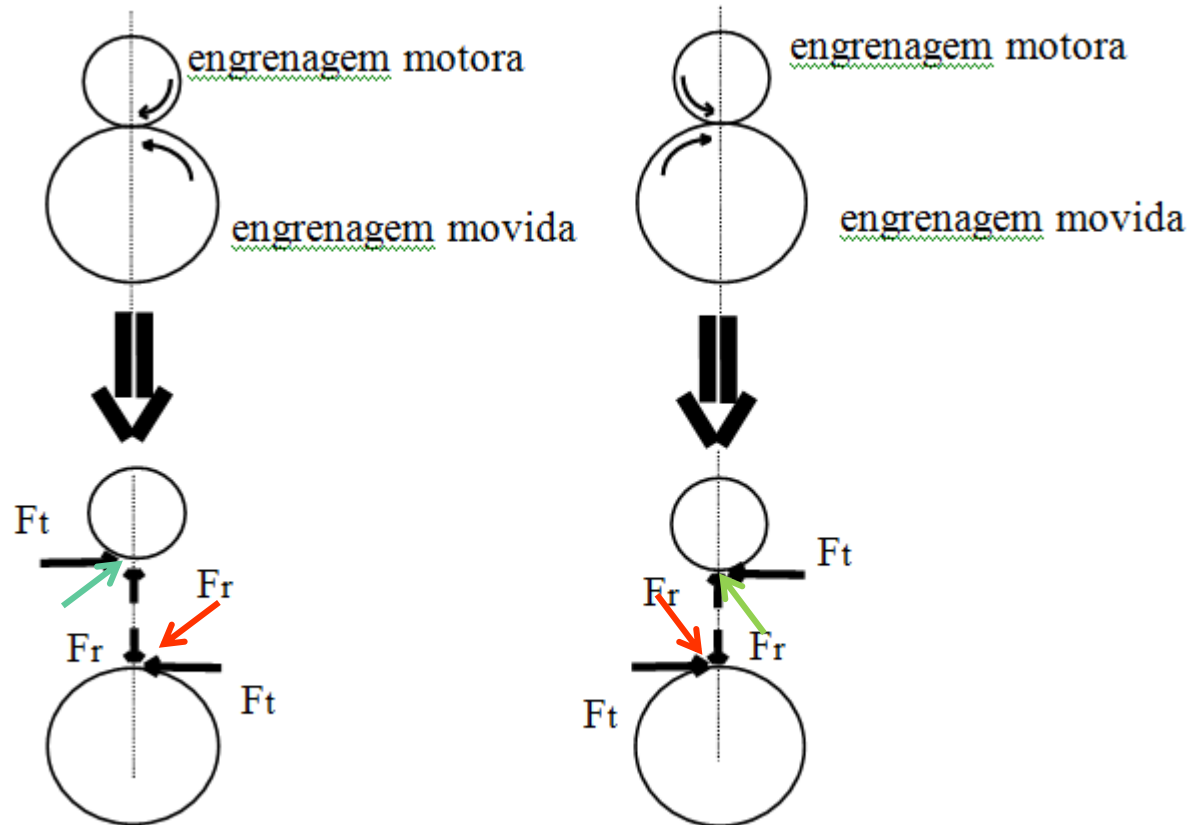


Pares de dentes em contato

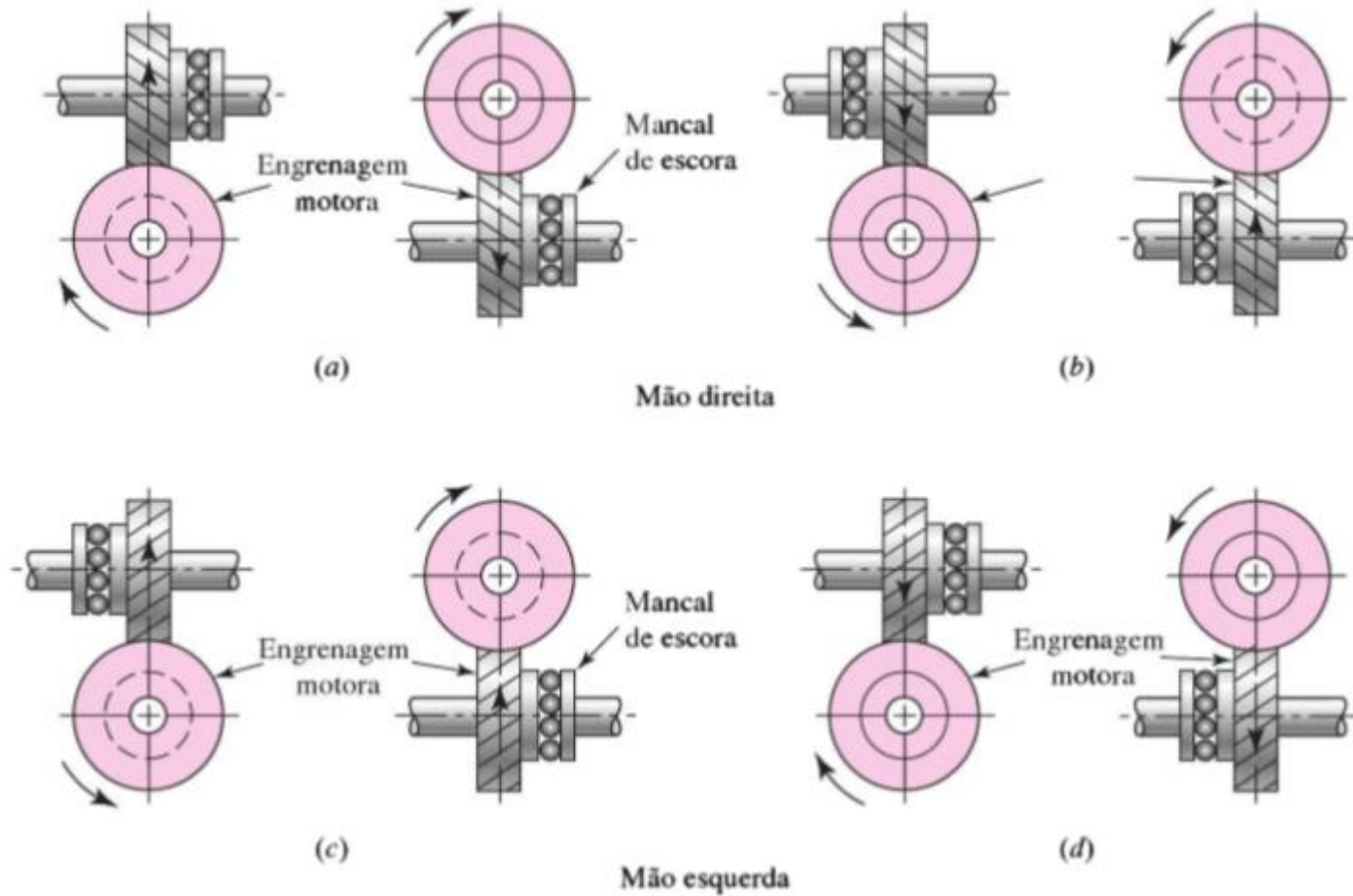


$$\tan \phi = \frac{F_r}{F_t} \Rightarrow F_r = F_t \tan \phi$$

Atenção ao sentido das forças !!!!



Para pares de engrenagens helicoidais cruzadas e parafusos sem-fim



2.5. Terminologia e conceitos básicos de engrenagens (continuação)

□ Relação de transmissão – Razão entre os diâmetros primitivos ou de engrenamento .

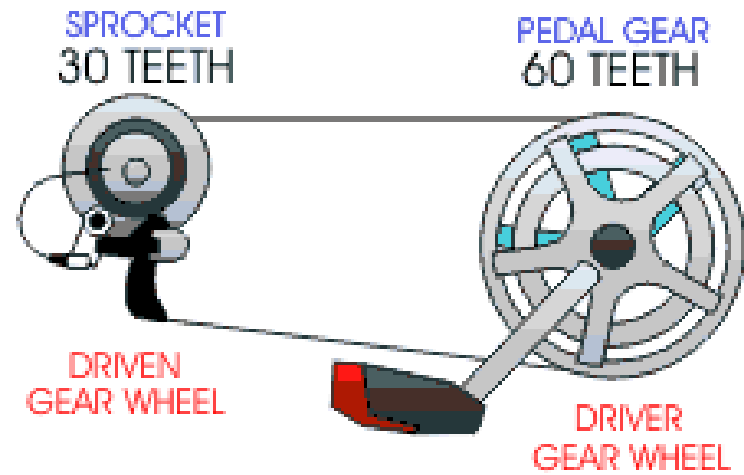
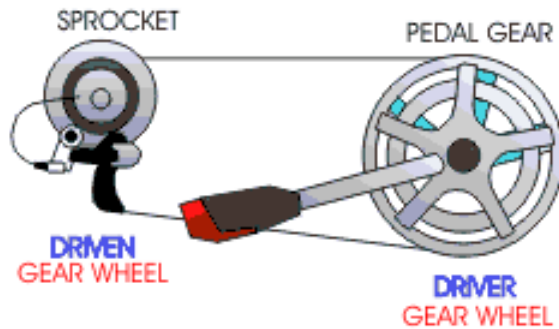
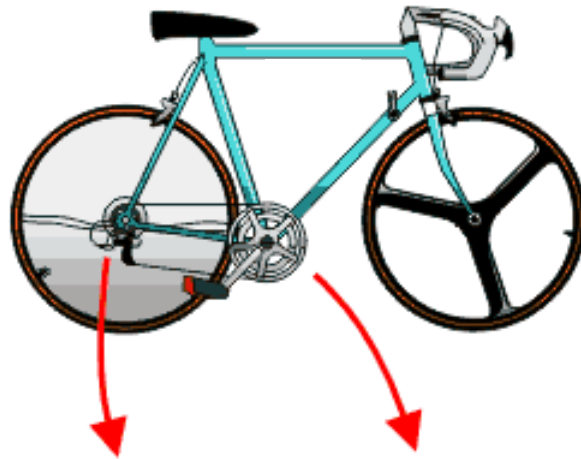
($i = d_{p2} / d_{p1}$). Valem também as relações :

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_{p2}}{d_{p1}}$$

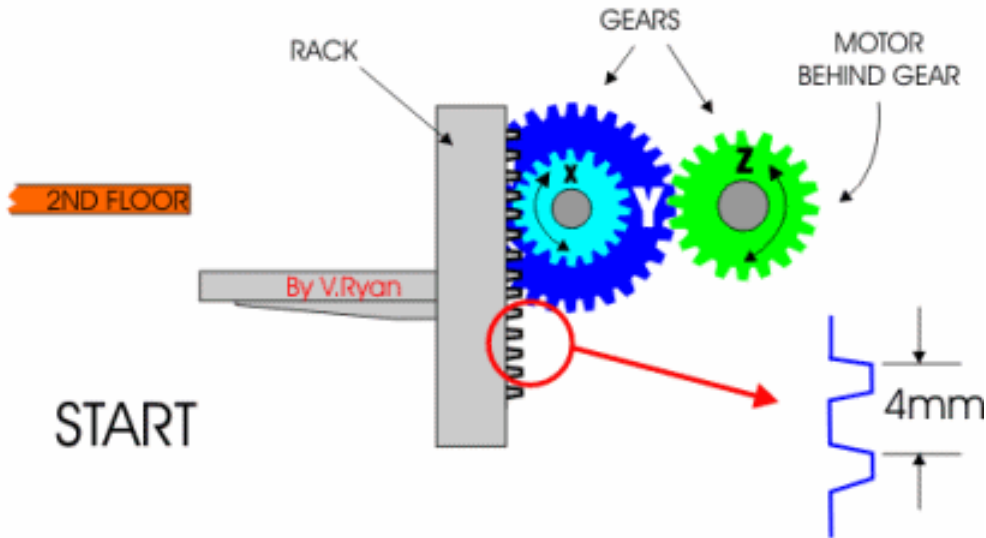
vê-se que $i > 1$ para reduções de velocidade e $i < 1$ para ampliações. Alguns autores definem:

□ Relação de engrenamento – $r = 1 / i = d_{p1} / d_{p2}$

vê-se que $r < 1$ para reduções de velocidade e $r > 1$ para ampliações.



Exemplo: Considere a plataforma de elevação da figura:



N. de dentes: $X = 15$; $Y=45$; $Z=15$

Rotação em Z (motora): 240 rpm

Verificar :

- rotações;
- elevação em 2 min

2.5. Terminologia e conceitos básicos de engrenagens (continuação)

□ Sistemas “módulo” e “pitch”

Engrenagem com N dentes:

$$\pi d_p = p_c$$

$$d_p = \frac{p_c}{\pi} N$$

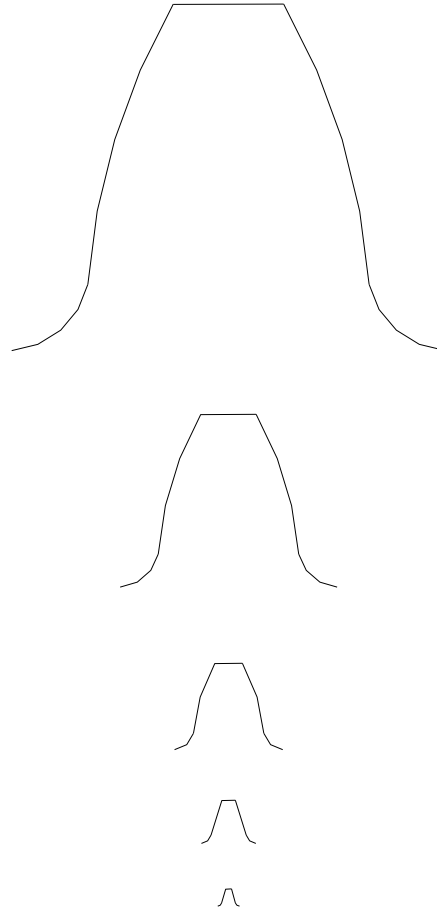
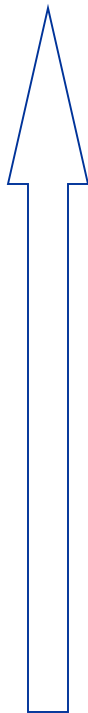
No Sistema Módulo –

$$\frac{p_c}{\pi} = m \rightarrow \text{MÓDULO}$$

→ dimensão : [mm] ⇒

$$d_p = m \times N$$

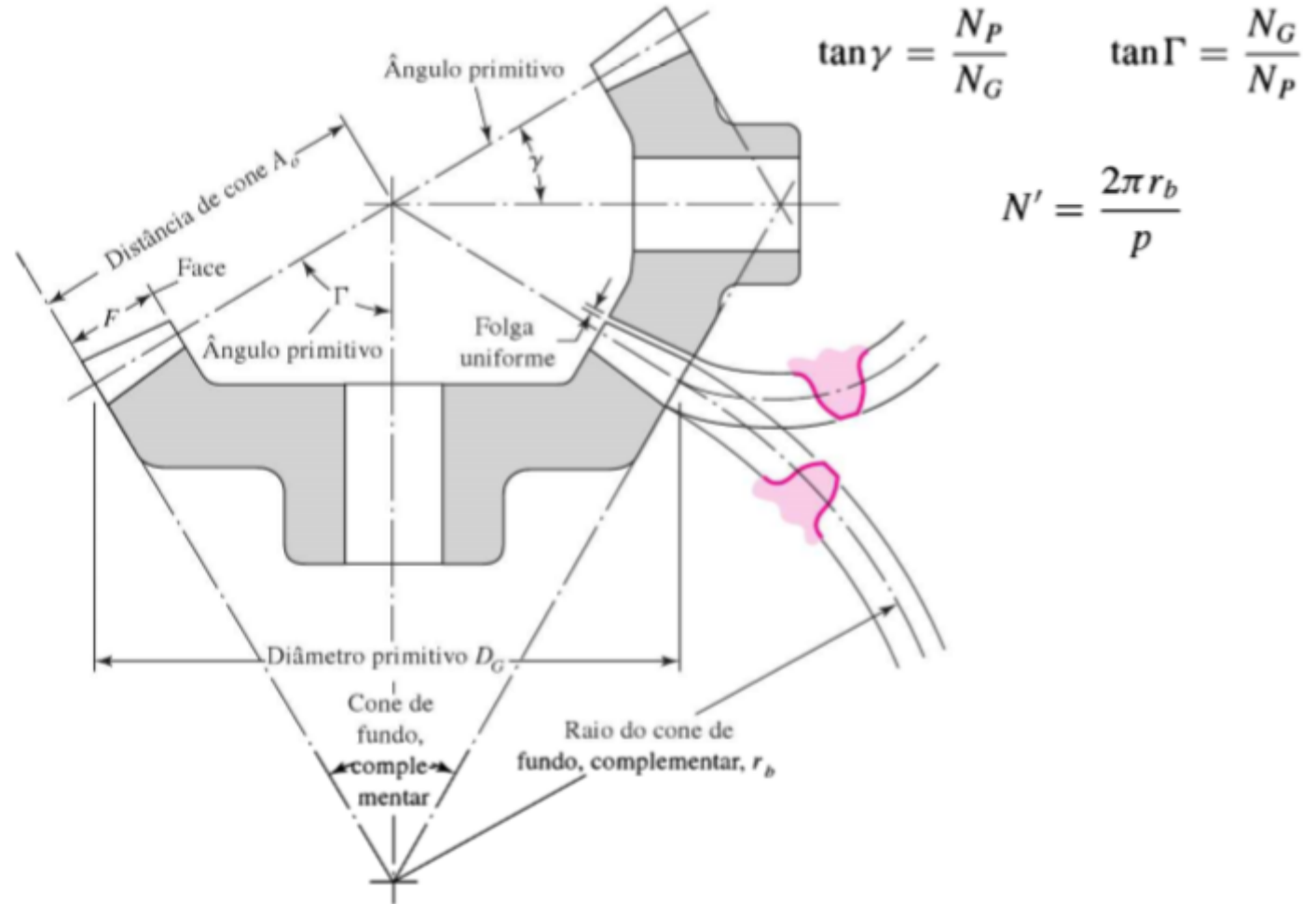
Módulo



Módulos usados em transmissões

1,5 a 5 mm

Engrenagens cônicas



Engrenagens helicoidais com eixos paralelos

$$N' = \frac{N}{\cos^3 \psi}$$

N' o número virtual de dentes

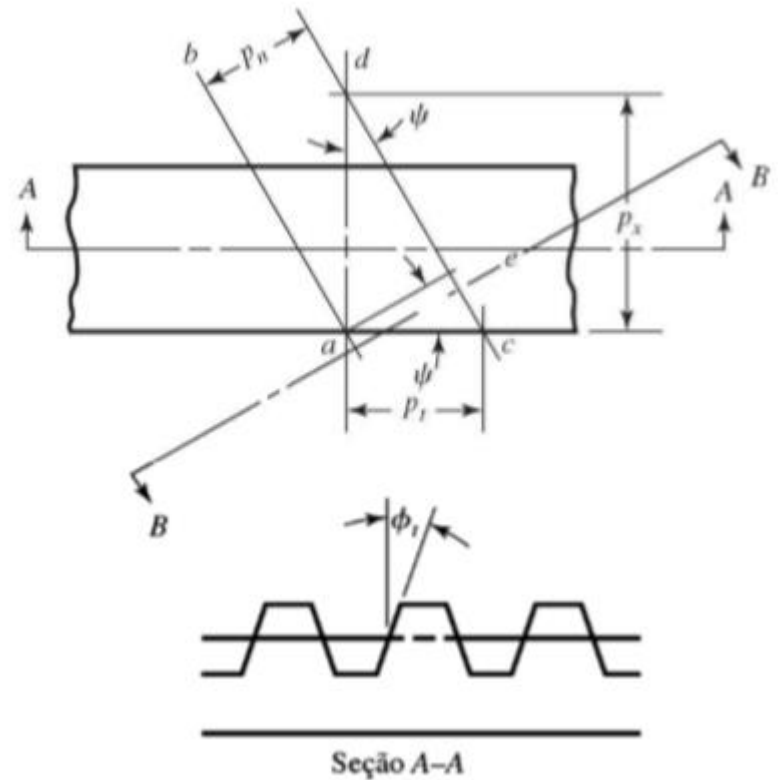
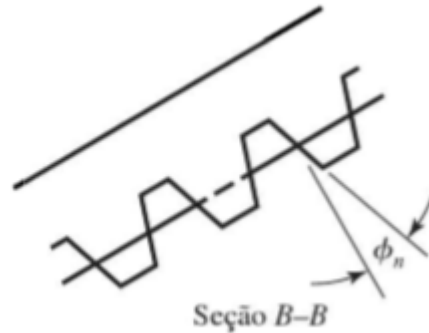
N o número real de dentes.

$$\phi_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right)$$

$$p_n = p_t \cos \psi$$

$$p_x = \frac{p_t}{\tan \psi}$$

$$P_n = \frac{P_t}{\cos \psi} \quad (p_n P_n = \pi)$$



Interferência

Menor número de dentes do pinhão para relação de transmissão igual a 1

$$N_P = \frac{2k \cos \psi}{3 \operatorname{sen}^2 \phi_t} \left(1 + \sqrt{1 + 3 \operatorname{sen}^2 \phi_t} \right)$$

Se $m_G = N_G/N_P = m$,

$$N_P = \frac{2k \cos \psi}{(1 + 2m) \operatorname{sen}^2 \phi_t} \left[m + \sqrt{m^2 + (1 + 2m) \operatorname{sen}^2 \phi_t} \right]$$

Maior número de dentes da coroa para um pinhão especificado

$$N_G = \frac{N_P^2 \operatorname{sen}^2 \phi_t - 4k^2 \cos^2 \psi}{4k \cos \psi - 2N_P \operatorname{sen}^2 \phi_t}$$

Menor número de dentes do pinhão de uma cremalheira

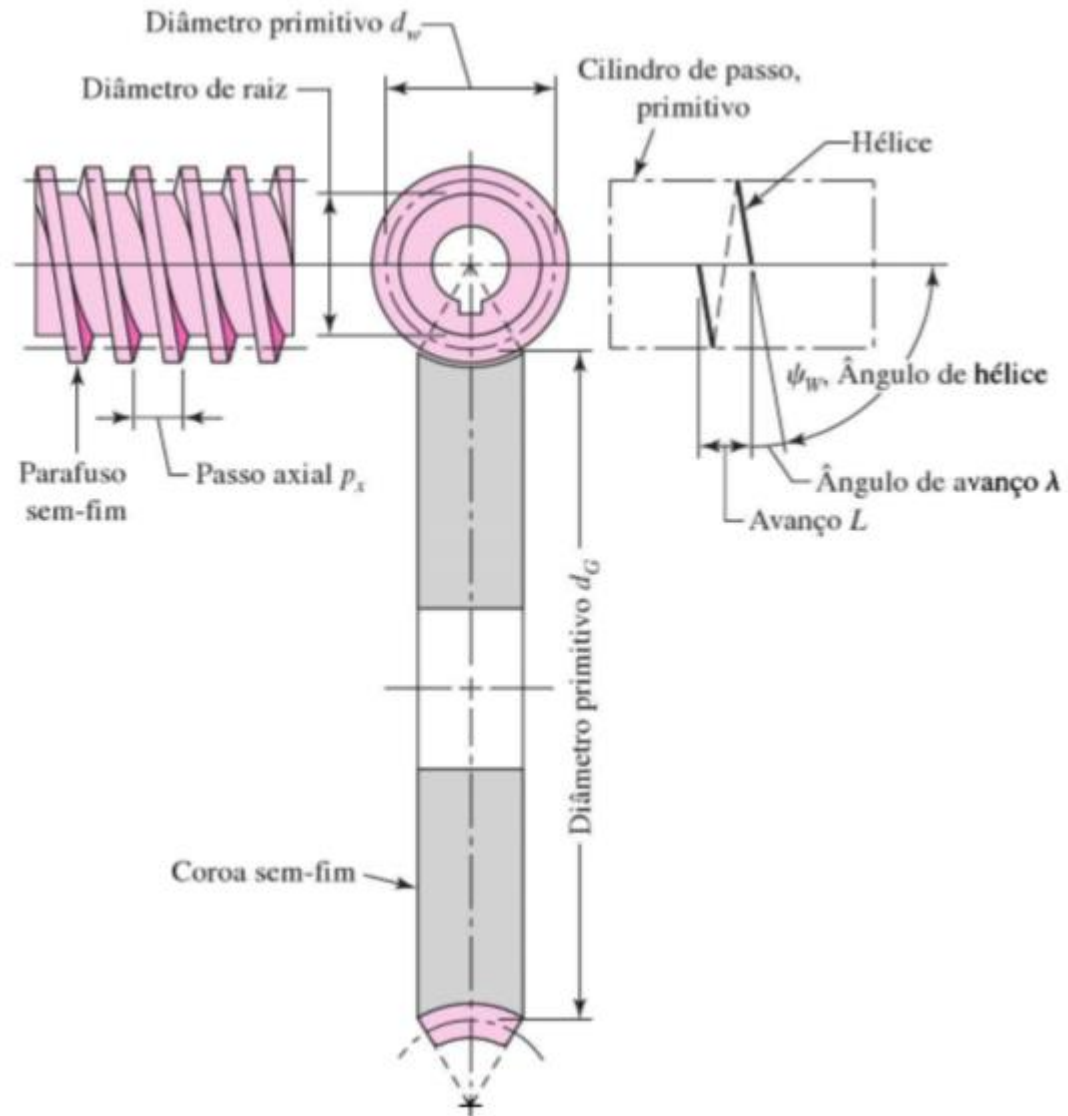
$$N_P = \frac{2k \cos \psi}{\operatorname{sen}^2 \phi_t}$$

Parafuso sem-fim

$$d_G = \frac{N_G p_t}{\pi}$$

$$L = p_x N_W$$

$$\tan \lambda = \frac{L}{\pi d_W}$$



Sistemas de dentes padronizados

Engrenagens cilíndricas de dentes retos

Sistema de dente	Ângulo de pressão ϕ , graus	Adendo a	Dedendo b
Profundidade completa	20	$1m$	$1,25m$
	$22\frac{1}{2}$	$1m$	$1,35m$
			$1,25m$
	25	$1m$	$1,35m$
Curto	20	$0,8m$	$1,25m$
			$1,35m$

Módulos

Preferidos	1, 1,25, 1,5, 2, 2,5, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50
Próxima escolha	1,125, 1,375, 1,75, 2,25, 2,75, 3,5, 4,5, 5,5, 7, 9, 11, 14, 18, 22, 28, 36, 45

Engrenagens cônicas de dentes retos a 20°

Item	Fórmula										
Profundidade de trabalho	$h_k = 2,0 m$										
Folga	$c = 0,188 m + 0,05 \text{ mm}$										
Adendo da engrenagem	$a_G = 0,54 m + \frac{0,46 m}{(m_{90})^2}$										
Razão de engrenamento	$m_G = N_G / N_P$										
Razão equivalente de 90°	$m_{90} = m_G$ quando $\Gamma = 90$										
	$m_{90} = \sqrt{m_G \frac{\cos \gamma}{\cos \Gamma}}$ quando $\Gamma \neq 90$										
Largura de face	$F = \frac{A_0}{3}$ ou $F = 10 m$, o que for menor										
Número mínimo de dentes	<table border="1"> <tr> <td>Pinhão</td> <td>16</td> <td>15</td> <td>14</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>Coroa</td> <td>16</td> <td>17</td> <td>20</td> <td>30</td> </tr> </table>	Pinhão	16	15	14	13	Coroa	16	17	20	30
Pinhão	16	15	14	13							
Coroa	16	17	20	30							

Engrenagens helicoidais

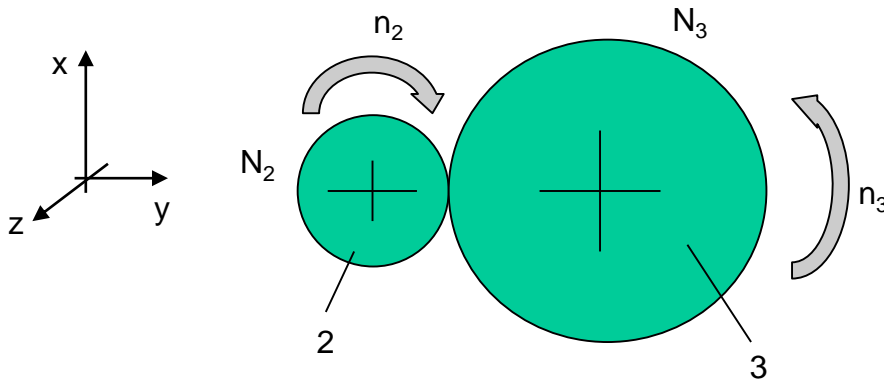
Quantidade	Fórmula	Quantidade	Fórmula
Adendo	$1,0 m_n$	Engrenagens externas:	
Dedendo	$1,25 m_n$	Distância padrão entre centros	$\frac{D + d}{2}$
Diâmetro primitivo do pinhão	$\frac{N_p m_n}{\cos \psi}$	Diâmetro externo da coroa	$D + 2a$
Diâmetro primitivo da coroa	$\frac{N_G m_n}{\cos \psi}$	Diâmetro externo do pinhão	$d + 2a$
Espessura de dente no arco normal	$\pi m_n - \frac{B_n}{2}$	Diâmetro de raiz da coroa	$D - 2b$
Diâmetro da base do pinhão		Diâmetro de raiz do pinhão	$d - 2b$
		Engrenagens internas:	
Diâmetro da base do pinhão	$D \cos \phi_t$	Distância entre centros	$\frac{D - d}{2}$
Ângulo da hélice de base	$\tan^{-1} (\tan \psi \cos \phi_t)$	Diâmetro interno	$D - 2a$
		Diâmetro de raiz	$D + 2b$

[†] B_n é a folga normal.

Parafuso sem-fim

Ângulo de avanço λ , grau	Ângulo de pressão ϕ_n , grau	Adendo a	Dedendo b_G
0–15	$14\frac{1}{2}$	$0,3683p_x$	$0,3683p_x$
15–30	20	$0,3683p_x$	$0,3683p_x$
30–35	25	$0,2865p_x$	$0,3314p_x$
35–40	25	$0,2546p_x$	$0,2947p_x$
40–45	30	$0,2228p_x$	$0,2578p_x$

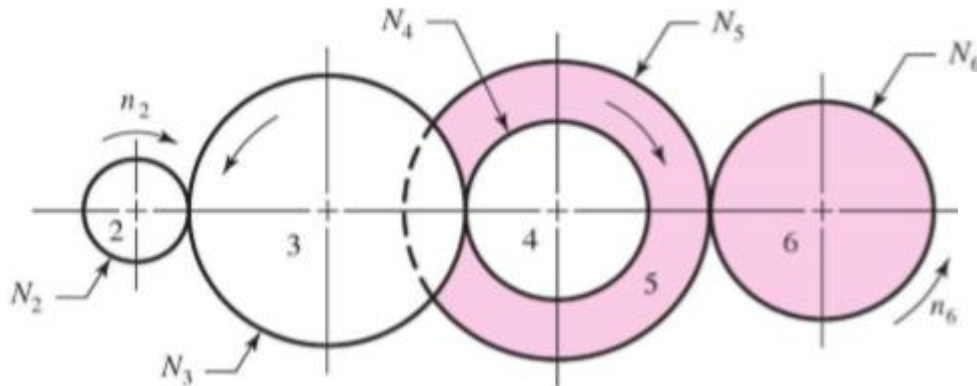
Trens de engrenagens



$$\frac{n_3}{n_2} = \frac{N_2}{N_3} = \frac{d_2}{d_3}$$

$$n_3 = \left| \frac{N_2}{N_3} n_2 \right| = \left| \frac{d_2}{d_3} n_2 \right|$$

Regra da mão direita – Sentido horário é negativo



$$n_6 = -\frac{N_2 N_3 N_5}{N_3 N_4 N_6} n_2$$

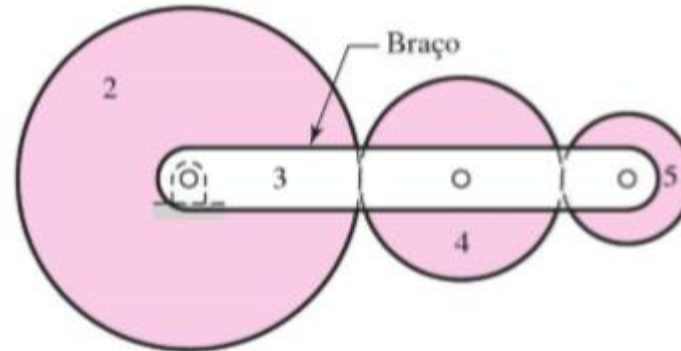
$$e = \frac{\text{produto de número de dentes motores}}{\text{produto de número de dentes movidos}}$$

$$n_L = e n_F$$

n_L = número de dentes da última engrenagem

n_F = número de dentes da primeira engrenagem

Engrenagens planetárias



$$n_{23} = n_2 - n_3$$

$$e = \frac{n_L - n_A}{n_F - n_A}$$

$$n_{53} = n_5 - n_3$$

$$\frac{n_{53}}{n_{23}} = \frac{n_5 - n_3}{n_2 - n_3}$$

n_F = rev/min da primeira engrenagem no trem planetário

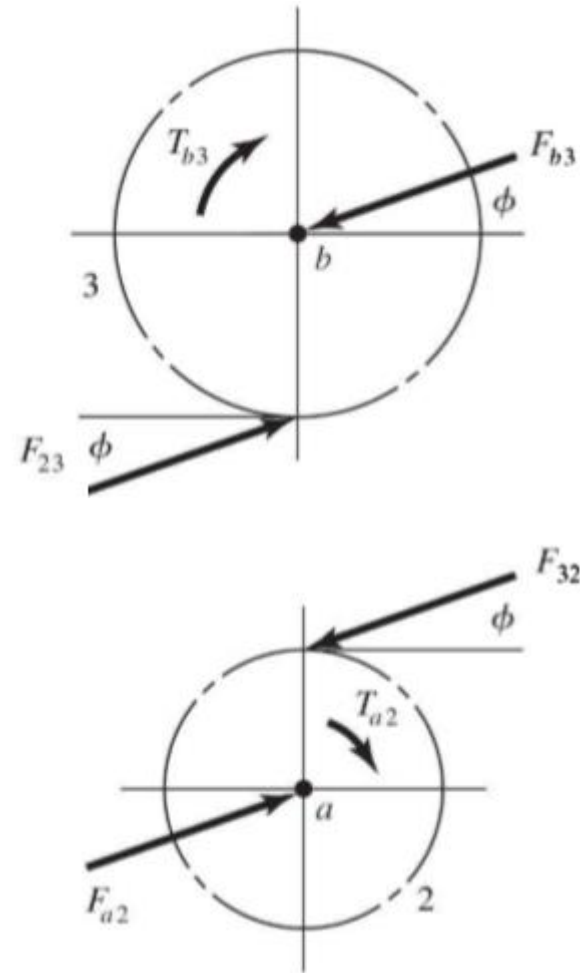
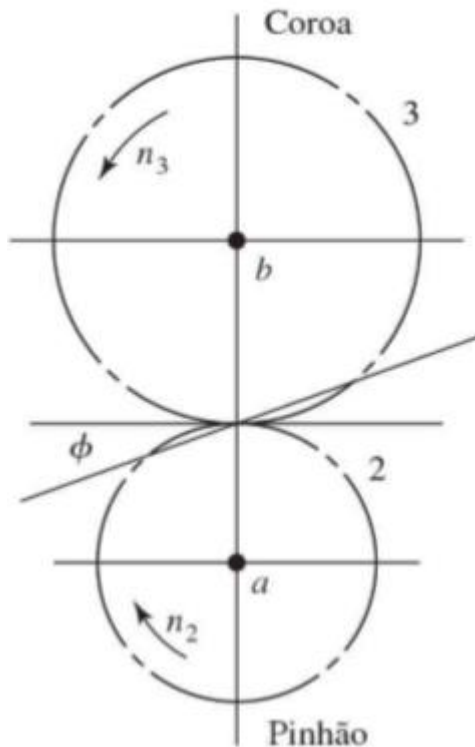
n_L = rev/min da última engrenagem no trem planetário

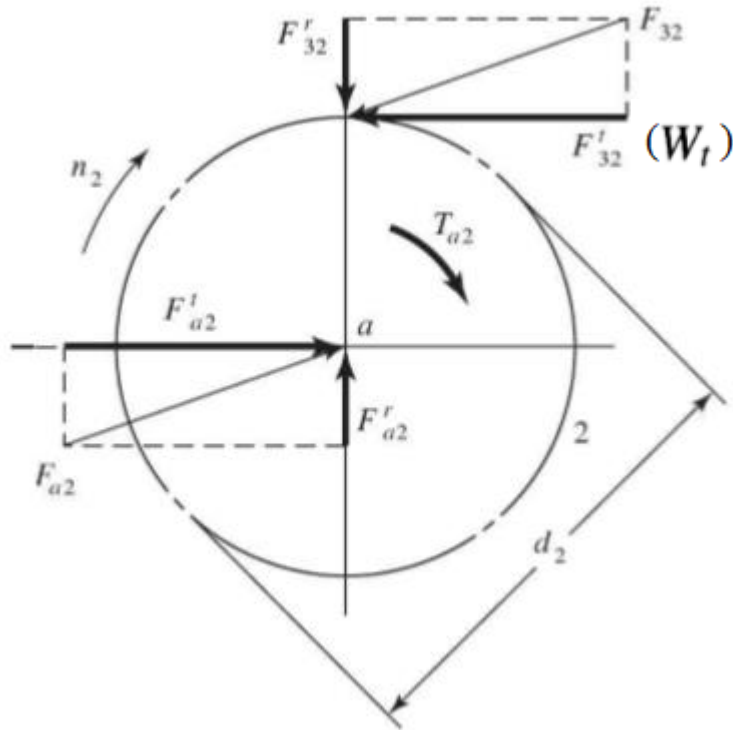
n_A = rev/min do braço

$$e = \frac{n_5 - n_3}{n_2 - n_3}$$

Análise de forças

1. Engrenagens cilíndricas de dentes retos





$$W_t = \frac{60000H}{\pi d n}$$

W_t = carga transmitida, kN

H = potência, kW

d = diâmetro da engrenagem, mm

n = rotação, rev/min

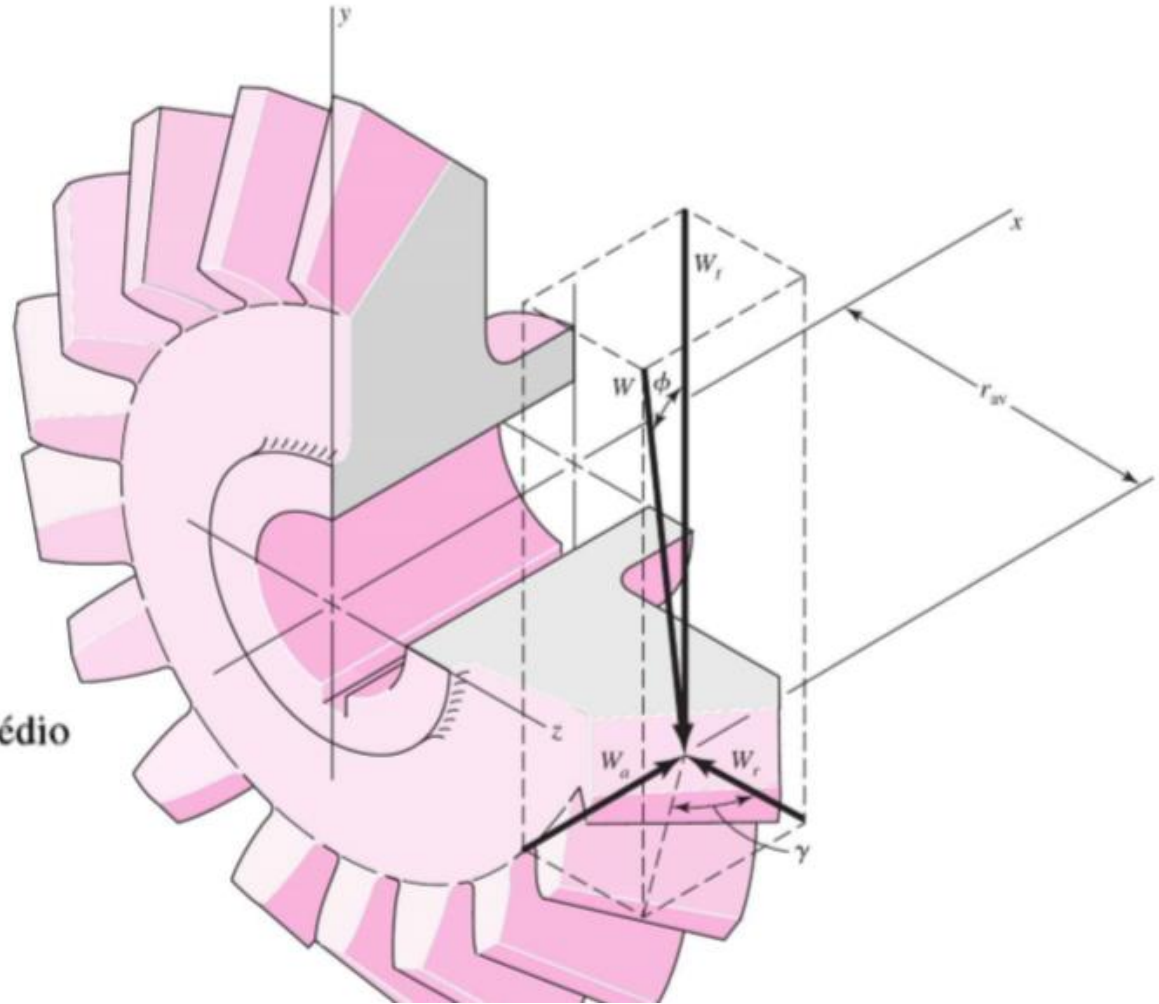
1. Engrenagens cônicas de dentes retos

$$W_t = \frac{T}{r_{av}}$$

$$W_r = W_t \tan \phi \cos \gamma$$

$$W_a = W_t \tan \phi \operatorname{sen} \gamma$$

T é o torque
 r_{av} é o raio primitivo no ponto médio



2. Engrenagens helicoidais

$$W_r = W \sin \phi_n$$

$$W_t = W \cos \phi_n \cos \psi$$

$$W_a = W \cos \phi_n \sin \psi$$

$$W_r = W_t \tan \phi_t$$

$$W_a = W_t \tan \psi$$

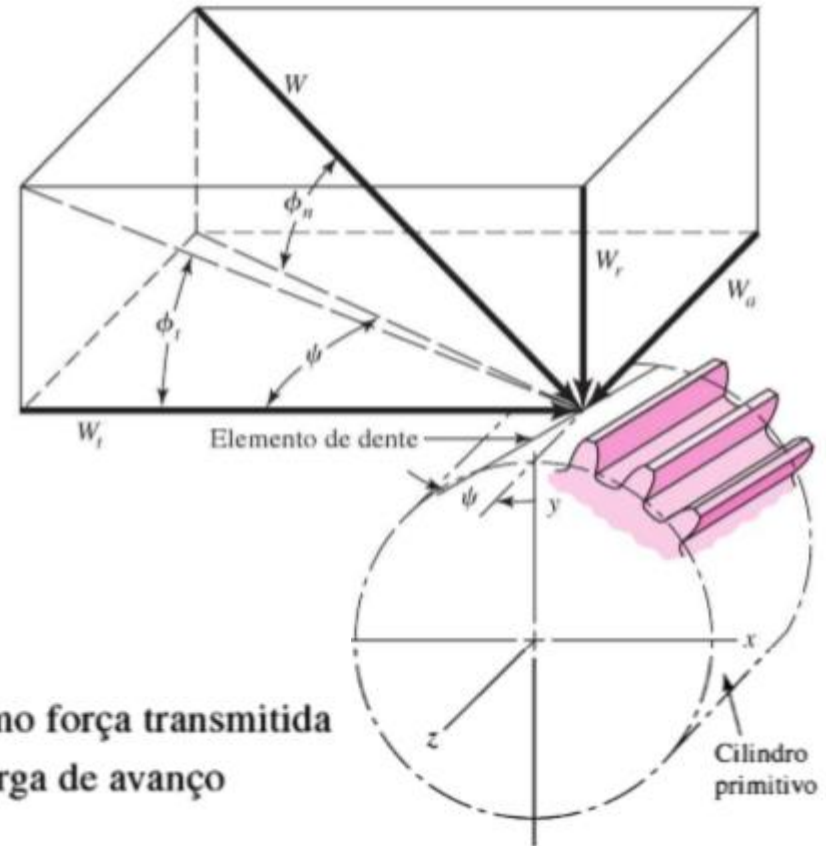
$$W = \frac{W_t}{\cos \phi_n \cos \psi}$$

W = força total

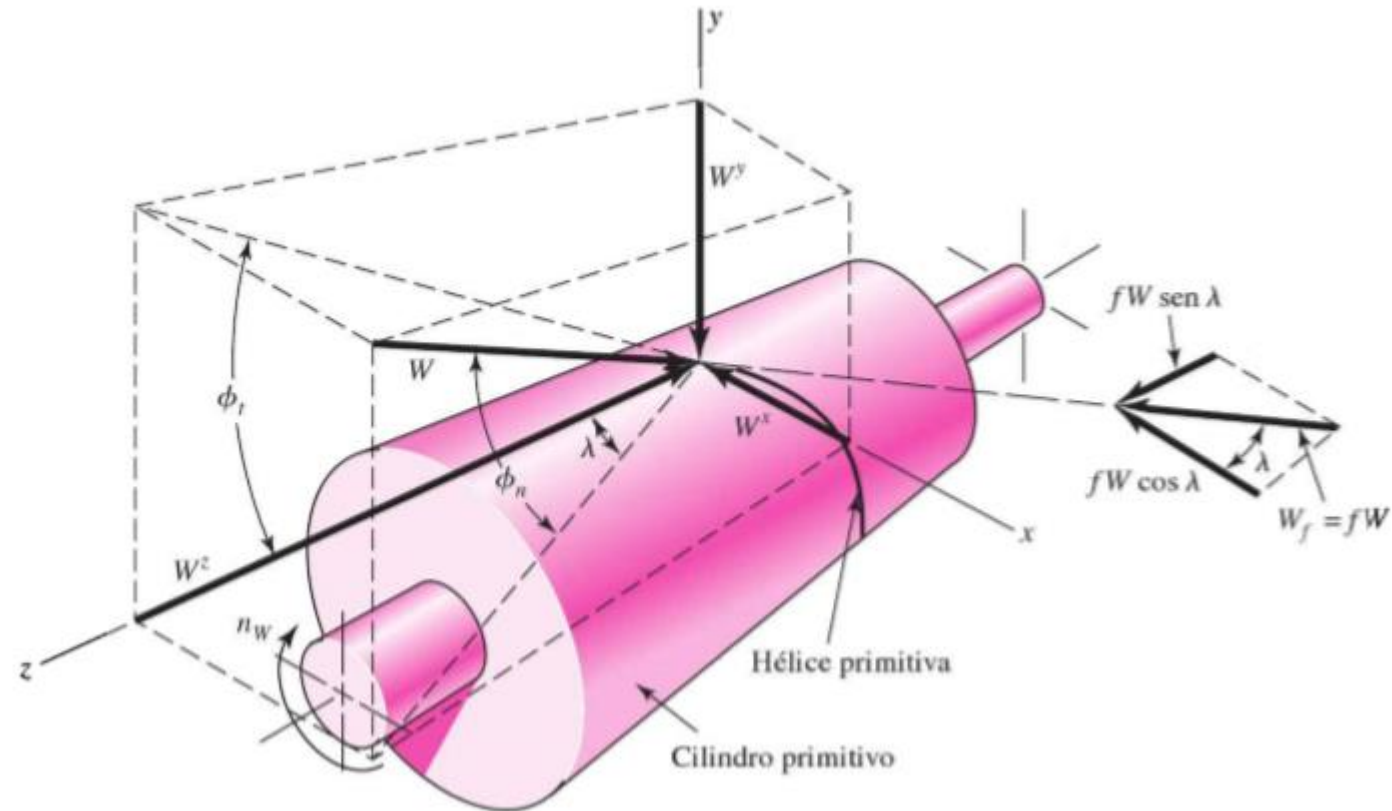
W_r = componente radial

W_t = componente tangencial, também conhecida como força transmitida

W_a = componente axial, também conhecida como carga de avanço



3. Parafuso sem fim



$$W^x = W(\cos \phi_n \sin \lambda + f \cos \lambda)$$

$$W^y = W \sin \phi_n$$

$$W^z = W(\cos \phi_n \cos \lambda - f \sin \lambda)$$

$$W_{Wt} = -W_{Ga} = W^x$$

$$W_{Wr} = -W_{Gr} = W^y$$

$$W_{Wa} = -W_{Gt} = W^z$$

$$\eta = \frac{\cos \phi_n - f \tan \lambda}{\cos \phi_n + f \cotan \lambda}$$