

O eixo propulsor de um navio opera numa faixa de 90 a 120 rpm. A instalação é composta por um motor de média rotação, de potência normal 12.000 kW a 600 rpm, acoplado ao hélice através de um redutor de razão 5/1. O motor é de 6 cilindros, 4 tempos com ordem de ignição 1,3,5,6,4,2.

Sabe-se que o conjugado absorvido pelo hélice varia com o quadrado da rotação. Sabe-se também que a relação entre a amplitude do harmônico de ordem n e o conjugado médio em cada cilindro é dada por:

$$C_n / C_0 = 1, 0/n + 0,3$$

A primeira frequência natural para vibração torcional do sistema propulsor, referida à rotação do eixo do motor, é de 1.800 cpm. Para esse modo a curva de vibrar pode ser considerada linear com as seguintes amplitudes relativas para os cilindros extremos:

$$A_1 = 1,0$$

$$A_6 = - 0,5$$

- Identificar as velocidades críticas na faixa de rotação considerada
- Determinar qual é a velocidade crítica mais perigosa

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO

Item a)

Sabe-se que uma velocidade crítica é toda rotação do motor em que a frequência de um harmônico do torque em um cilindro é igual a uma frequência natural de vibração torcional do eixo propulsor.

O hélice opera na faixa de 90 a 120 rpm. Como o redutor tem uma razão de redução de 5:1, a faixa de operação do motor vai de 450 a 600 rpm.

Como a frequência natural do primeiro modo de vibrar é de 1800 com, há duas velocidades críticas na faixa de operação do sistema propulsor:

- 90 rpm, em que o 4º harmônico do torque tem frequência de 1800 com, portanto igual a primeira frequência natural;
- 103 rpm, em que o harmônico de ordem 3,5 do torque tem frequência de 1800 com, portanto igual a primeira frequência natural;
- 120 rpm, em que o 3º harmônico do torque tem frequência de 1800 com, portanto igual a primeira frequência natural.

Item b)

A velocidade crítica é perigosa se a energia introduzida no processo de vibração é significativa. Então, para determinar a velocidade crítica mais perigosa deve-se calcular a energia introduzida em cada velocidade.

A energia total introduzida pode ser calculada por:

$$(E.I.)_T = \sum E_{i,j}$$

em que $E_{i,j}$ é a energia introduzida no modo i pelo harmônico j atuando no grau de liberdade (disco) i .

Como estamos examinando uma condição de ressonância, deve-se considerar o caso em que $\Omega_j = \Omega_i$, ou seja a frequência do harmônico j do torque é igual a frequência natural do modo i .

Pode-se expressar $E_{i,j}$ através de:

$$E_{i,j} = \pi C_{jl} A_{li} \text{sen } \Phi_{jl}$$

em A_{li} é a amplitude de vibração do i -ésimo modo de vibração no cilindro l , C_{jl} é a amplitude do j -ésimo harmônico do torque no cilindro l ; se o motor tem funcionamento regular $C_{jl} = C_j$, ou seja a amplitude do harmônico do torque é igual em todos os cilindros.

Como visto no desenvolvimento do capítulo 7, pode-se mostrar que na condição de ressonância, em que a energia introduzida é máxima, a energia total introduzida pelo harmônico j sobre o modo i , pode ser calculada por:

$$E_{ji} = \pi C_j \sum_v A_{li}$$

onde \sum_v indica uma somatória vetorial de A_{li} construída usando os ângulos de fase dos harmônicos de ordem j do torque em cada cilindro

Esta expressão só se aplica se a amplitude do harmônico é igual em todos os cilindros

Os valores (relativos) de A_{li} são obtidos da curva de vibração do modo i .

b1) Operação a 90 rpm do hélice

Objetivo: Construção do diagrama vetorial das amplitudes de vibração sob efeito do 4º harmônico do torque.

A Figura 1 mostra o esquema da instalação propulsora, o modelo para estudo da vibração torcional do sistema propulsor e a curva do primeiro modo de vibrar.

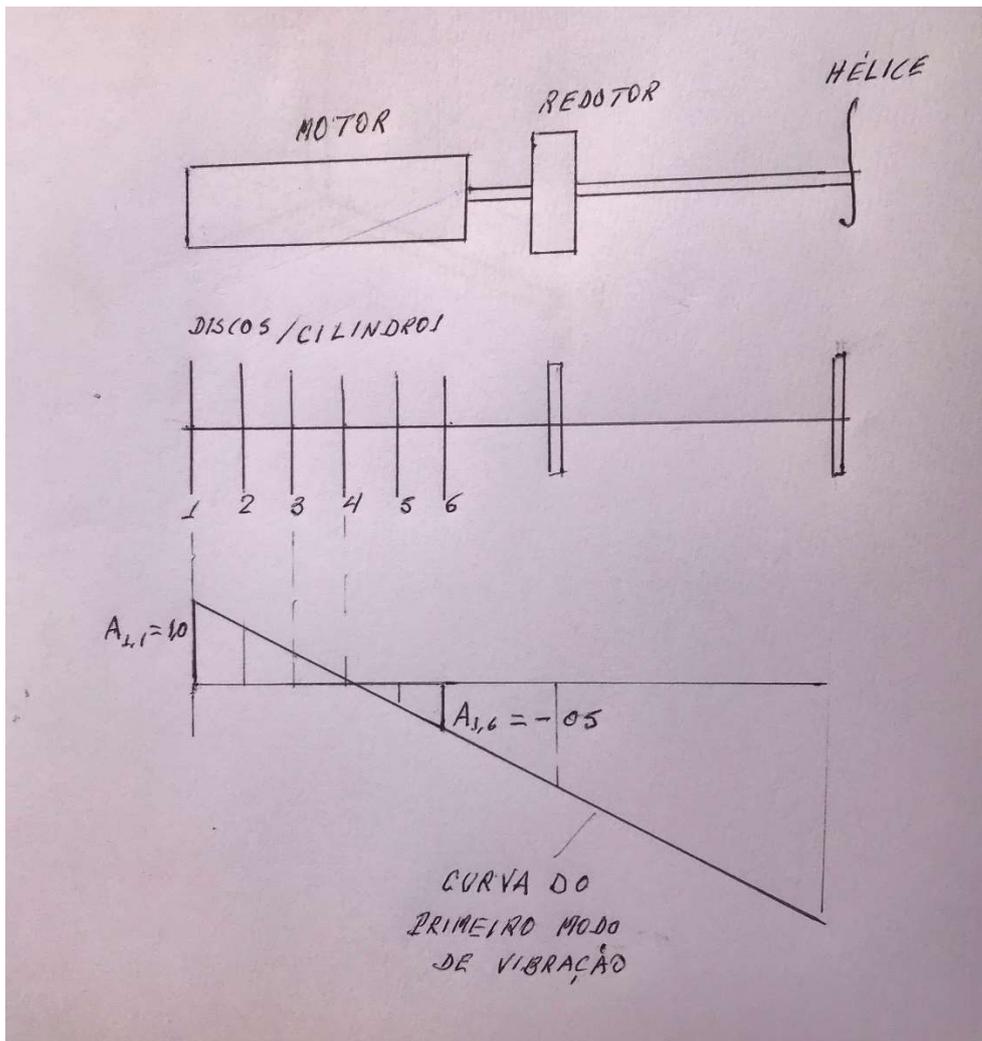


Figura 1 Arranjo da instalação propulsora; Modelo para estudo de vibração torcional; Curva de vibração do primeiro modo

A partir desta figura podemos obter os valores das amplitudes, dado que a curva é linear e que são conhecidos os valores de A_{11} e A_{61} . Temos:

$$A_{11} = 1,0; \quad A_{21} = 0,7; \quad A_{31} = 0,4; \quad A_{41} = 0,1; \quad A_{51} = -0,2; \quad A_{61} = -0,5$$

O outro conjunto de dados que precisamos para a construção do diagrama são os ângulos de defasagem dos vetores. Sabemos que devemos usar os ângulos de defasagem do 4º harmônico do torque nos diversos cilindros. Esta defasagem é 4 vezes a defasagem fundamental do torque nos cilindros.

A defasagem fundamental do torque nos cilindros é igual a defasagem das manivelas do motor. Como o motor é de 4 tempos a defasagem entre 2 cilindros com ignições consecutivas é:

$$\alpha_g = 360 \times 2 / 6 = 120 \text{ graus}$$

e

$$\alpha_4 = 480 \text{ graus} = 360 + 120$$

A ordem de ignição do motor é 1,3,5,6,4,2. Portanto, o arranjo de manivelas é dado na Figura 2.

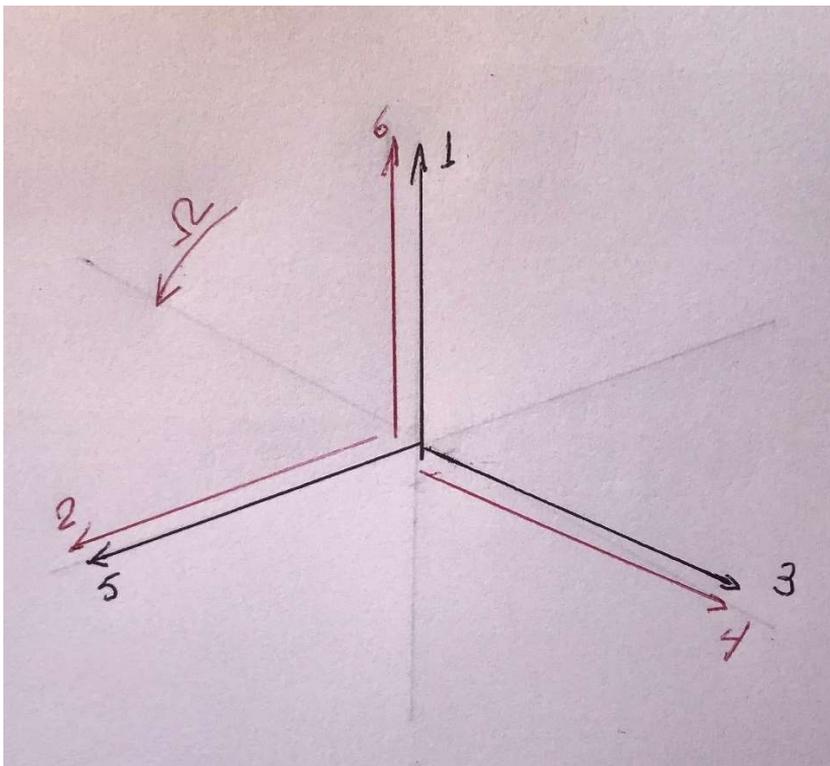


Figura 2 Arranjo de manivelas do motor

Pode-se, então, construir o diagrama dos vetores A_{li} , conforme mostrado na Figura 3; observar a seguinte ordem dos vetores

$$A_{11} - \text{zero graus}; \quad A_{31} - 120 \text{ graus} \quad A_{51} - 240 \text{ graus}$$

$$A_{61} - \text{zero graus}; \quad A_{41} - 120 \text{ graus} \quad A_{21} - 240 \text{ graus}$$

Pelo diagrama da Figura 3 conclui-se que a resultante dos vetores é nula. Desta forma, a energia introduzida pelo 4º harmônico do torque é nula e 90 rpm é uma velocidade crítica não perigosa.

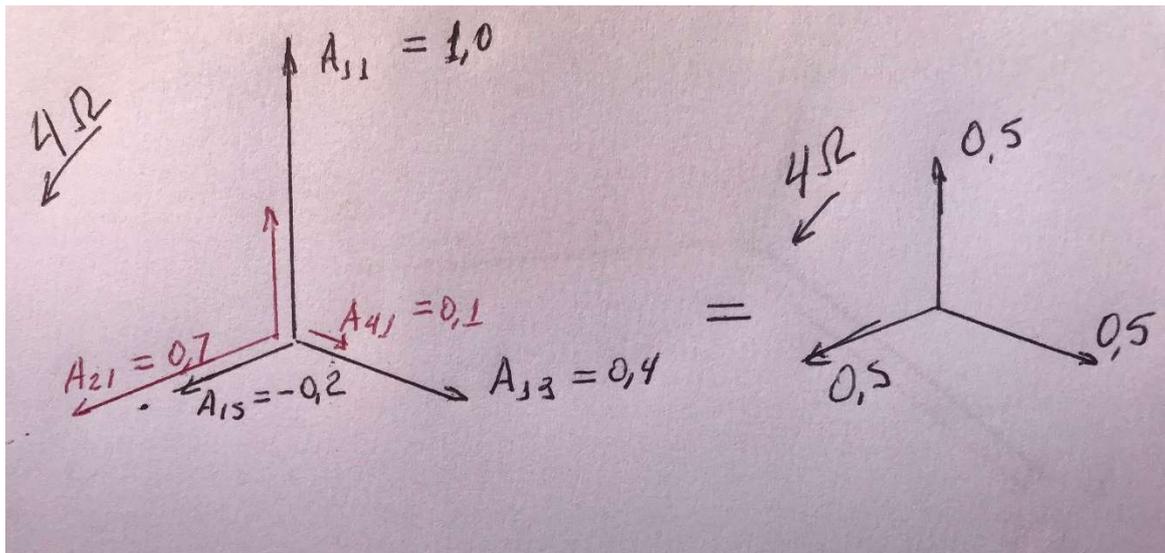


Figura 3 - Diagrama vetorial com as amplitudes de vibração, considerando a defasagem do 4º harmônico do torque

b2) Operação a 103 rpm do hélice

Objetivo: Construção do diagrama vetorial das amplitudes de vibração sob efeito do harmônico de ordem 3,5 do torque

Os valores das amplitudes são os mesmos utilizados na análise da operação a 90 rpm.

$$A_{11} = 1,0; \quad A_{21} = 0,7; \quad A_{31} = 0,4; \quad A_{41} = 0,1; \quad A_{51} = -0,2; \quad A_{61} = -0,5$$

Mas os ângulos de defasagem dos vetores são diferentes. Sabemos que devemos usar os ângulos de defasagem do harmônico de ordem 3,5 do torque nos diversos cilindros. Esta defasagem é 3,5 vezes a defasagem fundamental do torque nos cilindros.

$$\alpha_{3,5} = 3,5 \times 120 = 420 \text{ graus} = 360 + 60$$

Pode-se, então, construir o diagrama dos vetores A_{li} , conforme mostrado na Figura 4; observar a seguinte ordem dos vetores

$$A_{11} - \text{zero graus}; \quad A_{3i} - 60 \text{ graus} \quad A_{5i} - 120 \text{ graus}$$

$$A_{61} - 180 \text{ graus}; \quad A_{4i} - 240 \text{ graus} \quad A_{2i} - 300 \text{ graus}$$

Pelo diagrama da Figura 4 conclui-se que a resultante dos vetores é não nula. Desta forma, a energia introduzida pelo harmônico de ordem 3,5 do torque é significativa e 103 rpm é uma velocidade crítica perigosa.

Recomenda-se que a instalação propulsora não funcione em torno dessa rotação. A tensão de cisalhamento oscilatório atuando na parte do eixo junto ao hélice pode causar avaria por fadiga.

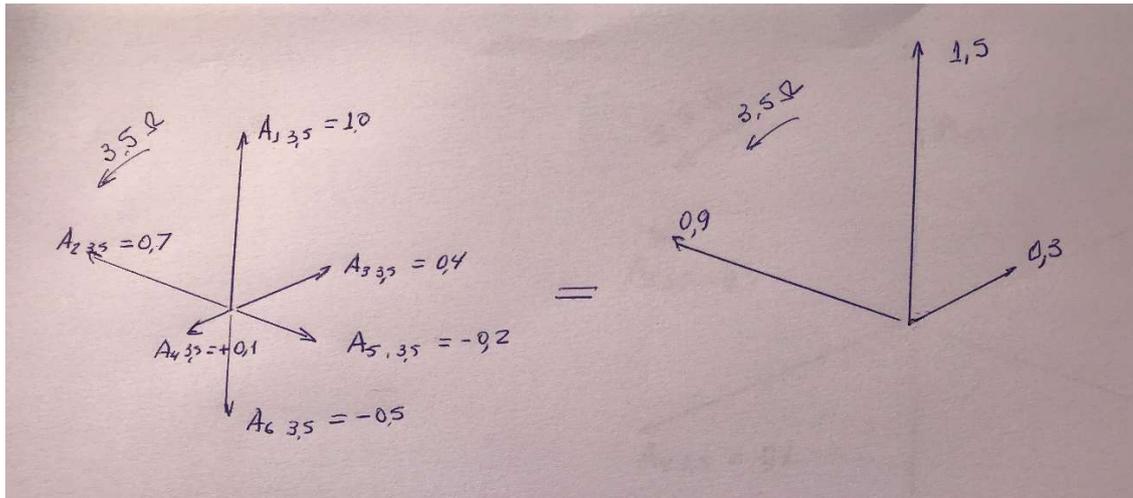


Figura 4 - Diagrama vetorial com as amplitudes de vibração, considerando a defasagem do harmônico de ordem 3,5 do torque

b3) Operação a 120 rpm do hélice

Objetivo: Construção do diagrama vetorial das amplitudes de vibração sob efeito do harmônico de ordem 3 do torque

Os valores das amplitudes são os mesmos utilizados na análise da operação a 90 rpm.

$$A_{11} = 1,0; \quad A_{21} = 0,7; \quad A_{31} = 0,4; \quad A_{41} = 0,1; \quad A_{51} = -0,2; \quad A_{61} = -0,5$$

Mas os ângulos de defasagem dos vetores são diferentes. Sabemos que devemos usar os ângulos de defasagem do harmônico de ordem 4 do torque nos diversos cilindros. Esta defasagem é 3 vezes a defasagem fundamental do torque nos cilindros.

$$\alpha_{3,5} = 3 \times 120 = 360 \text{ graus}$$

Pode-se, então, construir o diagrama dos vetores A_{li} , conforme mostrado na Figura 5; observar a seguinte ordem dos vetores

$$A_{11} - \text{zero graus}; \quad A_{31} - \text{zero graus}; \quad A_{51} - \text{zero 0 graus}$$

$$A_{61} - \text{zero graus}; \quad A_{41} - \text{zero graus}; \quad A_{21} - \text{zero graus}$$

Pelo diagrama da Figura 5 conclui-se que a resultante dos vetores é não nula. Desta forma, a energia introduzida pelo harmônico de ordem 4 do torque é significativa e 120 rpm é uma velocidade crítica perigosa.

Recomenda-se que a instalação propulsora não funcione em torno dessa rotação. A tensão de cisalhamento oscilatório atuando na parte do eixo junto ao hélice pode causar avaria por fadiga.

b4) Comparação entre as velocidades críticas 103 e 120 rpm

A energia introduzida é dada por: $E_{lji} = \pi C_j \sum_v A_{li}$

Até aqui só temos dados de $\sum_v A_{li}$ para as duas velocidades críticas. Por enquanto a maior somatória vetorial das amplitudes ocorre para a operação a 103 rpm (2,16 contra 1,5).

Em relação ao valor de C_j , sabe-se que:

$$C_n / C_0 = 1,0/n + 0,3$$

Então, temos:

$$C_3 = 0,63 C_0 \quad C_{3,5} = 0,58 C_0$$

Mas os valores de C_0 , dependem da rotação. O torque médio varia com o quadrado da rotação, ou seja:

$$C_0(120) / C_0(103) = (120/103)^2 = 1,36$$

Levando em consideração todos os fatores, chega-se a:

$$EI(120) / EI(103) = (0,63/0,58) \times (1,36) \times (1,5/2,16) = 1,03$$

Verifica-se que a diferença entre os valores de energia introduzidas nos 2 casos é muito pequena, ou seja, as duas velocidades críticas são igualmente perigosas.

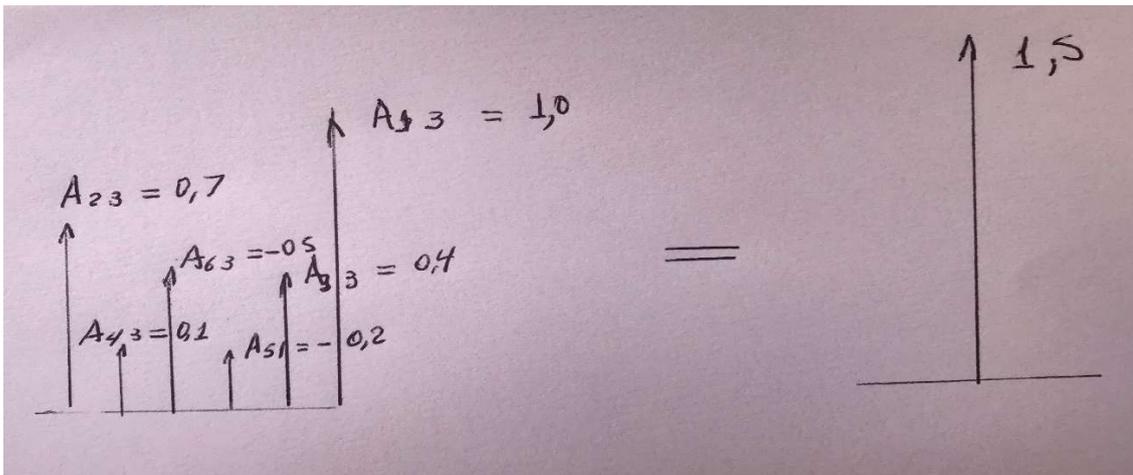


Figura 5 - Diagrama vetorial com as amplitudes de vibração, considerando a defasagem do harmônico de ordem 3 do torque