MAT0105 – Geometria Analítica

Vetores &
Coordenadas de Vetores

Profa. Ana Paula Jahn

anajahn@ime.usp.br

Coordenadas de Vetor

- ✓ Fixado um ***Sistema de Coordenadas Cartesianas*** (no plano ou no espaço)

- ✓ Assim como fizemos com pontos, um **vetor** pode ser representado por meio de **coordenadas**

- ✓ A ideia é representar o **vetor** (“deslocamento”) tomando como base o sistema de coordenadas fixado:

  - ✓ “decompor” esse vetor em ***deslocamentos*** em ***relação aos eixos***

Vetor associado a um ponto

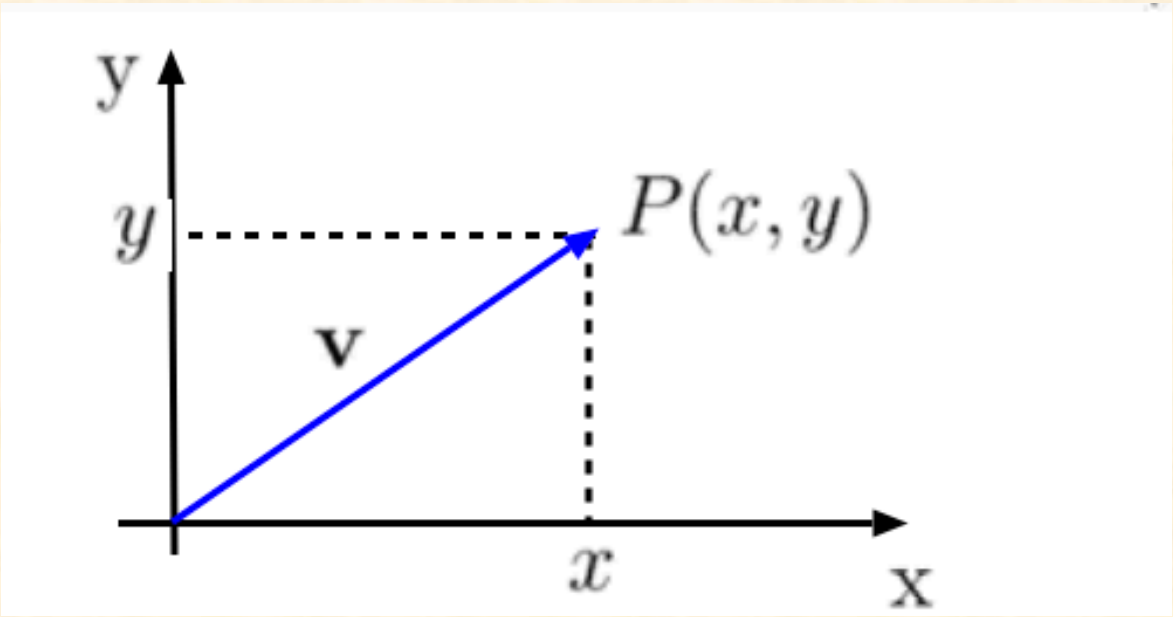
Quando o **representante do vetor** tem sua origem na origem do sistema, isto é, no ponto *O* de coordenadas (0,0).

O **vetor** é determinado pelo ponto extremo do segmento de reta orientado que o representa.

Com isso, as **coordenadas do vetor** são as **coordenadas de seu ponto extremidade.**

O ponto $P = (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ está associado ao vetor $\vec{\boldsymbol{v}} = \overrightarrow{\boldsymbol{OP}}$

e escreve-se $\vec{\boldsymbol{v}} = (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$.



$P = (x, y)$ e

$\overrightarrow{OP} = (x, y)$

Ponto – Par ordenado – Vetor
(E^2 $\leftrightarrow$ IR^2 $\leftrightarrow$ V^2)

Objetos **diferentes**,
mas **representados da mesma forma**
(em termos de coordenadas)

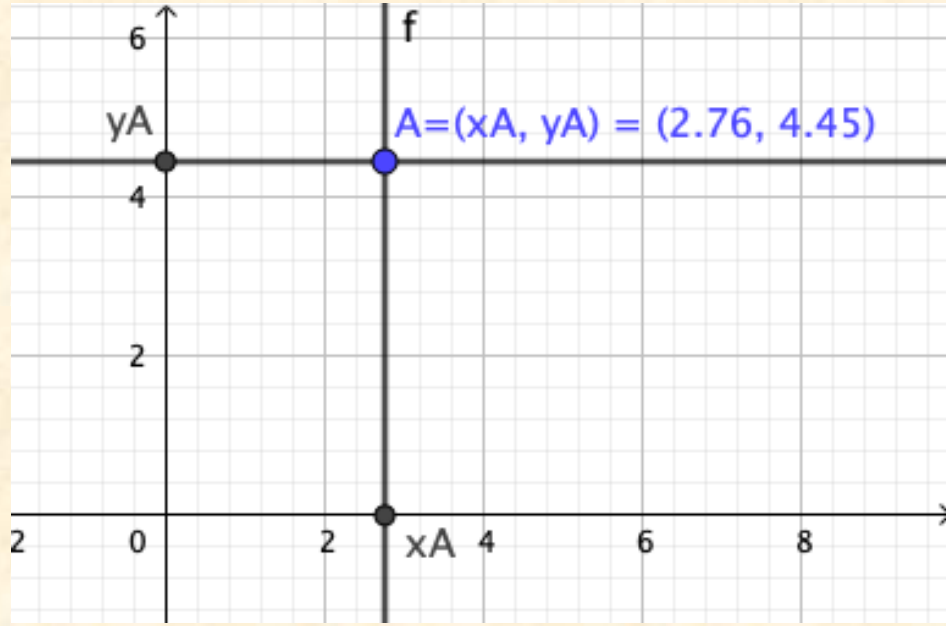
$$\overrightarrow{OP} = (x, y) = P$$

Idem para o **espaço**: $\overrightarrow{OP} = (x, y, z) = P$

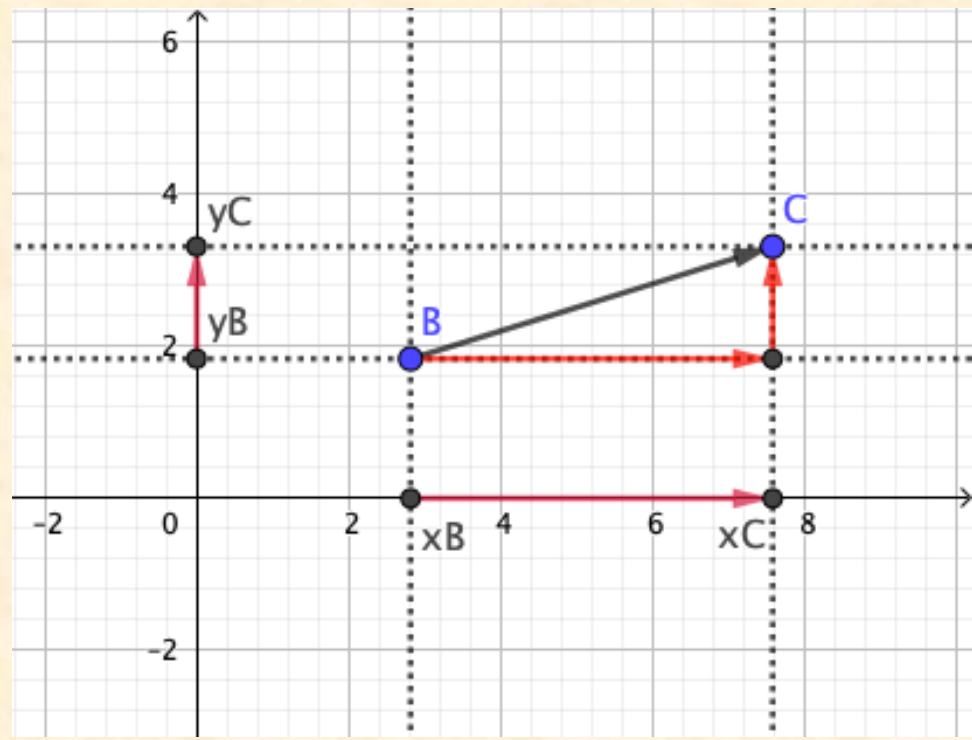
Relembrando

Quando escrevemos $\mathbf{v} = \overrightarrow{AB}$, estamos afirmando que o vetor $\mathbf{v}$ é determinado pelo segmento orientado AB de origem A e extremidade B. Porém, qualquer outro segmento de mesmo comprimento, mesma direção e mesmo sentido de AB representa também o vetor $\mathbf{v}$.

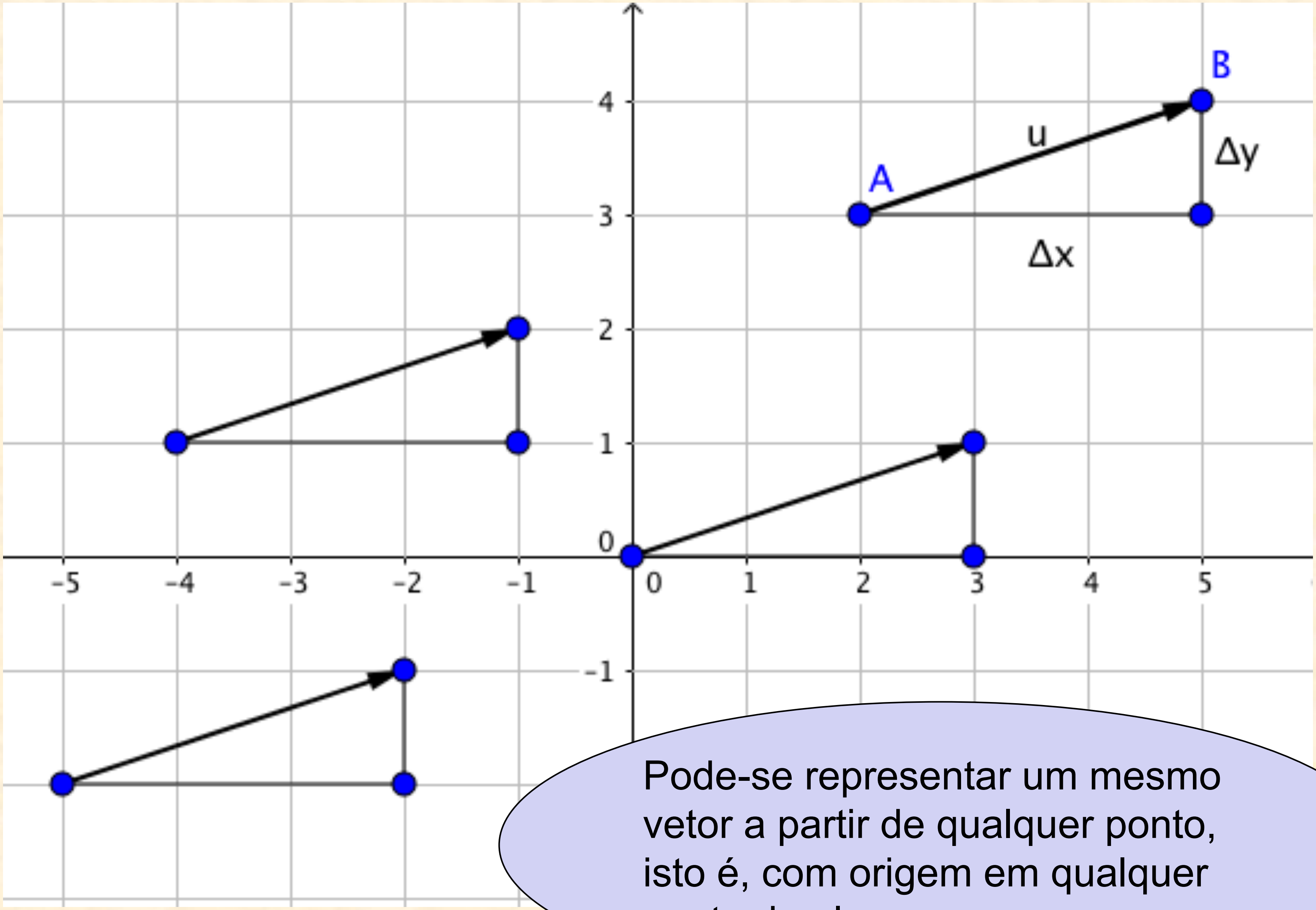
Coordenadas de pontos são visíveis nas projeções sobre os eixos



Já **coordenadas de vetores** são visíveis no **triangulo retângulo** que indica o "**transporte**" do ponto inicial para o final, em termos dos **deslocamentos na direção** do **eixo *OX*** e na **direção** do **eixo *OY***.



Exemplo: vetor $\vec{u} = (3, 1)$



Pode-se representar um mesmo vetor a partir de qualquer ponto, isto é, com origem em qualquer ponto do plano.

Vetores por dois pontos

- ✓ Dado um vetor $\vec{\boldsymbol{v}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$
- ✓ Conhecendo as coordenadas dos pontos origem e extremidade do representante do vetor:

$$A = (x_A, y_A) \text{ e } B = (x_B, y_B)$$

como obter as coordenadas do vetor?

$$\vec{\boldsymbol{v}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = (x_B - x_A, y_B - y_A)$$

$$\vec{\boldsymbol{v}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = B - A$$

Vetor definido por dois pontos distintos

Se $\overline{OP}$ e $\overline{AB}$ são segmentos de reta "equipolentes", então representam o mesmo vetor:

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{AB} = \vec{u}$$

Seja $\overrightarrow{AB}$ um representante do vetor $\vec{u}$, com origem em A e extremidade em B. E sejam os vetores $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$. Tem-se:

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$$

Logo, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = B - A$.

Fixado OXY, em termos de coordenadas:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (x_B, y_B) - (x_A, y_A) = (x_B - x_A, y_B - y_A)$$

Pode-se escrever:

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$$

$$A + \overrightarrow{AB} = B$$

(“*soma de ponto com vetor*”)

Em palavras: “Em *A*, acrescentando-se o vetor $\overrightarrow{AB}$, chega-se em *B*”
Ou:
“O vetor $\overrightarrow{AB}$ **transporta** o ponto *A* até o ponto *B.*”

Equivalências algébricas para operações com Vetores

Igualdade

$$(x, y) = (x', y') \Leftrightarrow x = x' \text{ e } y = y'$$

Adição

$$(x, y) + (x', y') = (x + x', y + y')$$

Subtração

$$(x, y) - (x', y') = (x - x', y - y')$$

Multiplicação por escalar

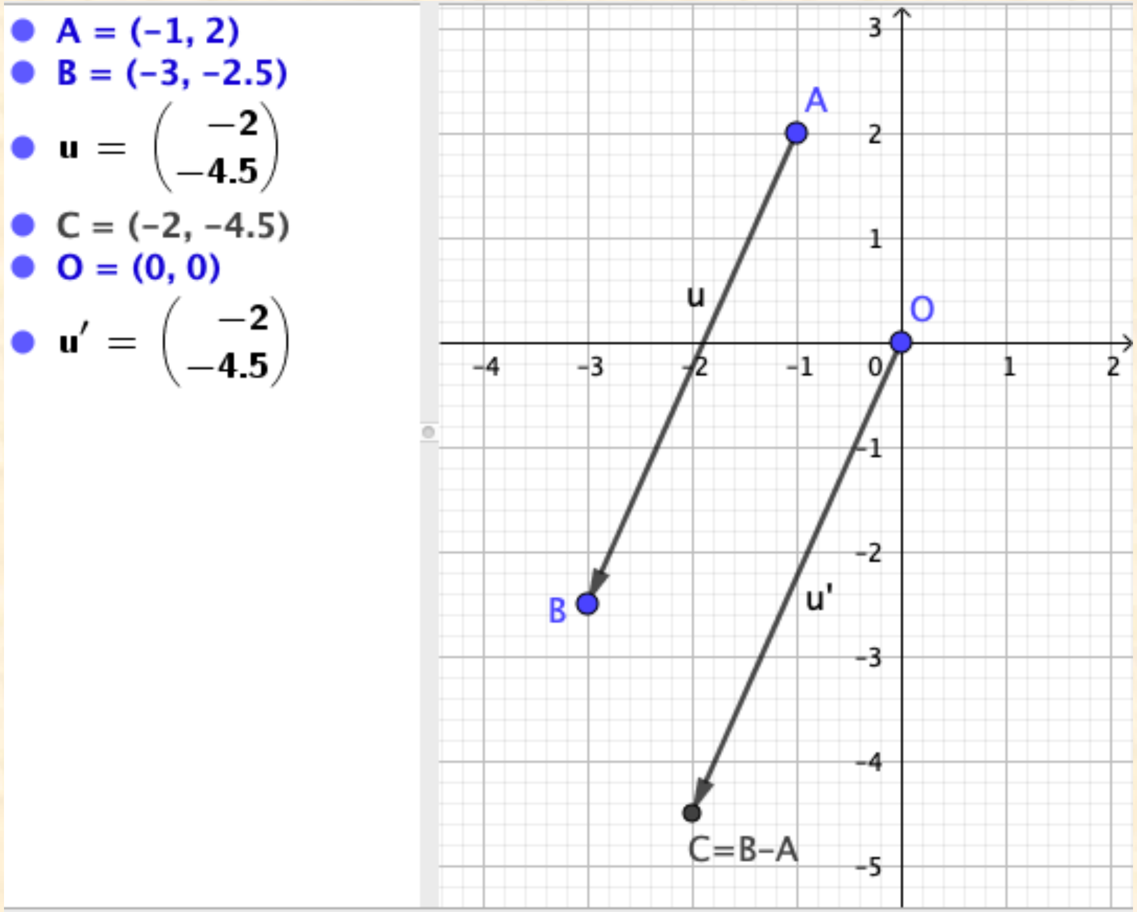
$$k(x, y) = (kx, ky)$$

Exemplo

1) As coordenadas do vetor $\vec{u}$ de origem em

$A = (-1{,}2)$ e extremidade em $B = (-3, -5/2)$ são:

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = B - A = \left(-3 - (-1), -\frac{5}{2} - 2\right) = \left(-1, -\frac{9}{2}\right)$$



Observe que a operação *B-A* resulta no extremo *C* do representante do vetor $\vec{u}$ com origem na origem do sistema *O*=(0,0).