Aula de revisão de conceitos

Teorema de Transporte de Reynolds

$$\boxed{\frac{\mathrm{D}B_{\text{sist}}}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \rho b \,\mathrm{d}\forall + \int_{SC} \rho b \vec{V} \cdot \hat{n} \,\mathrm{d}A}$$

Conservação de massa

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \rho \,\mathrm{d}\forall + \int_{SC} \rho \vec{V} \cdot \hat{n} \,\mathrm{d}A = 0}$$

Conservação de quantidade de movimento

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \vec{V} \rho \,\mathrm{d}\forall + \int_{SC} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot \hat{n} \,\mathrm{d}A = \sum \vec{F}}$$

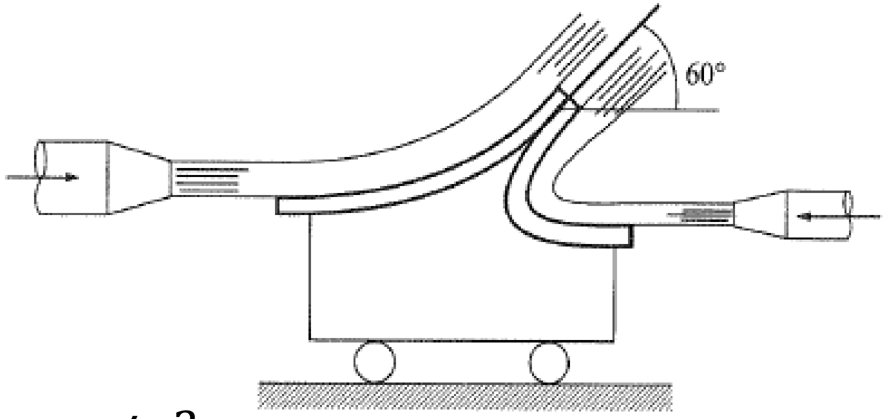
Conservação de energia

$$\boxed{\begin{aligned}\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_{\text{cis}} - \dot{W}_{\text{outros}} = \\ \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} e\rho \,\mathrm{d}\forall + \int_{SC} \left(e_i + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz\right) \rho \vec{V} \cdot \hat{n} \,\mathrm{d}A\end{aligned}}$$

$$e_i + \frac{p}{\rho} = \text{entalpia}$$

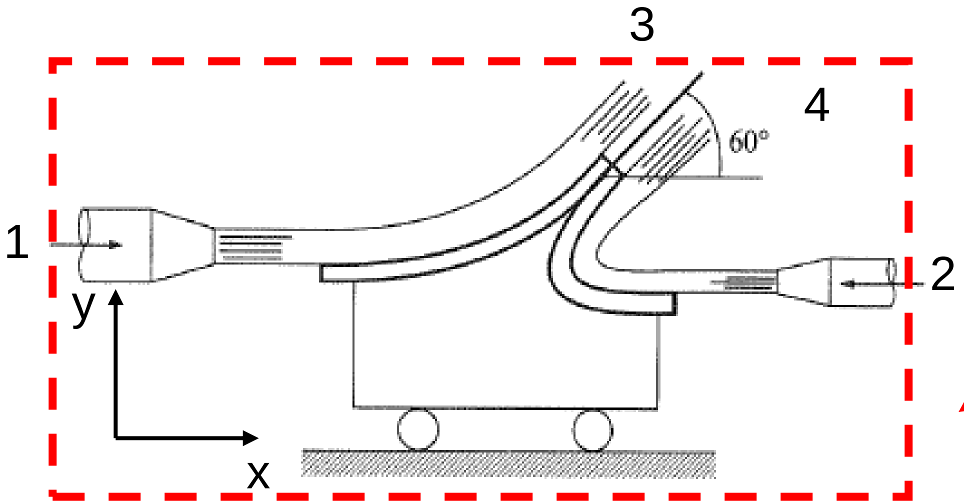
Aula de exercícios – Equação da quantidade de movimento

1 - O bocal da esquerda tem uma área de 30 cm² e lança um jato com velocidade de 10 m/s contra a pá. Sabendo que o sistema está em equilíbrio, qual é a vazão do segundo bocal e qual a velocidade do jato se a área do bocal é 10 cm²?(O fluido é água com $\gamma = 10^4 N/m^3$).



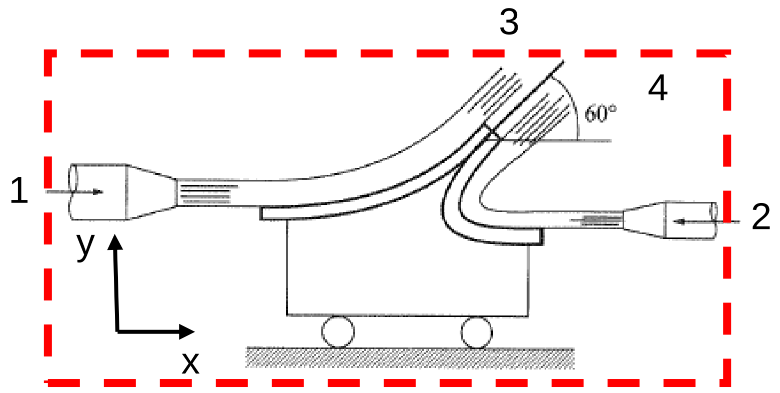
$A_1 = 30x10^{-4} m^2$ $\quad$ $A_2 = 10x10^{-4} m^2$ $\quad$ $g = 10\, m/s^2$

$v_1 = 10\, m/s$ $\quad$ $v_2 = ?$ $\quad$ $\gamma = 10^4\, N/m^3$



volume de controle

Aula de exercícios – Equação da quantidade de movimento



Aplicando a equação da conservação da quantidade de movimento no volume de controle definido:

$$m_{\forall C}\vec{a}_{\forall C} + \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\vec{V}_r \rho dV + \int_{SC}\vec{V}_r \rho \vec{V}_r \cdot \hat{n} dA = \sum \vec{F}$$

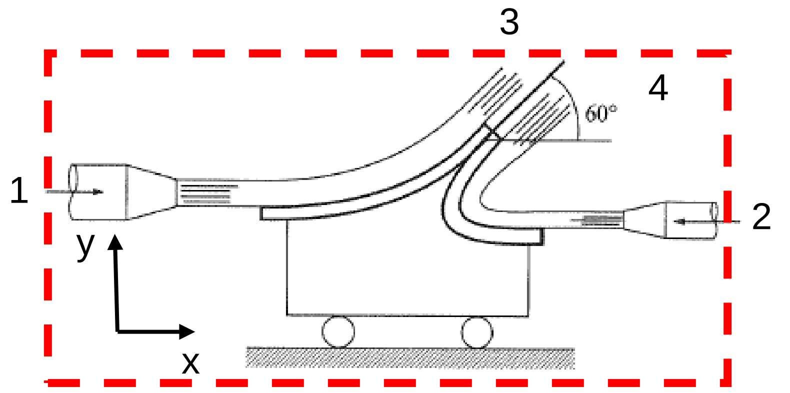
Como o sistema está em equilíbrio: $\vec{a}_{\forall C} = 0$

Para a direção x:

$$\sum \vec{F}_x = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} V_x \rho dV + \frac{\gamma}{g} v_1 A_1 v_1 - \frac{\gamma}{g} v_2 A_2 v_2 + \frac{\gamma}{g} v_1 A_1 v_1 cos60° + \frac{\gamma}{g} v_2 A_2 v_2 cos60°$$

Como o sistema está em equilíbrio: $V_{\forall C} = constante$ $\sum \vec{F}_x = 0$

Aula de exercícios – Equação da quantidade de movimento



Portanto:

$$0 = \frac{10^4}{10}(10 \times 30x10^{-4} \times 10)\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \frac{10^4}{10}(v_2 \times 10x10^{-4} \times v_2)\left(\frac{1}{2} + 1\right)$$

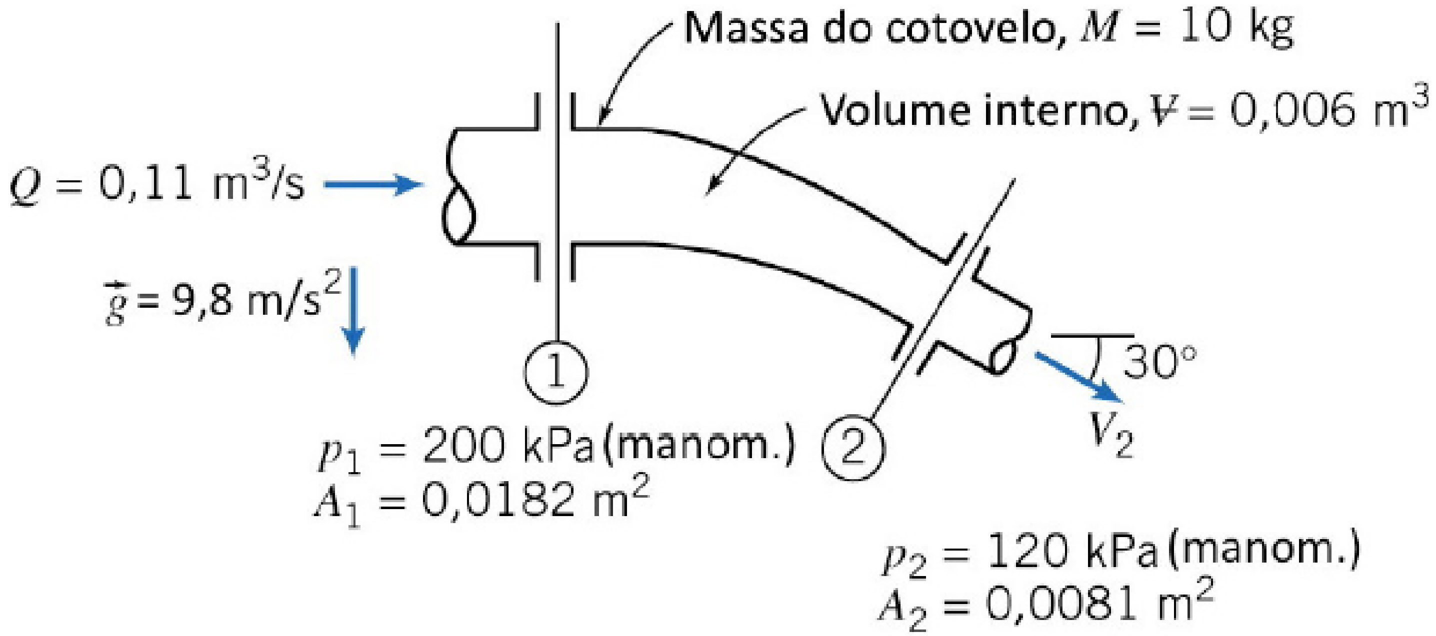
$$v_2 = 10\, m/s$$

Para o cálculo da vazão temos:

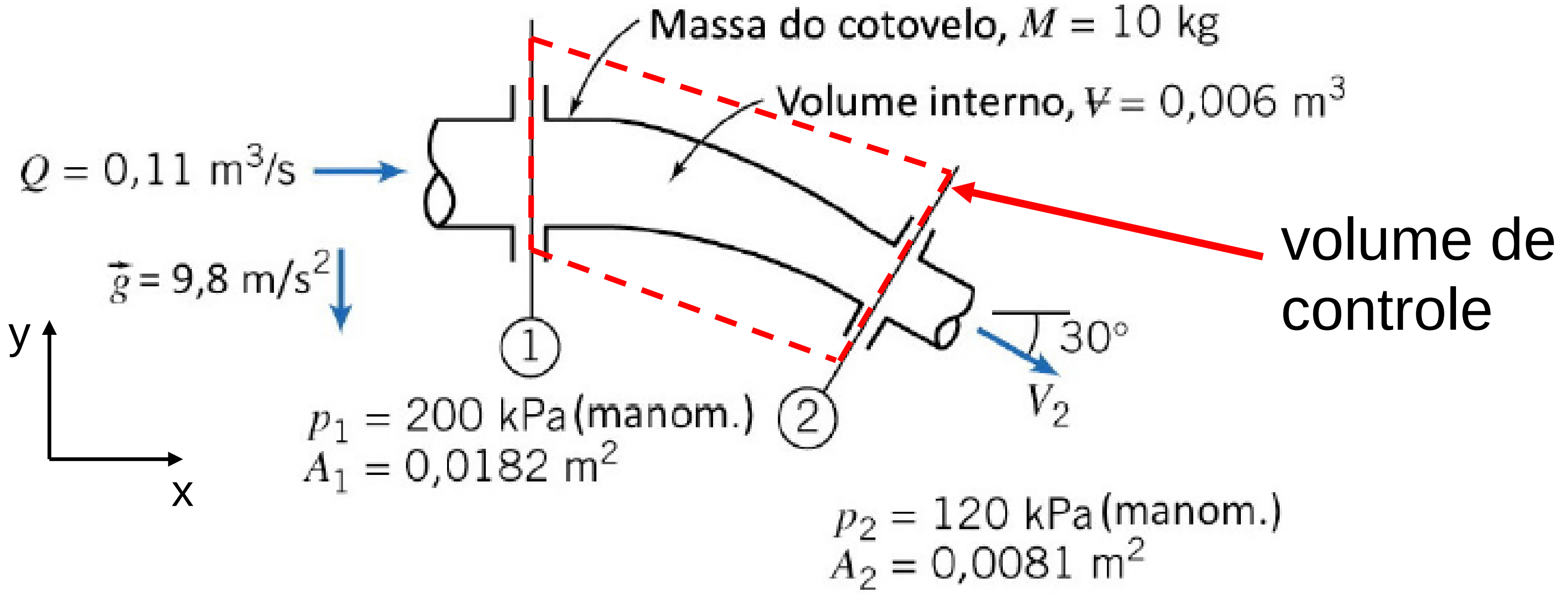
$$\dot{Q}_2 = v_2 A_2 = 10 \times 10x10^{-4} = 10x10^{-3}\, m^3/s = 10\, l/s$$

Aula de exercícios – Equação da quantidade de movimento

2 - Um cotovelo redutor de 30° é mostrado na figura. O fluido é água (ρ = 1000 kg/m^3). Calcule as componentes horizontal e vertical da força que deve ser aplicada pelos tubos adjacentes para manter o cotovelo estático.



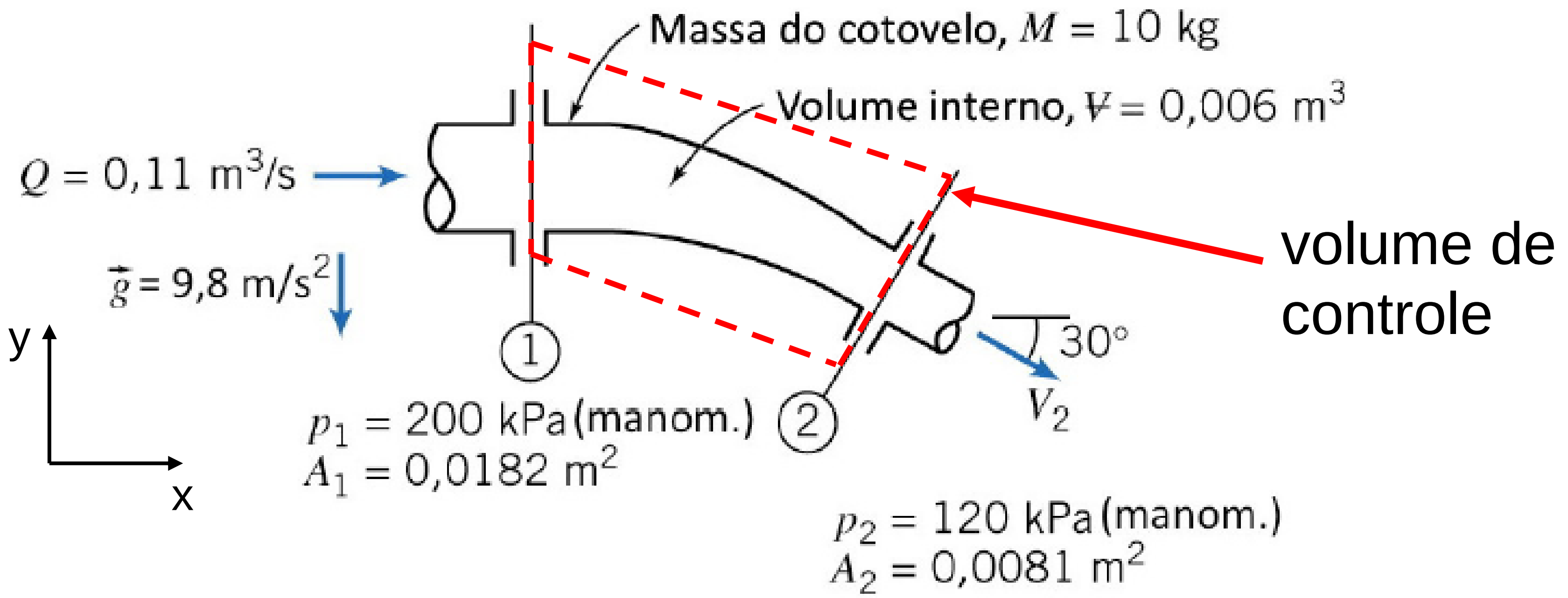
Aula de exercícios – Equação da quantidade de movimento



Assumindo o volume de controle mostrado na figura entre as seções 1 e 2 e aplicando a equação de conservação de quantidade de movimento:

$$m_{\forall C}\vec{a}_{\forall C} + \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \vec{V}_r \rho dV + \int_{SC} \vec{V}_r \rho \vec{V}_r \cdot \hat{n} dA = \sum \vec{F}$$

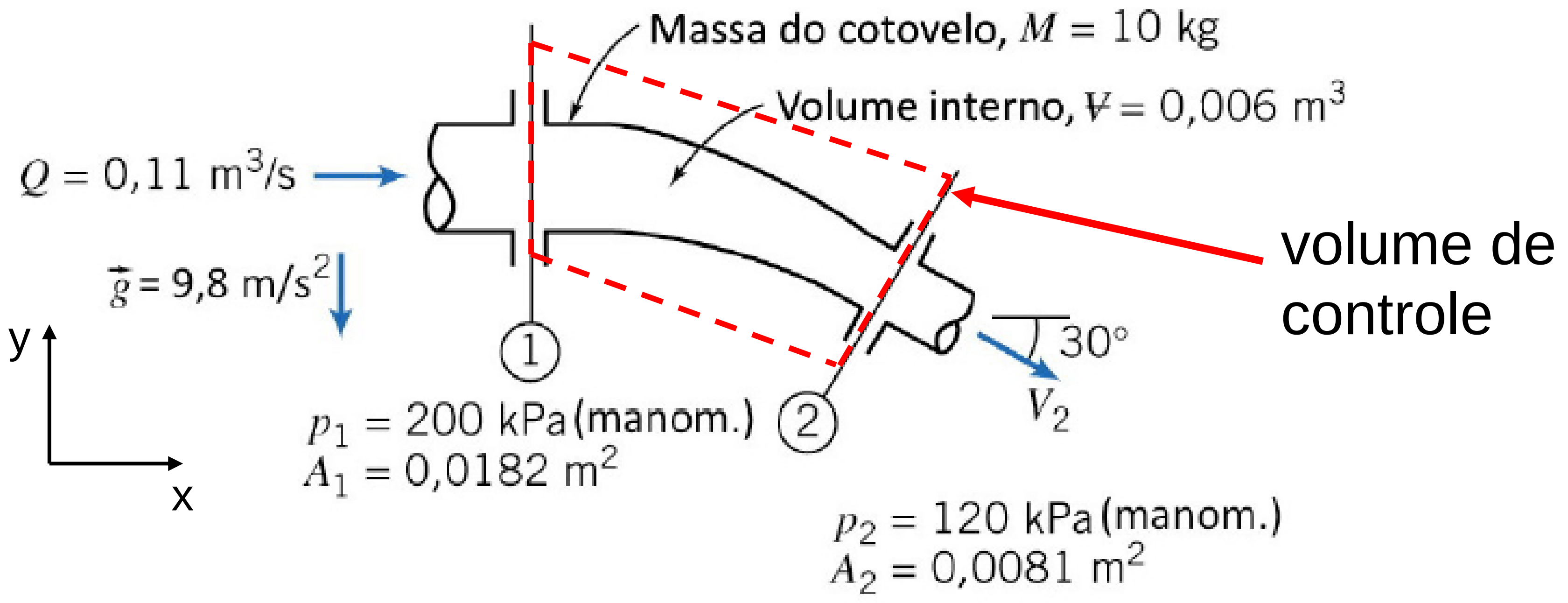
Aula de exercícios – Equação da quantidade de movimento



Para a direção x: o volume de controle não se movimenta ($\vec{a}_{\forall C} = 0$) e não variação do volume de controle ($d\forall = 0$)

$$m_{\forall C}\vec{a}_{\forall C} + \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \vec{V}_r \rho dV + \int_{SC} \vec{V}_r \rho \vec{V}_r \cdot \hat{n} dA = \sum \vec{F}$$

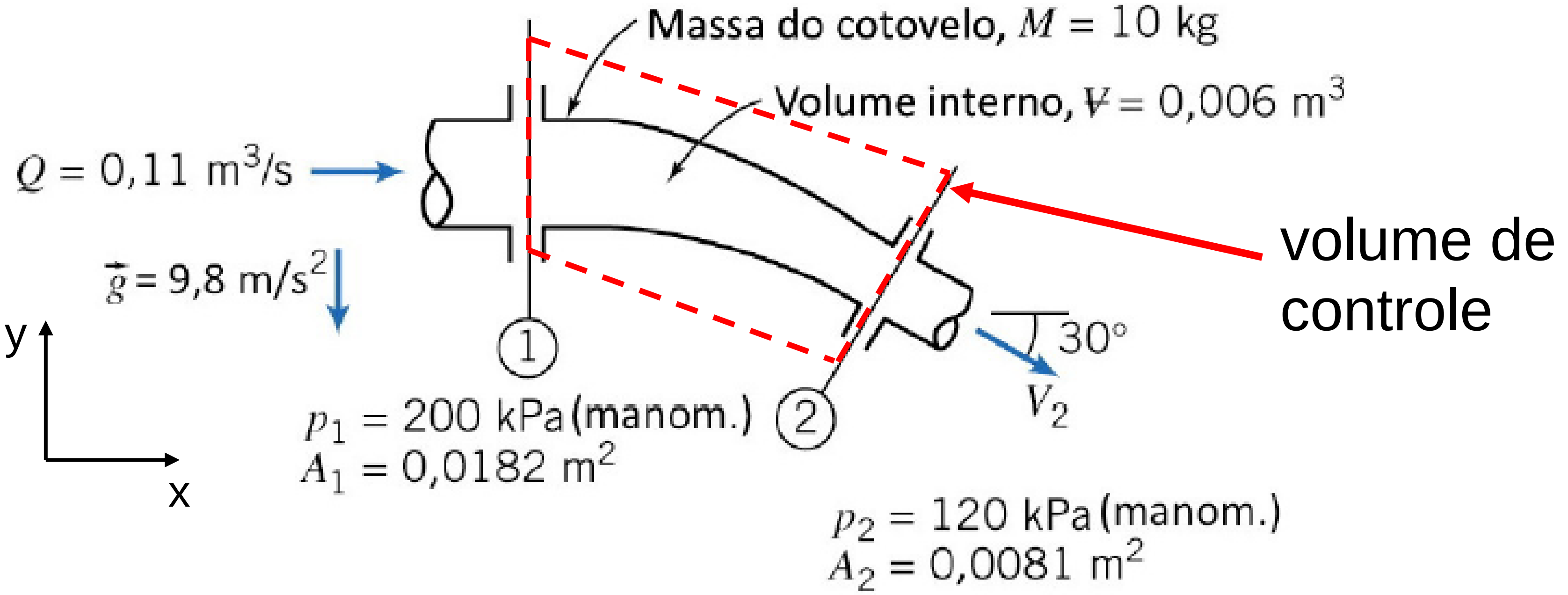
Aula de exercícios – Equação da quantidade de movimento



Para a direção x: o volume de controle não se movimenta ($\vec{a}_{\forall C} = 0$) e não variação do volume de controle ($d\forall = 0$)

$$F_x + p_1 A_1 - p_2 A_2 cos30° = (-v_1)\rho_1 v_1 A_1 + (v_2)\rho_2 v_2 A_2 cos30°$$

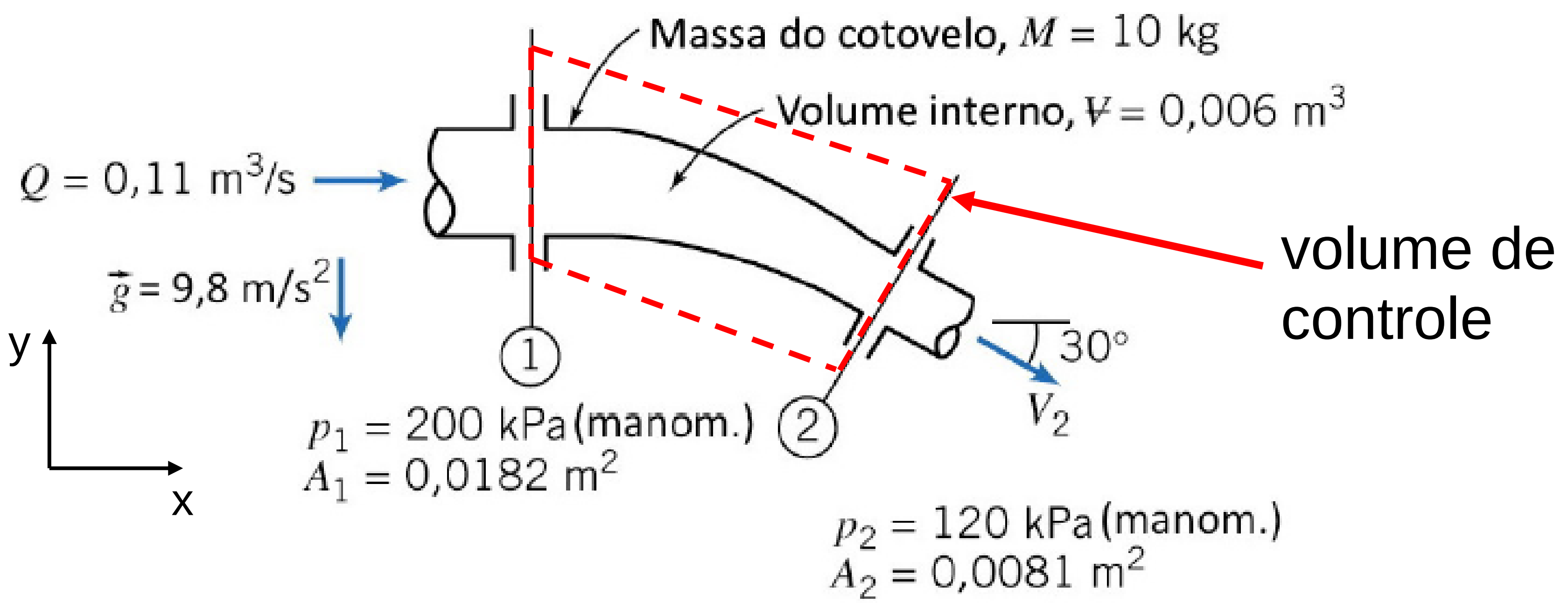
Aula de exercícios – Equação da quantidade de movimento



Na seção 1 temos: $\dot{Q}_1 = v_1 A_1 \Rightarrow v_1 = \dfrac{\dot{Q}_1}{A_1} = \dfrac{0{,}11}{0{,}0182} = 6{,}044\, m/s$

Na seção 2 temos: $\dot{Q}_2 = \dot{Q}_1 = v_2 A_2 \Rightarrow v_2 = \dfrac{\dot{Q}_2}{A_2} = \dfrac{0{,}11}{0{,}0081} = 13{,}580\, m/s$

Aula de exercícios – Equação da quantidade de movimento



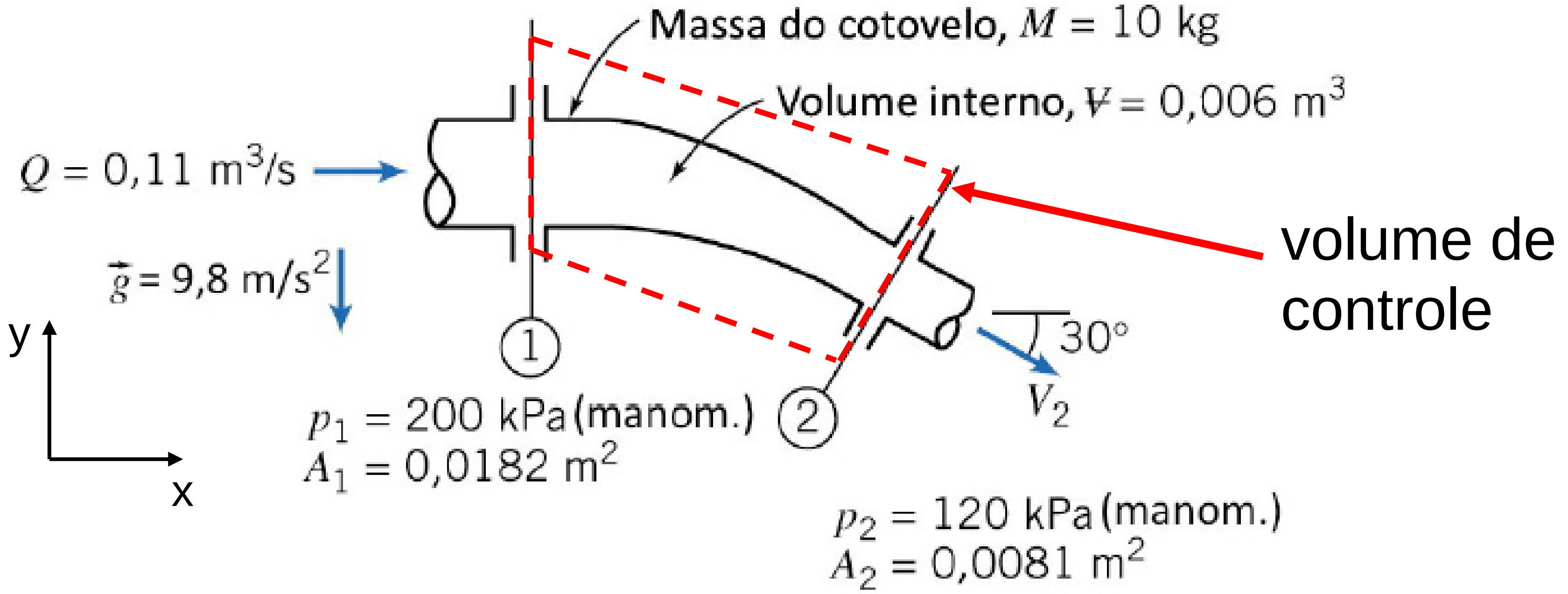
Logo:

$$F_x + (200x10^3 \times 0{,}0182) - (120x10^3 \times 0{,}0081)\frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$(-6{,}044 \times 1000 \times 6{,}044 \times 0{,}0182) + \left(13{,}580 \times 1000 \times 13{,}580 \times 0{,}0081 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\therefore F_x = -2.169{,}42N$$

Aula de exercícios – Equação da quantidade de movimento

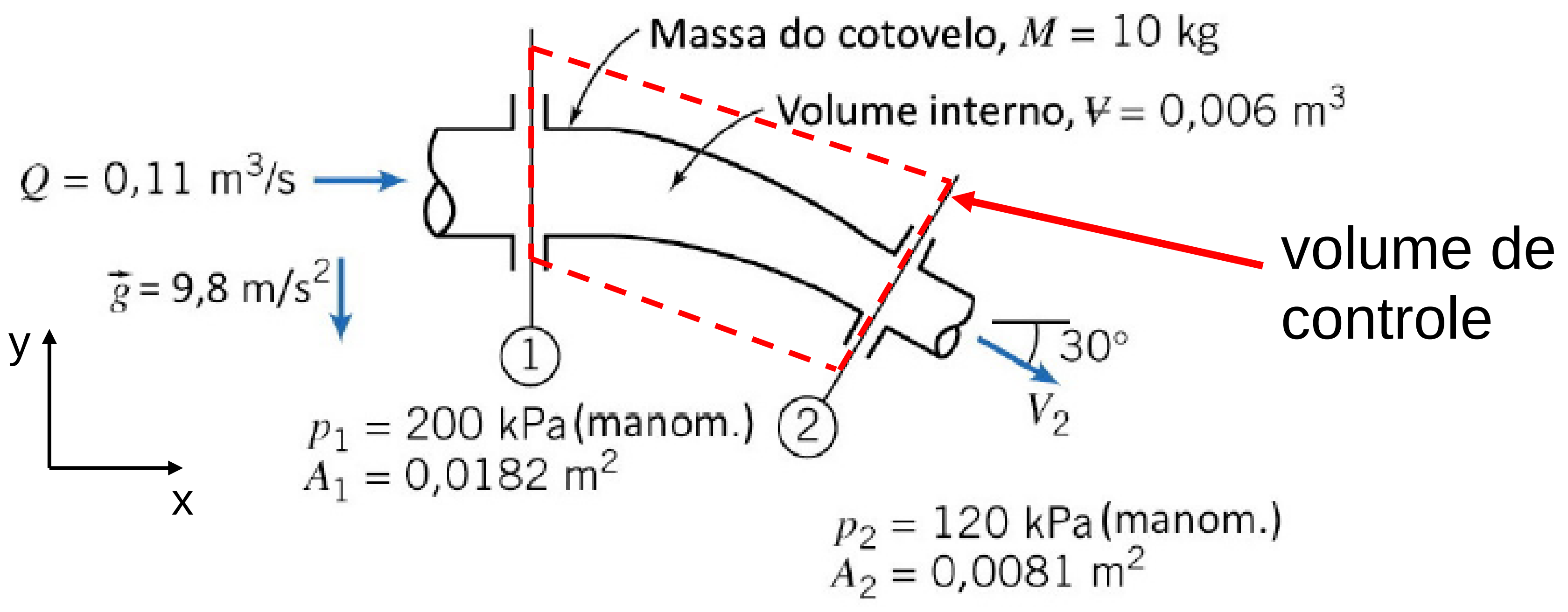


Para a direção y: o volume de controle não se movimenta ($\vec{a}_{V\!\!\!/C} = 0$) e não variação do volume de controle ($dV\!\!\!/ = 0$)

$$F_y - P_{cotovelo} - P_{água} + p_2A_2sen30° = -(v_2)\rho_2v_2A_2sen30°$$

$$F_y - Mg - \rho_{água}V_{água}g + p_2A_2sen30° = -(v_2)\rho_2v_2A_2sen30°$$

Aula de exercícios – Equação da quantidade de movimento



Logo: $$F_y - (10 \times 9{,}8) - (1000 \times 0{,}006 \times 9{,}8) + \left(120x10^3 \times 0{,}0081 \times \frac{1}{2}\right) =$$

$$-\left(13{,}580 \times 1000 \times 13{,}580 \times 0{,}0081 \times \frac{1}{2}\right)$$

$$\therefore F_y = -1.076{,}09N$$