$$\overline{V}=S\overline{Q}\,,\quad S=C^{-1}$$
$$\overline{V}=R\overline{I}\,,\quad R=G^{-1}\,. \tag{5.32}$$

R é denominada matriz das resistências e S matriz das elastâncias (inverso de capacitância), e pode-se demonstrar que ambas são simétricas e com elementos todos positivos (verifique!).

Note porém que, em geral, os elementos dessas matrizes não encontram correspondentes diretos no modelo de circuitos, contrariamente ao que se dá com os G_{ik} e C_{ik}.

Ex. 5.1 - Aterramento com 3 estacas

Considere um sistema de aterramento composto de 3 estacas condutoras cilíndricas, idênticas, enterradas como mostra a Figura 5.4, e interligadas entre si. Determinar a resistência desse aterramento.

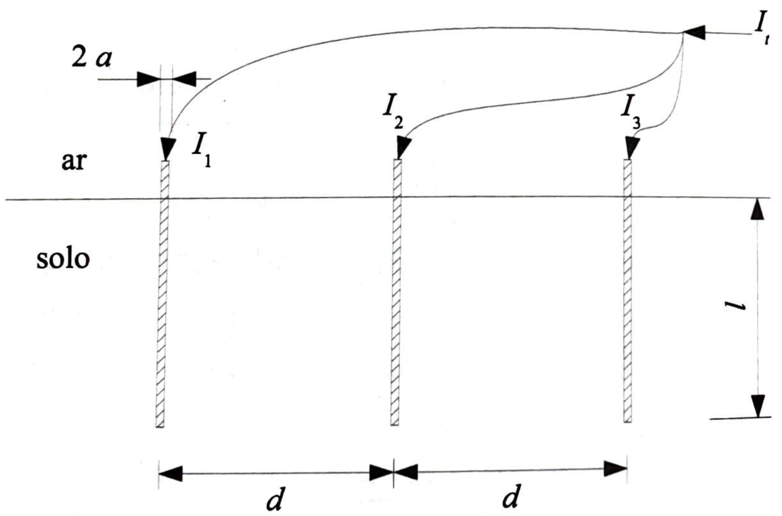

Figura 5.4: Sistema de aterramento composto de 3 estacas condutoras cilíndricas, idênticas, de comprimento enterrado l = 1 m, raio a = 2,5 cm e espaçamento d=2 m. O solo pode ser suposto homogêneo com condutividade σ =0,01 S/m.

Solução:

No problema com uma única estaca, a resistência desse aterramento é dada pela expressão (4.75), repetida aqui, por conveniência:

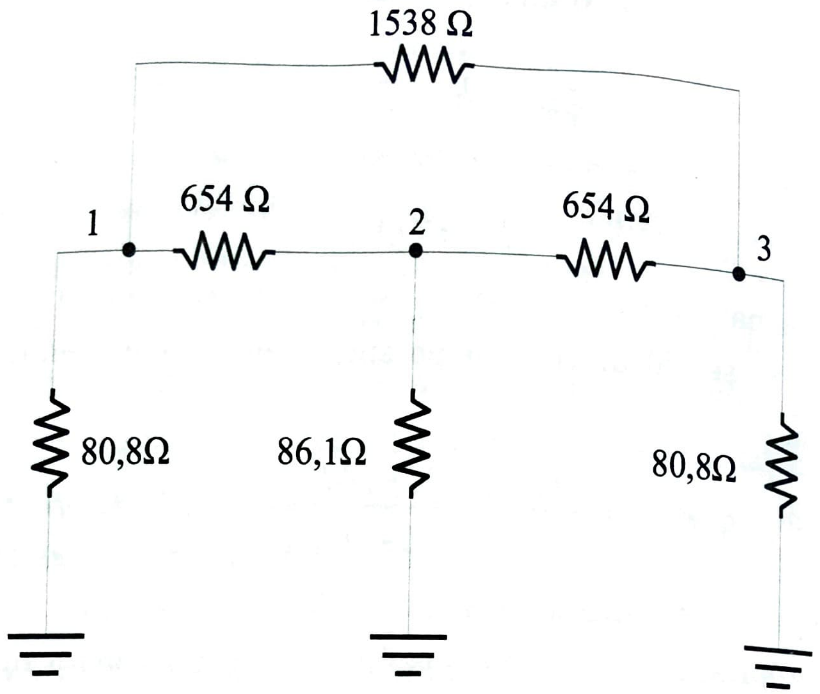

Figura 5.5: Modelo de circuito da estrutura da Figura 5.4.

Assim, se os nós 1 a 3 forem curto-circuitados, a resistência entre eles e o “terra” será igual a 80,8 // 86,1 // 80,8 = 27,5 Ω. Ou, diretamente a partir da matriz G,

$$I = G\,V = \begin{bmatrix} 14{,}55 & -1{,}53 & -0{,}65 \\ -1{,}53 & 14{,}68 & -1{,}53 \\ -0{,}65 & -1{,}53 & 14{,}55 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12{,}4 \\ 11{,}6 \\ 12{,}4 \end{bmatrix} \ \text{mA}$$

$$R = \frac{1\,V}{I_1 + I_2 + I_3} = \frac{1}{36{,}4\,\text{mA}} = 27{,}5\,\Omega \ .$$

Vemos que o valor obtido é maior que os 23,2 Ω correspondentes a 3 estacas muito afastadas, em paralelo.

Ex. 5.2 - Calcular as capacitâncias parciais existentes num sistema de 3 condutores, sendo um deles um plano ao potencial da terra e os outros dois, fios paralelos entre si e ao plano condutor (Figura 5.6(b)).

Este é o caso prático, por exemplo, de uma linha de transmissão de dois fios paralelos entre si e ao solo.

Seja l o comprimento dos 2 fios, e chamemos de Q_1, V_1 e Q_2, V_2, respectivamente, as cargas nos fios 1 e 2 ao longo de l, e os potenciais desses fios em relação ao potencial do plano. Suporemos que os diâmetros dos dois fios são muito menores que as alturas h_1 e h_2 e que a distância entre os fios.

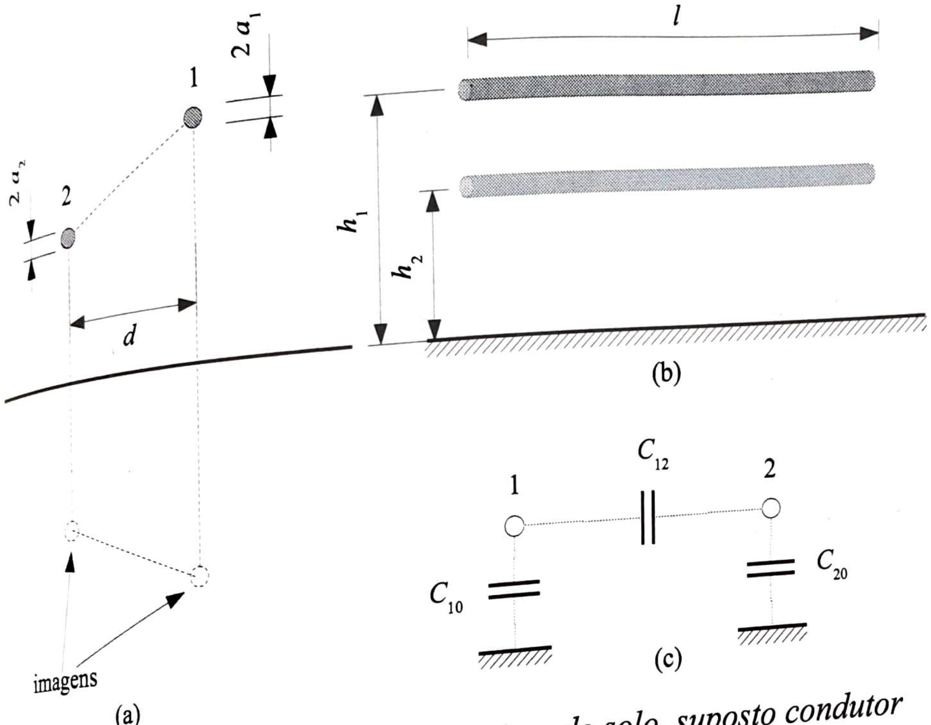

Figura 5.6: Dois fios condutores acima do solo, suposto condutor perfeito; (a) vista transversal, (b) vista lateral, (c) modelo de circuito.

Solução:

Vamos inicialmente substituir o conjunto fios/plano pelo conjunto fios/imagens em relação ao plano (Figura 5.6(a)). Vamos também, de forma análoga ao exemplo anterior, admitir que a função potencial produzida por um dos fios com carga não nula tendo o outro fio carga nula, seja aproximadamente a mesma que a que seria obtida na ausência deste fio sem carga.

Assim, admitindo-se uma carga Q_1 no condutor 1, tendo o condutor 2 carga nula, temos um problema idêntico ao visto

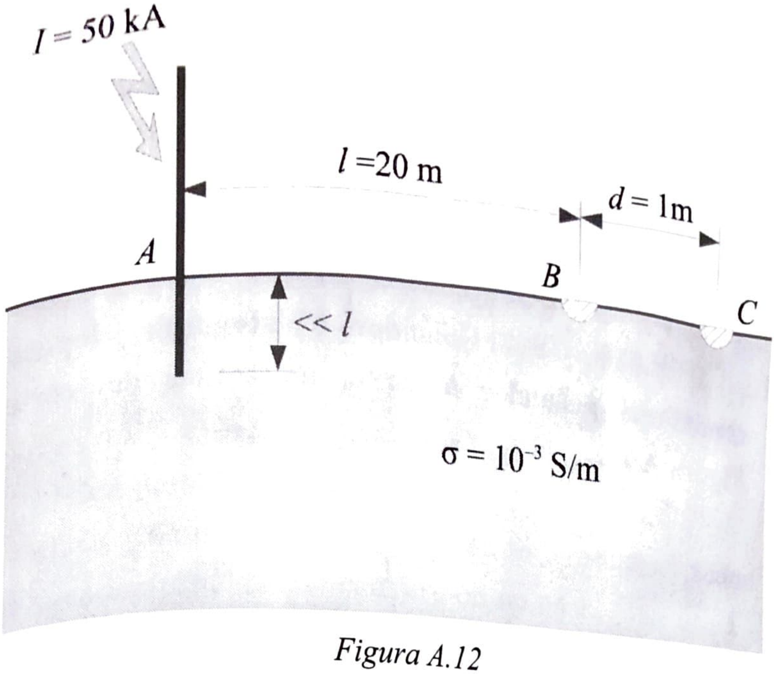

Figura A.12

15. (PEL313 – 1982) Considere a geometria mostrada na Figura A.13, onde temos um fio de raio a acima de um plano condutor (vista em corte).

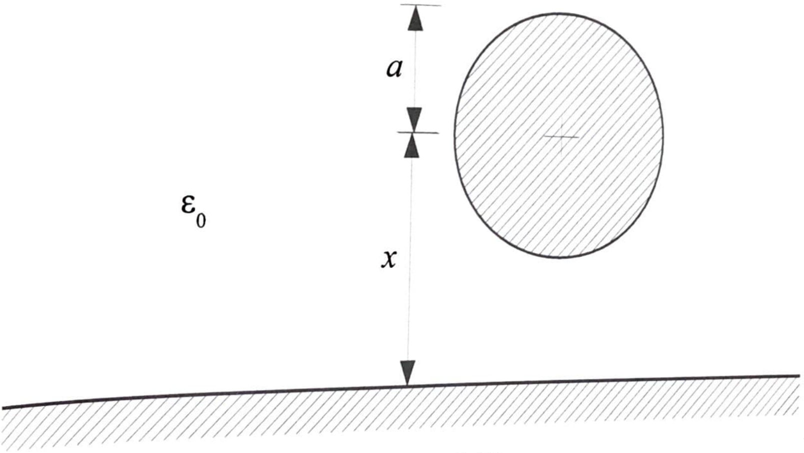

Figura A.13

a) Determine a expressão da capacitância, por metro, entre o fio e o plano condutor indicados.

b) Calcule essa capacitância para a = 3 mm, x = 4 mm. (R.: 70 pF/m)

c) Qual a energia armazenada, por metro, quando uma tensão de 300 V é aplicada entre o fio e o plano condutor? (R.: 3,1 μJ/m)

d) Nessas condições, calcule a força que o campo exerce no fio, por metro. (R.: 0,0005 N/m).

16. (PEL313 – 1982) Considere o sistema de 5 longos fios condutores paralelos à terra, mostrados em corte na Figura A.14.

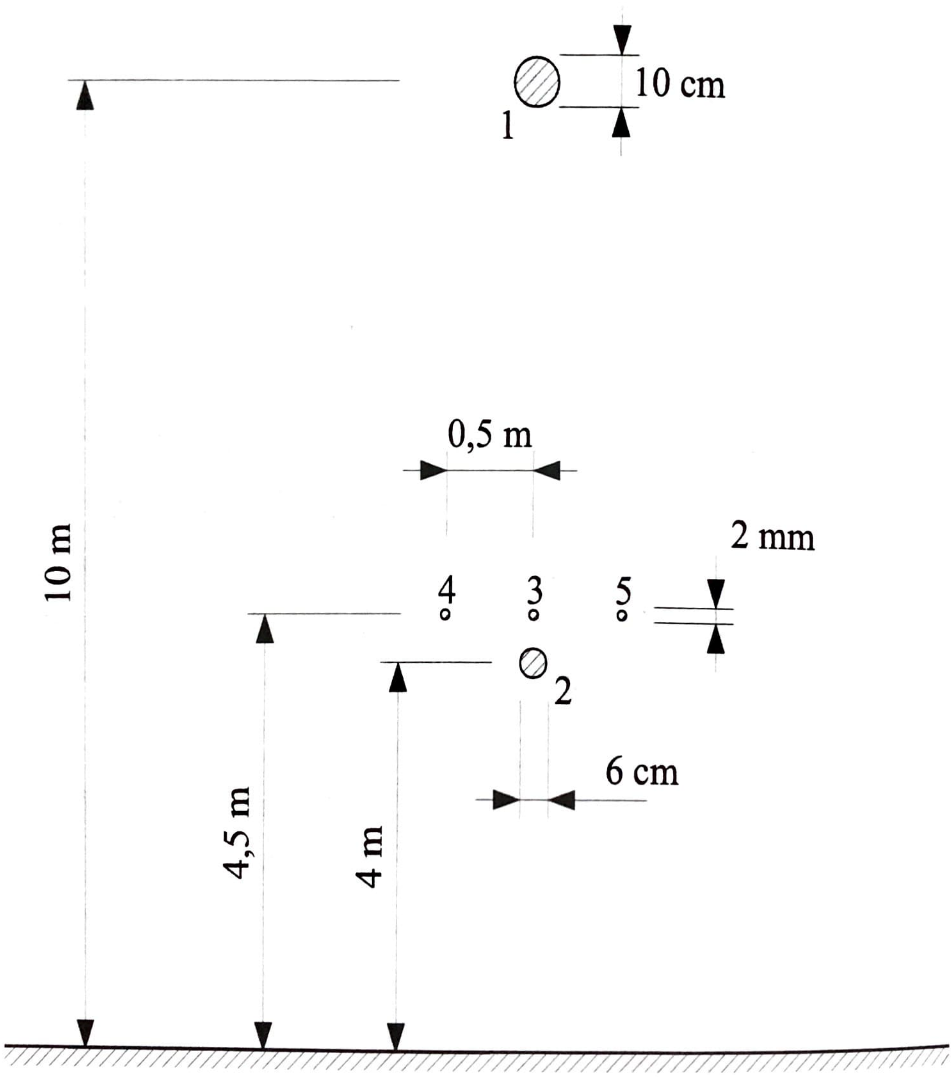

Figura A.14