

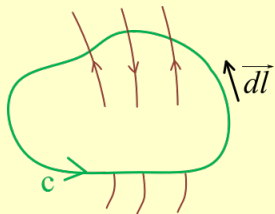
# Transformadores

## Eletrotécnica Geral

Depto. de Engenharia de Energia e Automação Elétricas  
Escola Politécnica da USP

13 de novembro de 2017

# Revisão de conceitos de eletromagnetismo



Lei de Ampère:

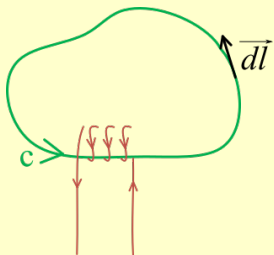
$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = i_{conc}$$

$\vec{H}$  = vetor campo magnético ou intensidade magnética [A/m]

$i_{conc}$  = corrente concatenada com o contorno C [A]

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = N \cdot i$$

Bobina com N espiras,  
corrente  $i$



## Revisão de conceitos de eletromagnetismo (cont.)

- Vetor indução magnética ou densidade de fluxo  $\vec{B}$ :

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

$\vec{B}$  = indução magnética [T]

$\mu$  = permeabilidade magnética [H/m]

$\mu_0$  (vácuo) =  $4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m

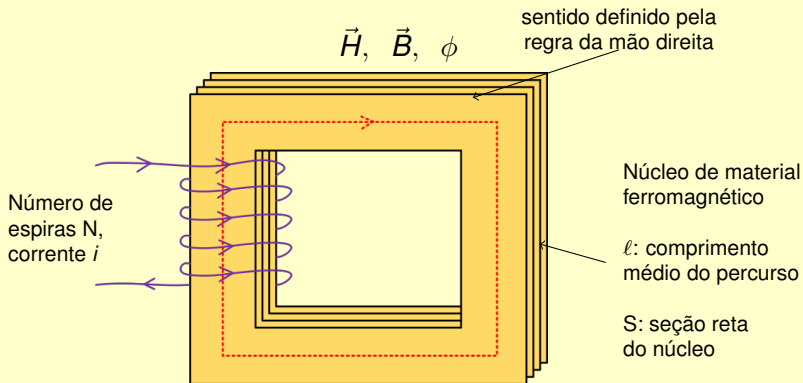
- Fluxo magnético  $\phi$

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$\phi$  = fluxo magnético [ $wb = T \cdot m^2$ ], valor escalar

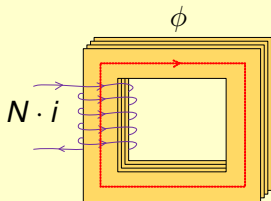
$d\vec{S}$  = vetor normal à superfície S, com módulo igual a  $dS$

## Revisão de conceitos de eletromagnetismo (cont.)



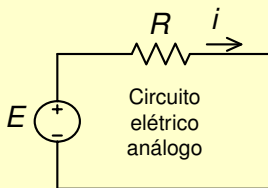
$$Hl = N \cdot i \Rightarrow \frac{B}{\mu} l = N \cdot i \Rightarrow N \cdot i = \frac{l}{S\mu} \phi$$

$$\boxed{N \cdot i = \mathcal{R}\phi}, \quad \mathcal{R} = \text{relutância magnética}$$



$$N \cdot i = \mathcal{R}\phi$$

$N \cdot i$  também é chamada de  
"força magnetomotriz" da fonte (f.m.m.)



$$E = \frac{\ell}{\sigma S} i = \frac{\rho \ell}{S} i$$

$$E = R \cdot i$$

$E$  também é chamada de  
"força eletromotriz" da fonte (f.e.m.)

Circuito magnético	Circuito elétrico análogo
Relutância: $\mathcal{R} = \frac{1}{\mu} \frac{\ell}{S}$	Resistência: $R = \rho \frac{\ell}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{\ell}{S}$
Fluxo magnético: $\phi$	Corrente elétrica: $i$
$f.m.m. = N \cdot i$	$f.e.m. = E$

# Transformador

- Dispositivo que converte um nível de tensão em outro nível de tensão pela ação da variação do fluxo magnético
- A possibilidade de elevação e redução eficiente do nível de tensão viabilizou a transmissão de energia por distâncias consideráveis em corrente alternada
- Maior tensão → menor corrente → menos perdas



Fonte: [old.weg.net/br/Produtos-e-Servicos/Geracao-Transmissao-e-Distribuicao-de-Energia/Transformadores/Transformadores-de-Forca](http://old.weg.net/br/Produtos-e-Servicos/Geracao-Transmissao-e-Distribuicao-de-Energia/Transformadores/Transformadores-de-Forca)

## Lei de Faraday

- Fluxo magnético variável induz uma tensão:

$$e_{ind} = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d(N\phi)}{dt}$$

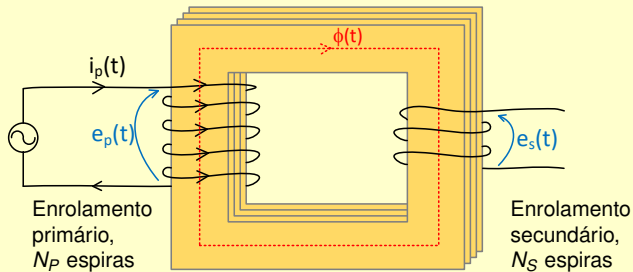
- Indutância:

$$L = \frac{N\phi}{i}$$

$$e_{ind} = \frac{d(L \cdot i)}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

Corrente senoidal → fluxo magnético senoidal, variável no tempo

# Transformador ideal (CA - corrente alternada)



$$e_P(t) = N_P \frac{d\phi_P}{dt}$$

$$\frac{d\phi_P}{dt} = \frac{e_P(t)}{N_P}$$

$$\phi_P = \phi_S$$

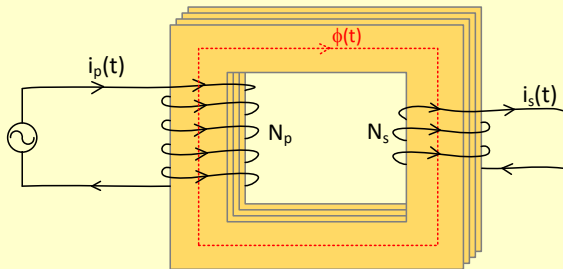
$$\frac{e_P(t)}{e_S(t)} = \frac{N_P}{N_S} = a$$

$$e_S(t) = N_S \frac{d\phi_S}{dt}$$

$$\frac{d\phi_S}{dt} = \frac{e_S(t)}{N_S}$$



## Circuito secundário com carga ( $i_S \neq 0$ )



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = N \cdot i$$

$$H \cdot \ell_m = N_p i_p(t) - N_s i_s(t)$$

$$\frac{B}{\mu} \ell_m = N_p i_p(t) - N_s i_s(t)$$

Transformador ideal:  $\mu \rightarrow \infty$

$$N_p i_p(t) - N_s i_s(t) = 0$$

$$\boxed{\frac{i_p(t)}{i_s(t)} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{1}{a}}$$

↑ tensão, ↓ corrente

↓ tensão, ↑ corrente

# Relações de tensão, corrente e potência em um transformador ideal

Tensões:

$$\frac{e_p(t)}{e_s(t)} = \frac{N_p}{N_s} = a \quad \frac{\dot{E}_p}{\dot{E}_s} = \frac{N_p}{N_s} = a$$

Correntes:

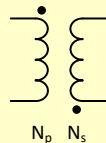
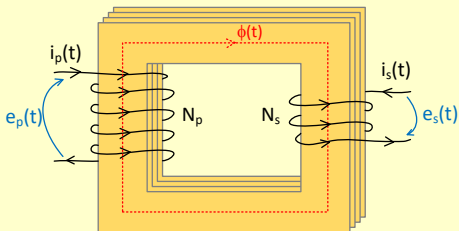
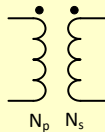
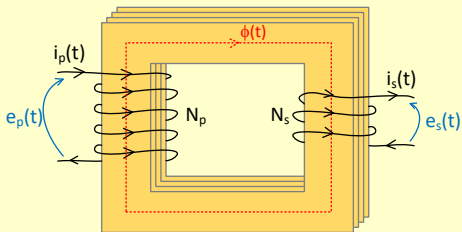
$$\frac{i_p(t)}{i_s(t)} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{1}{a} \quad \frac{\dot{I}_p}{\dot{I}_s} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{1}{a}$$

Potências:

$$e_s(t)i_s(t) = e_p(t)\frac{N_s}{N_p}i_p(t)\frac{N_p}{N_s} = e_p(t)i_p(t)$$

$$\bar{S}_s = \dot{E}_s \dot{I}_s^* = \dot{E}_p \dot{I}_p^* = \bar{S}_p \quad \text{Transformador ideal: Rendimento 100\%}$$

# Convenção de polaridades



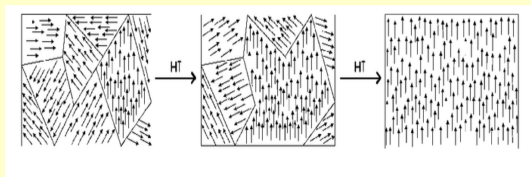
# Transformador ideal x real

- Permeabilidade magnética  $\mu \rightarrow \infty$ 
    - Relutância  $\mathcal{R} = 0$
    - Não há dispersão no fluxo magnético; todo o fluxo é confinado ao núcleo
  - Corrente de magnetização = 0
  - Perdas no núcleo = 0
  - Perdas Joule nos enrolamentos = 0
- Permeabilidade magnética finita
    - Relutância  $\mathcal{R} \neq 0$
    - Existe certa dispersão no fluxo magnético pelo ar, percorrendo um caminho de alta relutância (baixa permeabilidade)
  - Corrente de magnetização  $\neq 0$
  - Perdas no núcleo  $\neq 0$
  - Perdas Joule nos enrolamentos  $\neq 0$

# Transformador real: corrente de magnetização

Circuito secundário em aberto (sem carga)

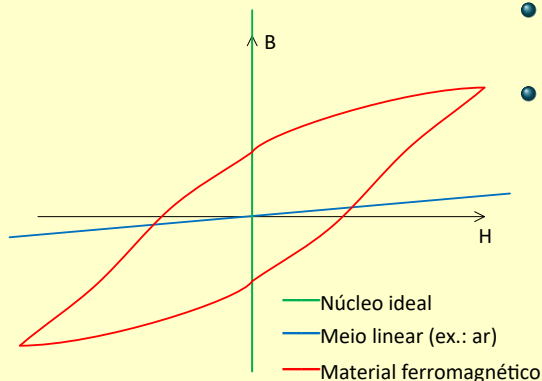
- Corrente no primário: corrente de magnetização = corrente necessária para produzir o fluxo no núcleo magnético, através da orientação dos domínios do material.



Fonte: [es.wikipedia.org/wiki/Dominio\\_magnético](http://es.wikipedia.org/wiki/Dominio_magnético)

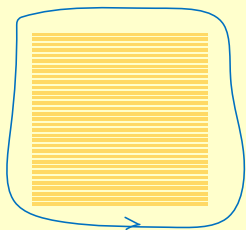
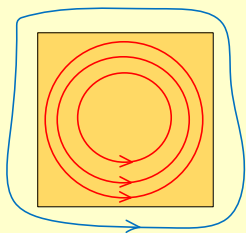
# Perdas no núcleo

## Curva de magnetização



- Alguns domínios magnéticos ainda ficam alinhados após  $H=0$ .
- A área interna da curva de magnetização é um indicativo das perdas por histerese.

## Perdas no núcleo (cont.)



- Correntes de Foucault (ou correntes parasitas) → correntes induzidas no núcleo, ocasionando perdas por  $Ri^2$ .
- Núcleo laminado resulta em um caminho de alta resistência para as correntes de Foucault.

## Valores nominais (dados de placa)

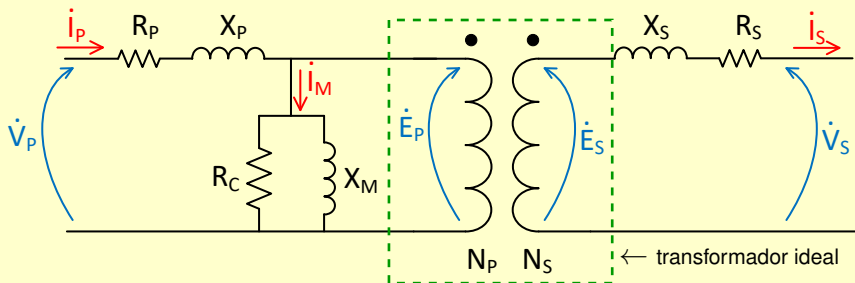
- Tensões nominais
  - Valores eficazes (rms), ex. 110 V / 220 V, 13,8 kV / 440 V
  - $V_{nom,1} / V_{nom,2} = a_{nom}$
- Potência nominal
  - Potência aparente [VA]
  - Correntes nominais obtidas a partir de  $S_{nom}$  e  $V_{nom}$



Fonte: [www.fotosdobrasil.fot.br](http://www.fotosdobrasil.fot.br)

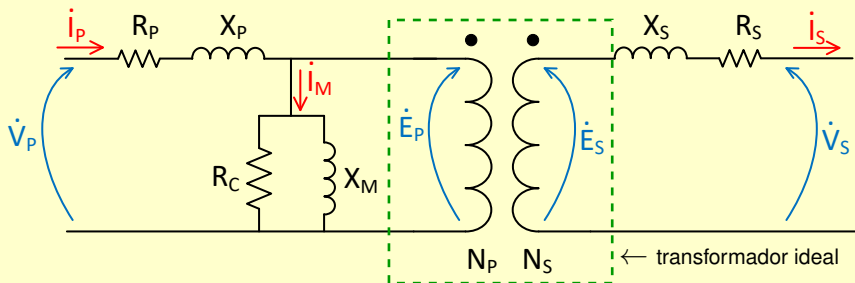


## Circuito equivalente de um transformador real



- $R_P, R_S$ : resistências dos enrolamentos primário e secundário.
- $X_P, X_S$ : reatâncias de dispersão dos enrolamentos primário e secundário
- $R_C$ : resistência que representa as perdas ôhmicas no núcleo
- $X_M$ : indutância que representa a curva de magnetização do núcleo
- $R_C // X_M$ : ramo de magnetização do transformador
- $i_M$ : corrente de magnetização

## Circuito equivalente de um transformador real (cont.)



$$\dot{E}_s = \frac{\dot{E}_p}{a}, \quad \dot{I}_s = a(\dot{I}_p - \dot{I}_M)$$

$$\dot{V}_s = \dot{E}_s - \dot{I}_s(R_s + jX_s) = \frac{\dot{E}_p}{a} - a(\dot{I}_p - \dot{I}_M)(R_s + jX_s)$$

$$\dot{V}_s = \frac{\dot{E}_p - (\dot{I}_p - \dot{I}_M)(a^2 R_s + ja^2 X_s)}{a}$$

$$a\dot{V}_s = \dot{E}_p - (\dot{I}_p - \dot{I}_M)(a^2 R_s + ja^2 X_s)$$

## Circuito equivalente de um transformador real com o secundário refletido ao primário

$$a\dot{V}_s = \dot{E}_p - (\dot{I}_p - \dot{I}_M)(a^2R_s + ja^2X_s) \quad \text{ou} \quad \dot{V}'_s = \dot{E}_p - \dot{I}'_s(R'_s + jX'_s)$$

onde os valores refletidos são:

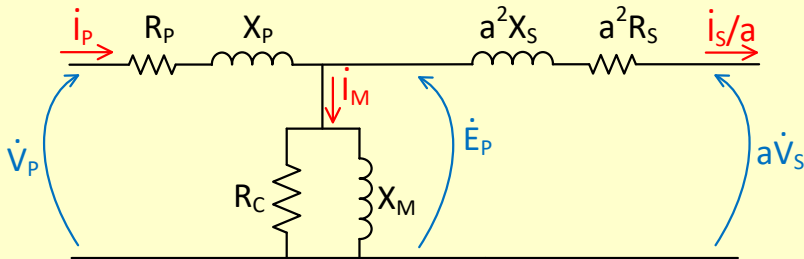
$$\dot{V}'_s = a\dot{V}_s$$

$$\dot{I}'_s = \frac{\dot{I}_s}{a} = (\dot{I}_p - \dot{I}_M)$$

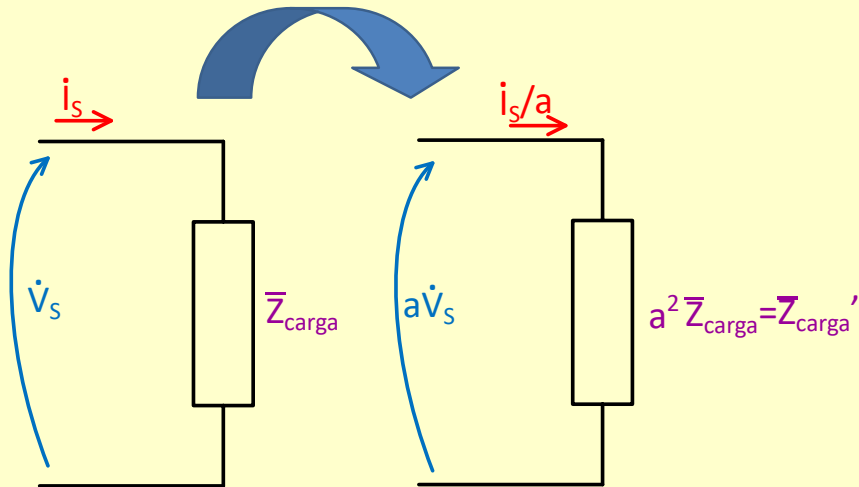
$$R'_s = a^2R_s$$

$$X'_s = a^2X_s$$

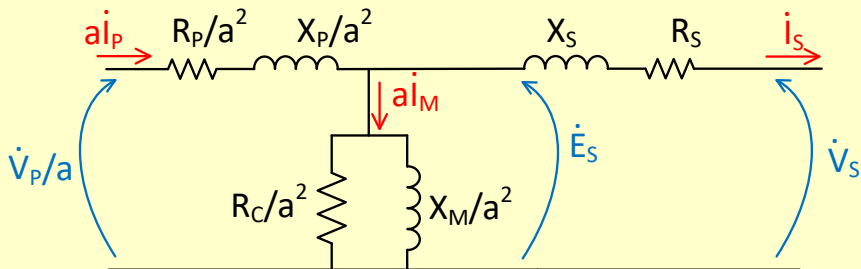
Esta expressão é satisfeita pelo circuito equivalente a seguir, onde o transformador ideal pode ser omitido. Notar que os valores reais (não refletidos) no secundário são  $\dot{V}_s$  e  $\dot{I}_s$ .



## Impedância de carga no secundário refletida ao primário



## Circuito equivalente de um transformador real com o primário refletido ao secundário



# OBRIGADO!

Este material é resultado da modernização dos materiais elaborados pelos professores do Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para as diversas disciplinas da área de Eletrotécnica Geral e foi desenvolvido pela professora Milana Lima dos Santos com a colaboração do professor Silvio Giuseppe Di Santo e a coordenação do professor Hernán Prieto Schmidt.