SEL 0449 - Processamento Digital de Imagens Médicas

SEL 5895 – Introdução ao Processamento Digital de Imagens

Aula 7 – Outros Filtros no Domínio da Frequência

Prof. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira

mvieira@sc.usp.br

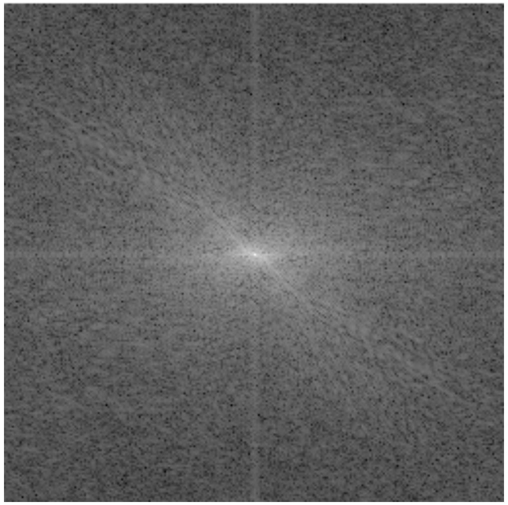
Filtros Notch (seletivos)

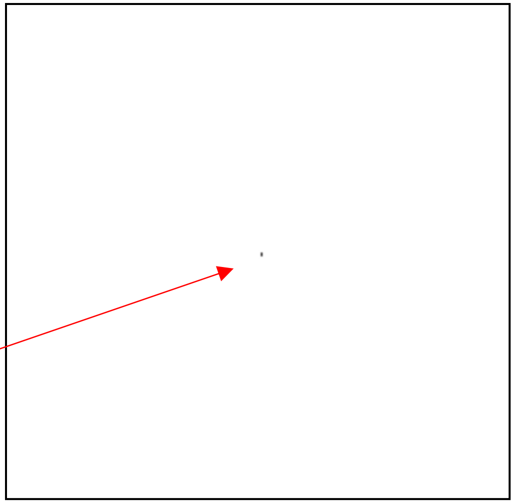
Eliminação de frequências indesejadas - interferências

Filtros *Notch*

- Retira (*reject*) ou mantém (*pass*) na imagem ondas senoidais específicas, ou regiões em torno de uma frequência pré-definida na construção do filtro;
- Todas as frequências escolhidas devem vir em pares, devido à simetria da Transformada de Fourier;
- Não há realce de nenhum componente espectral da imagem.
- Usado para para remoção de ruídos e interferências periódicas
- Podem ser de vários tipos. Os mais comuns são: Ideal, Butterworth e Gaussiano.

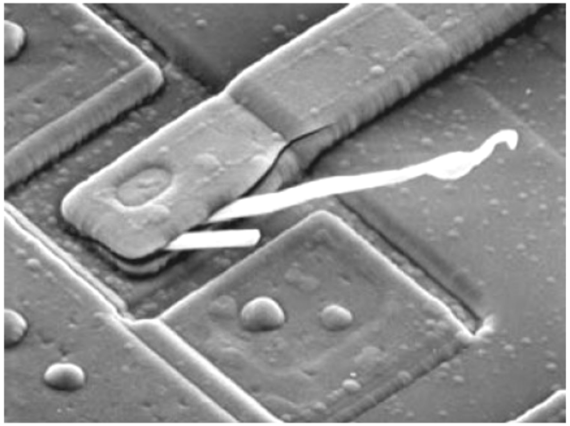
Filtros *Notch Reject*

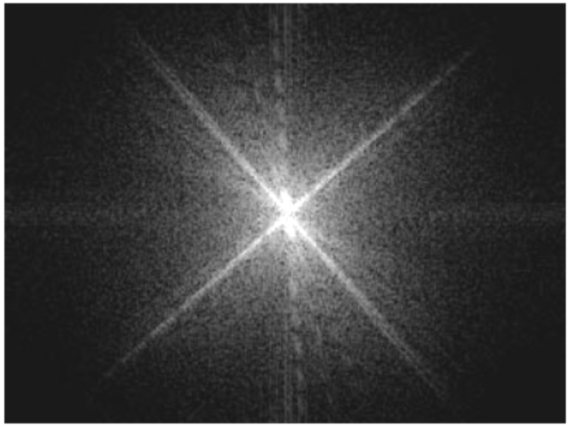


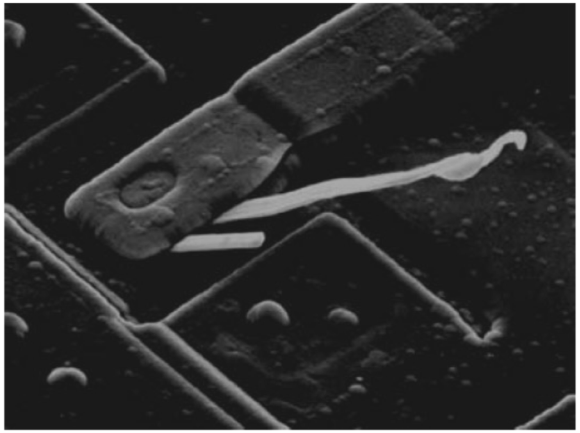


Só a frequência zero
foi retirada

Filtros *Notch Reject*

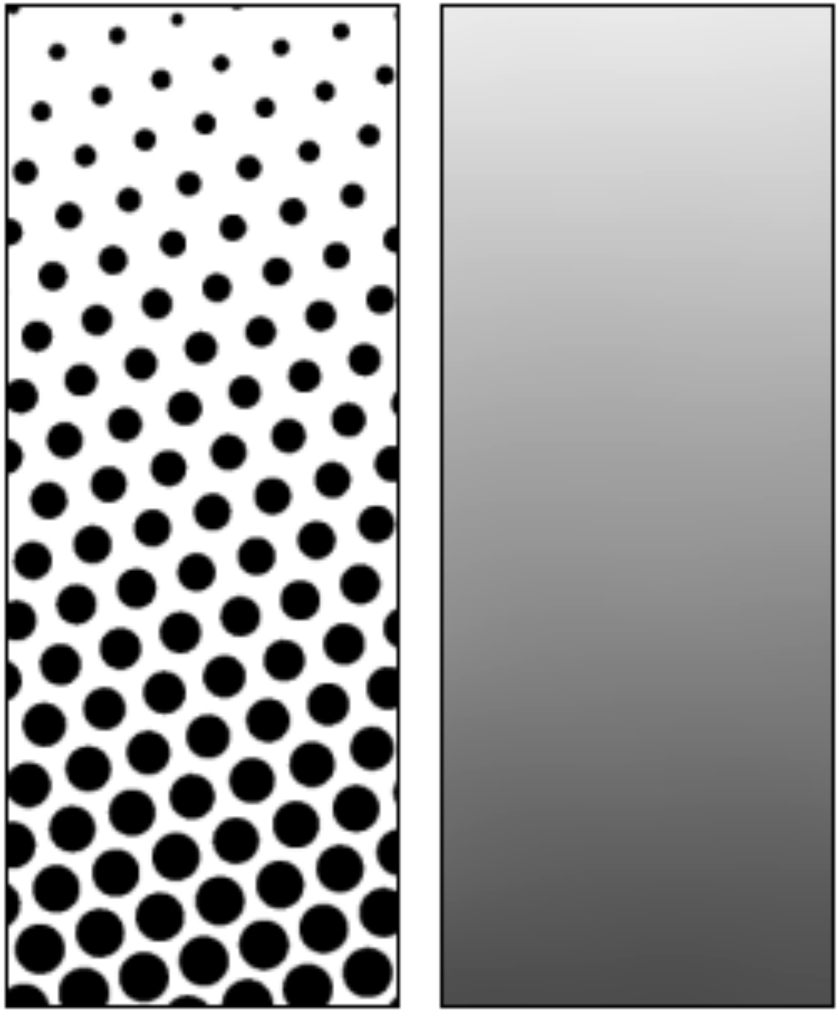






Só a frequência zero
foi retirada

Impressão em *Halftone*



Impressão em *Halftone*


THE DAILY GRAPHIC, NEW YORK, TUESDAY, DECEMBER

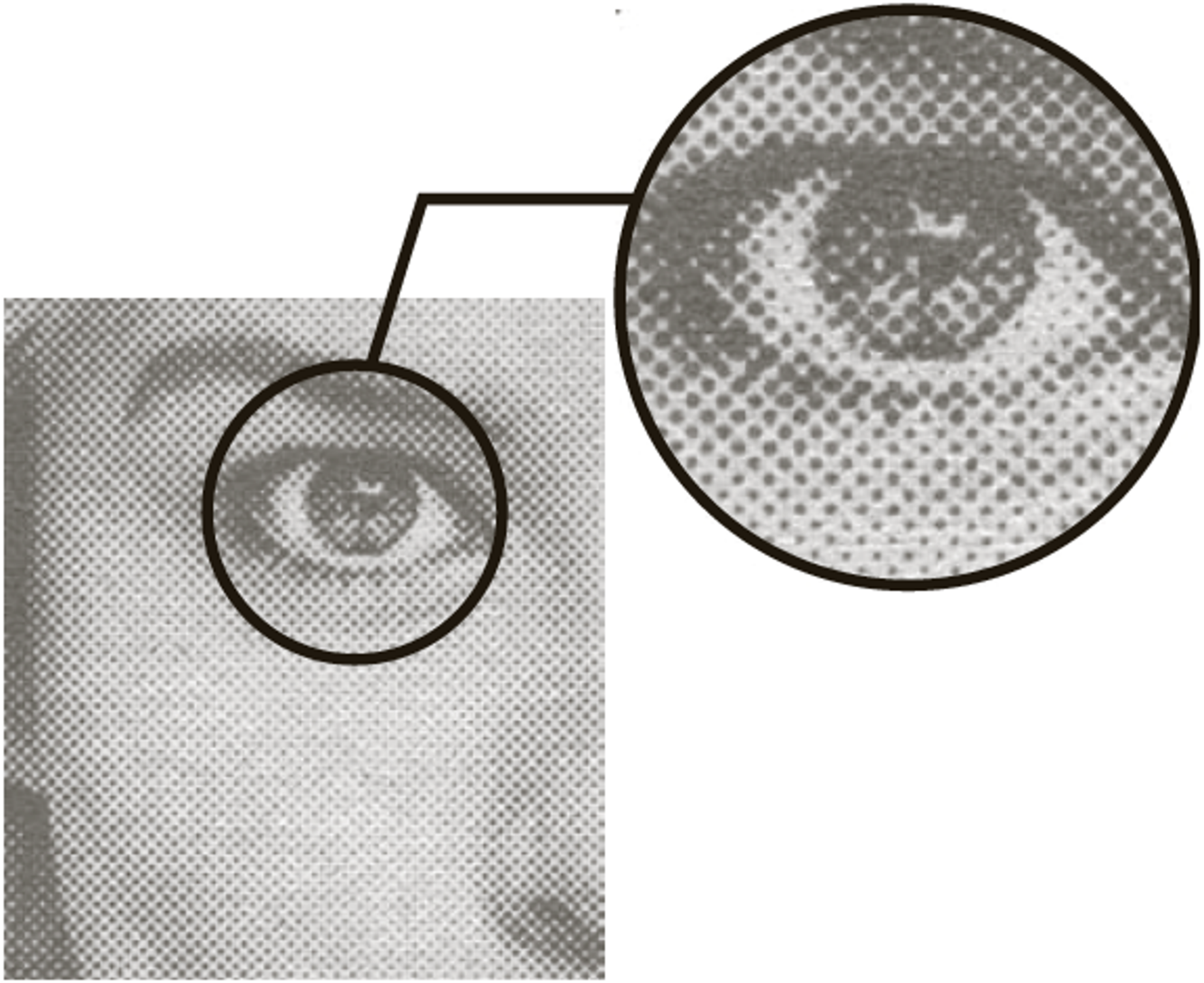
BRADLEY, PRAY & CO.
Carriage Manufacturers,
SLEIGHS.
R. H. MACY & CO.
TOYS, DOLLS.
HOLIDAY TRADE
Brilliantly Illuminated
R. H. MACY & CO.'S
American Central Ins. Co. of ST. LOUIS.
Champagnes

FINE FANCY GOODS.
Rich Jewelry.
Sets & Half Sets
FRENCH CLOCKS AND BRONZES.
MUNN & COBB
Where to get Street Lamps.

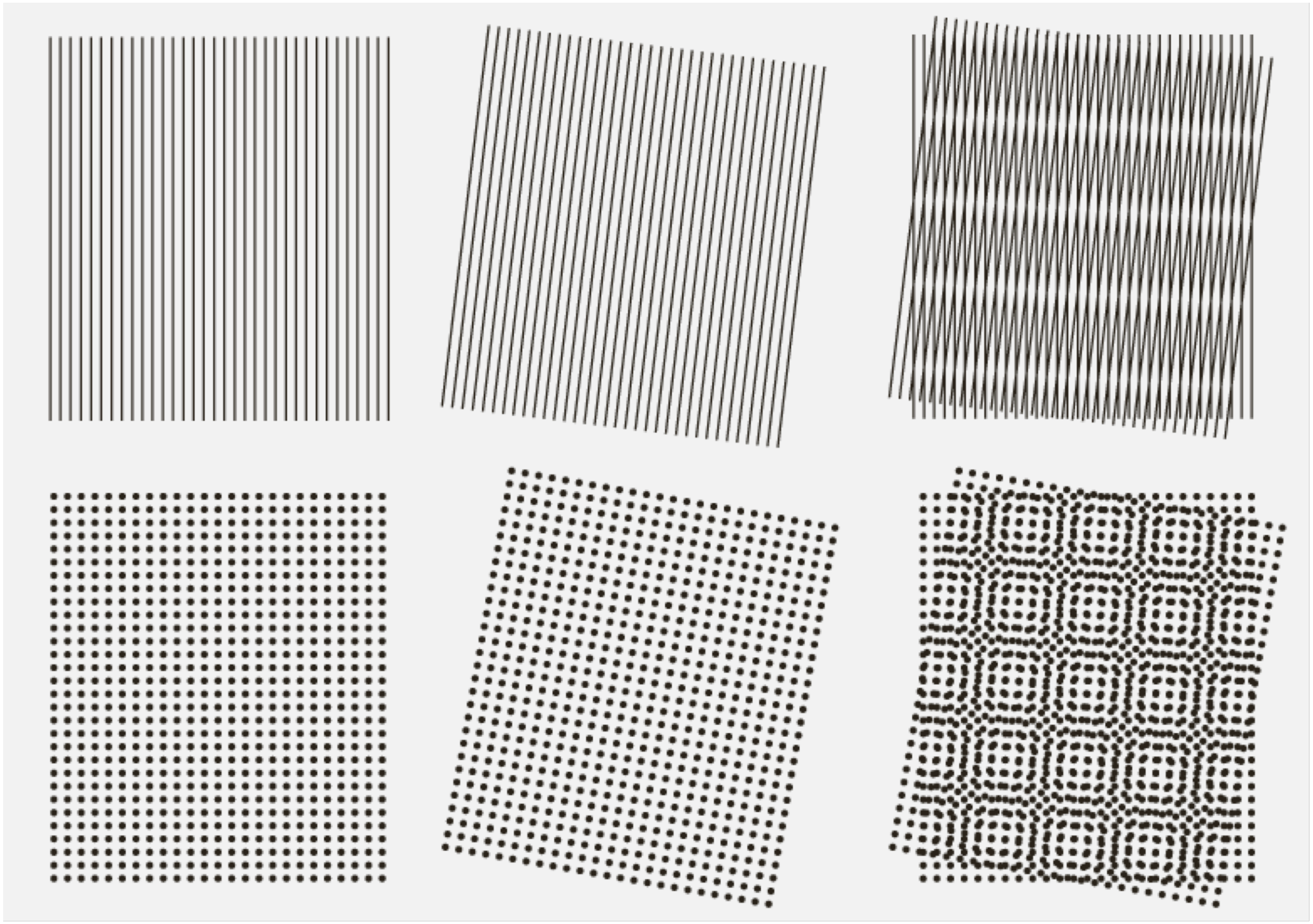
HOLIDAY ATTRACTIONS.
LORD & TAYLOR.
HAVANA LOTTERY
SOLID SILVER WARE AT RETAIL.

BLOOD'S
G. HOWARD BLOOD.
THE LONDON
ROYAL HAVANA LOTTERY

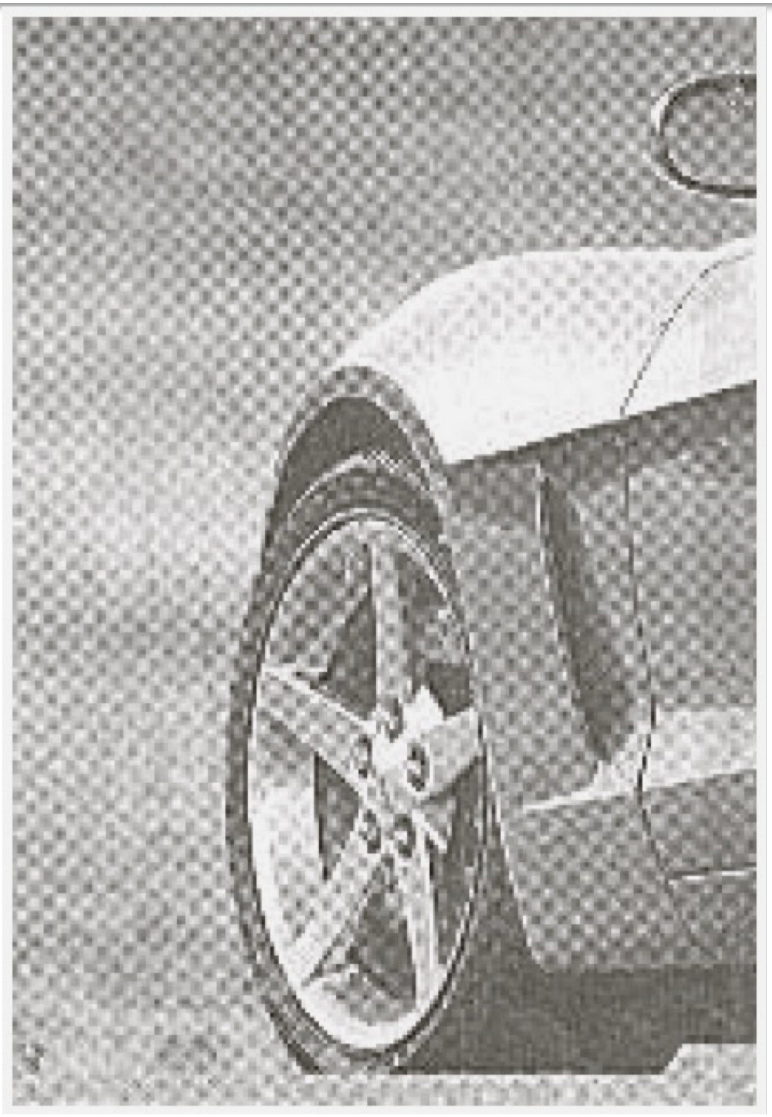
Halftone



Padrão Moiré



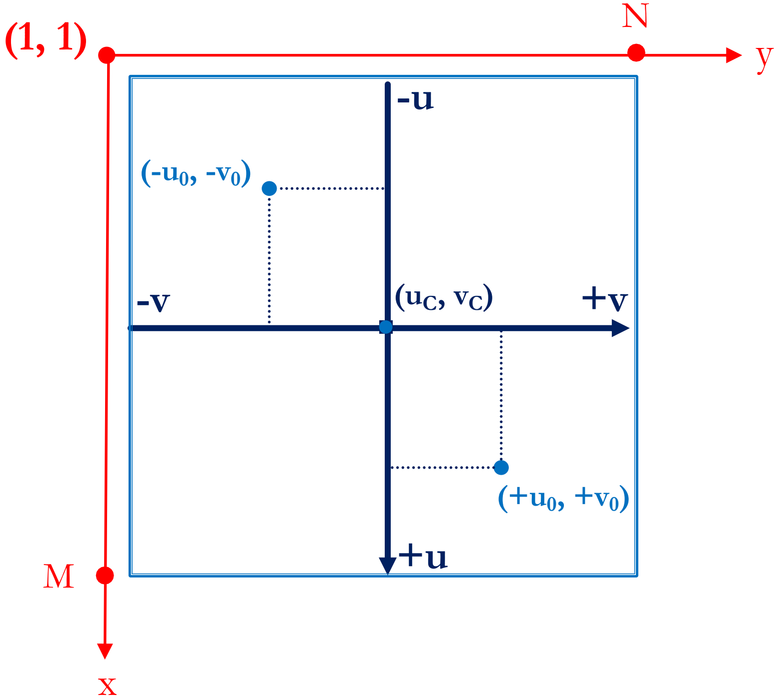
Padrão Moiré - Halftone



Filtros *Notch Reject*

- O filtro *notch reject* deve ser centrado na frequência da onda senoidal que se deseja remover $\mathbf{(u_0,v_0)}$ e, por simetria, na frequência $\mathbf{(-u_0,-v_0)}$.
- Note que a frequência $\mathbf{(u_0,v_0)}$ é definida em relação ao centro do espectro de Fourier $\mathbf{(u_C,v_C)}$.
- Para calcular a distância correta, deve-se fazer uma translação.
- No Matlab:

$$\boxed{\begin{aligned} u_c &= floor\left(\frac{M}{2}\right) + 1 \\ v_c &= floor\left(\frac{N}{2}\right) + 1 \end{aligned}}$$



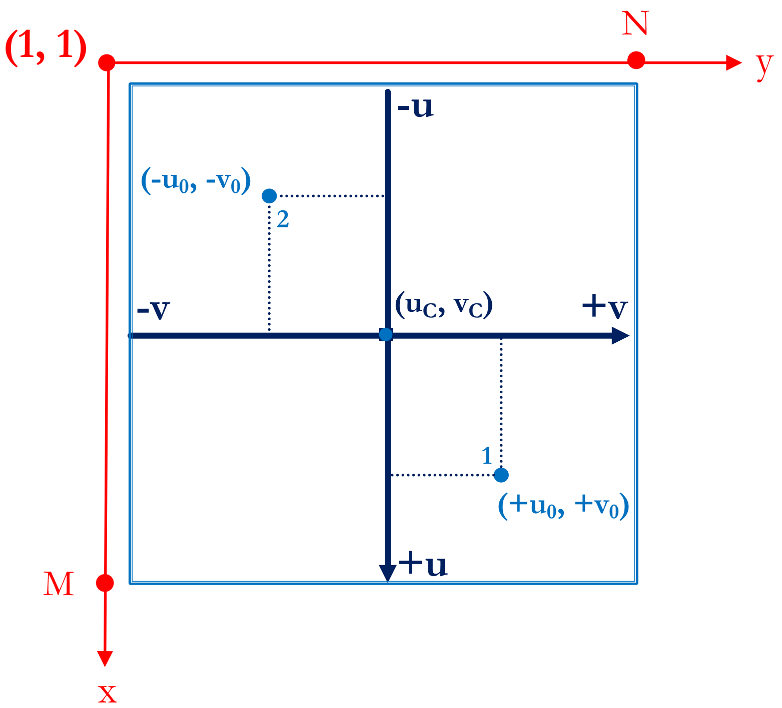
Filtros *Notch Reject*

$$D_1(u,v) = \sqrt{[u-(u_C+u_0)]^2 + [v-(v_C+v_0)]^2}$$

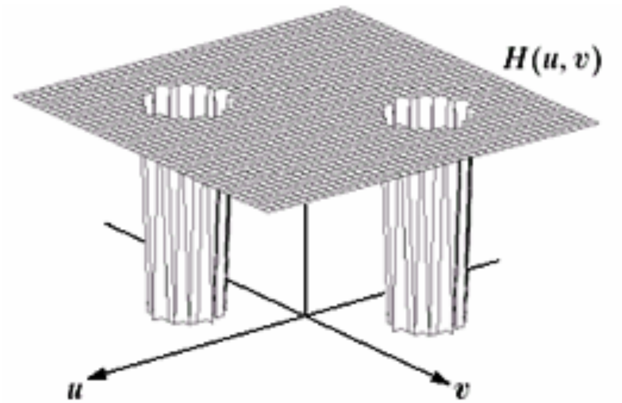
$$D_2(u,v) = \sqrt{[u-(u_C-u_0)]^2 + [v-(v_C-v_0)]^2}$$

$$u_c = floor\left(\frac{M}{2}\right) + 1$$

$$v_c = floor\left(\frac{N}{2}\right) + 1$$



Filtros *Notch Reject* **Ideal**



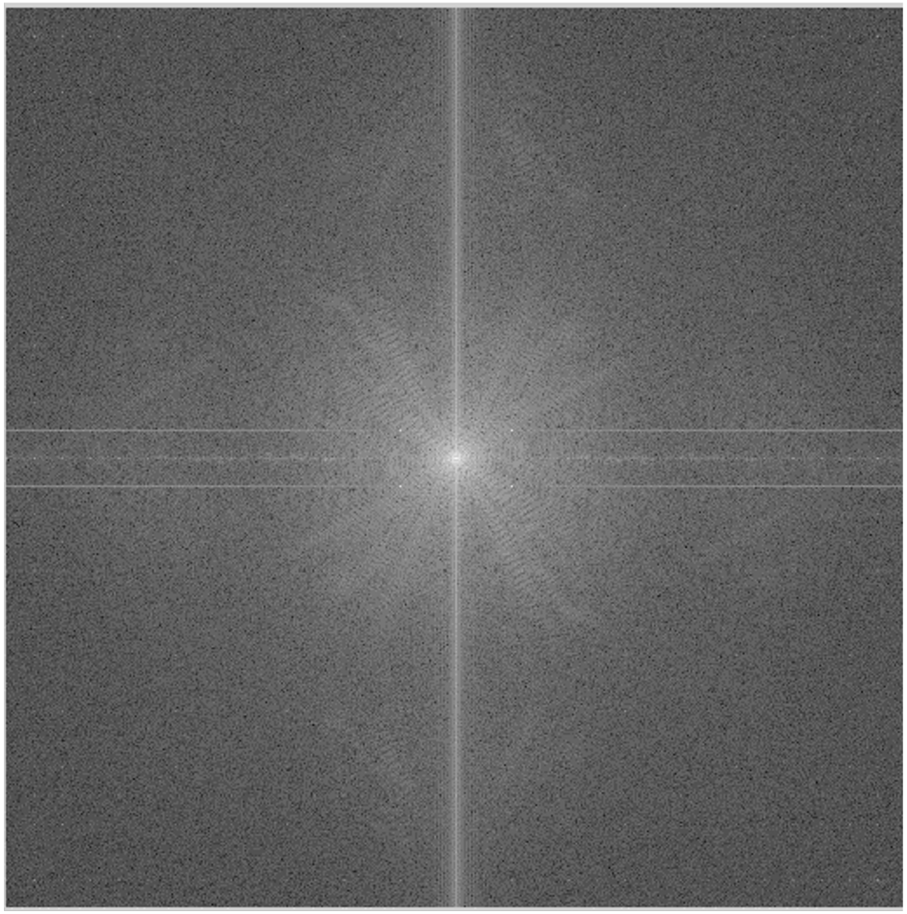
- A figura mostra apenas um par de regiões sendo retirado, mas o filtro *notch reject* pode retirar quantas ondas senoidais forem necessárias;
- A área em torno da frequência escolhida (raio D_0) que pode ser retirada é definida na construção do filtro;

$$D_1(u,v) = \sqrt{[u-(u_C+u_0)]^2 + [v-(v_C+v_0)]^2}$$

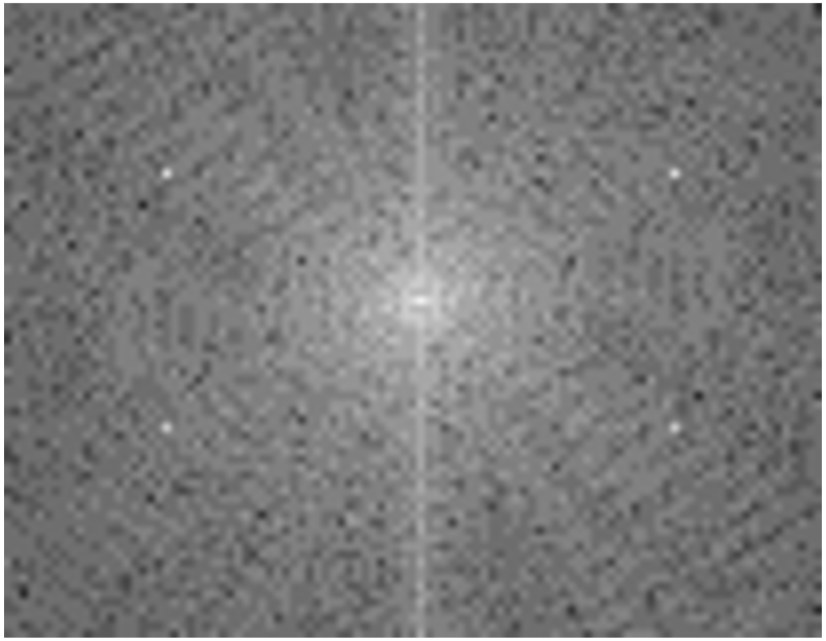
$$D_2(u,v) = \sqrt{[u-(u_C-u_0)]^2 + [v-(v_C-v_0)]^2}$$

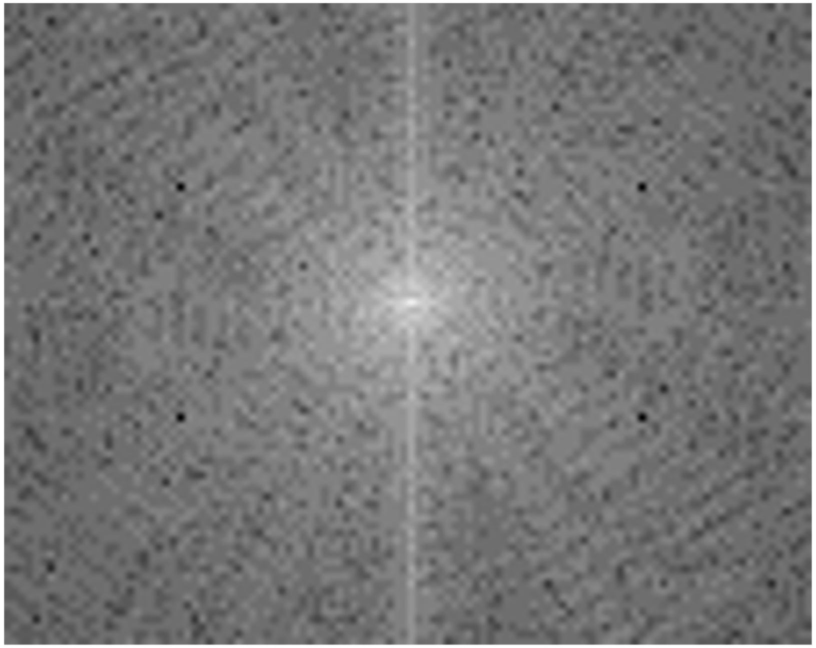
$$H_{NR}(u,v) = \begin{cases} 0\text{ , se } D_1(u,v) \leq D_0 \text{ ou } D_2(u,v) \leq D_0 \\ 1\text{ , em todas as outras regiões} \end{cases}$$

Filtros *Notch Reject* **Ideal**



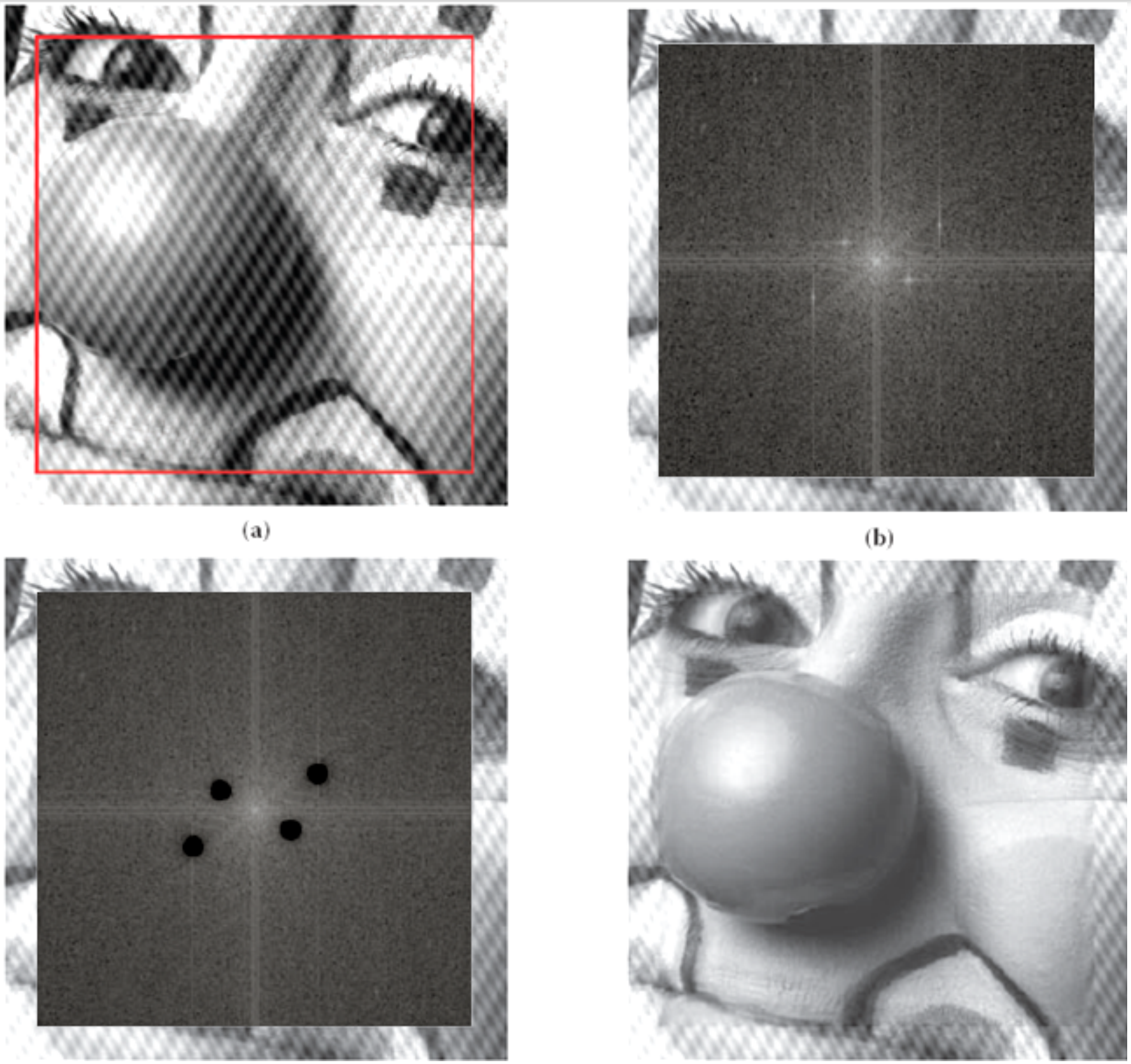
Filtros *Notch Reject* **Ideal**



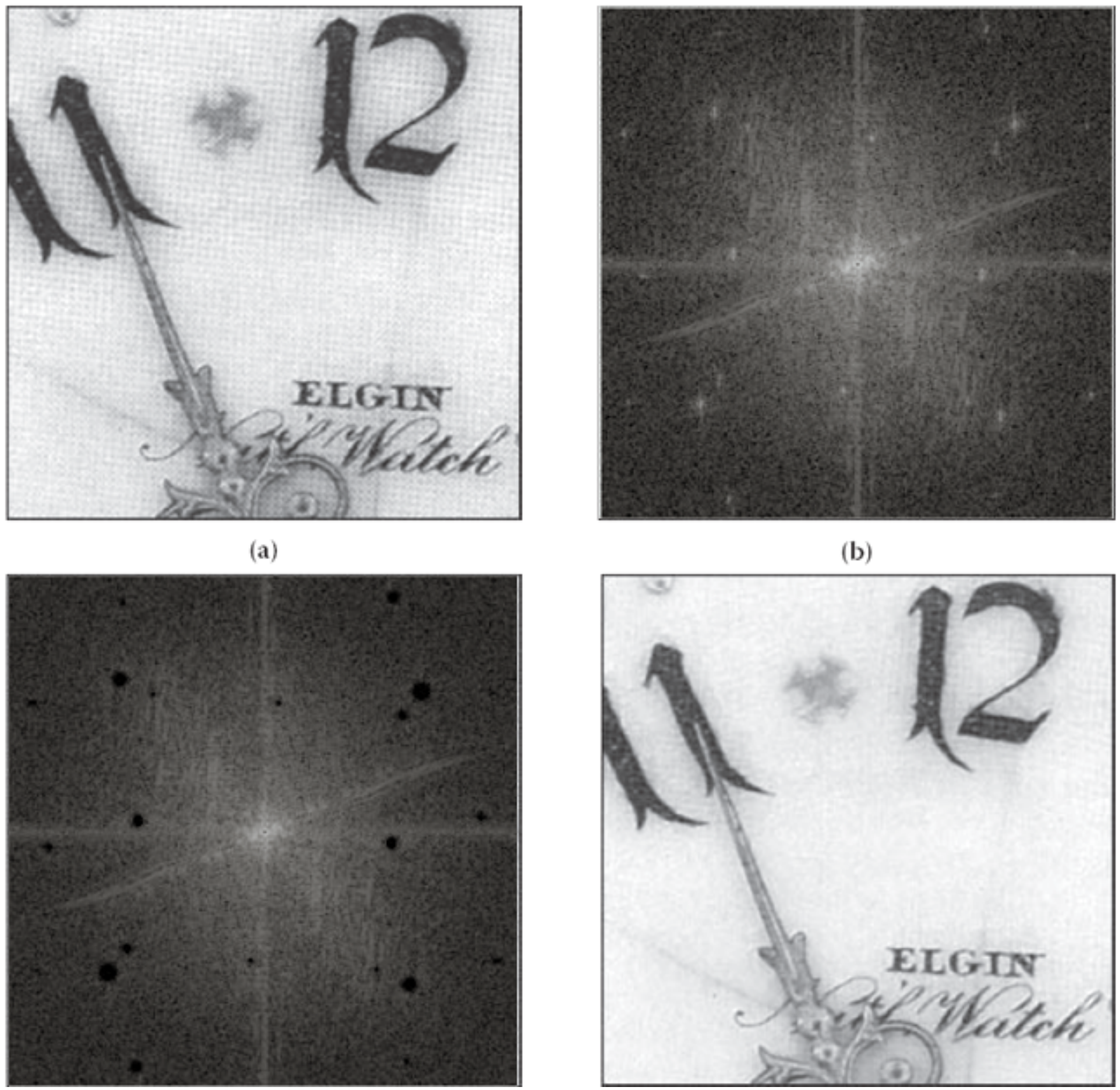


Filtros *Notch Reject* **Ideal**

Filtros *Notch Reject* **Ideal**

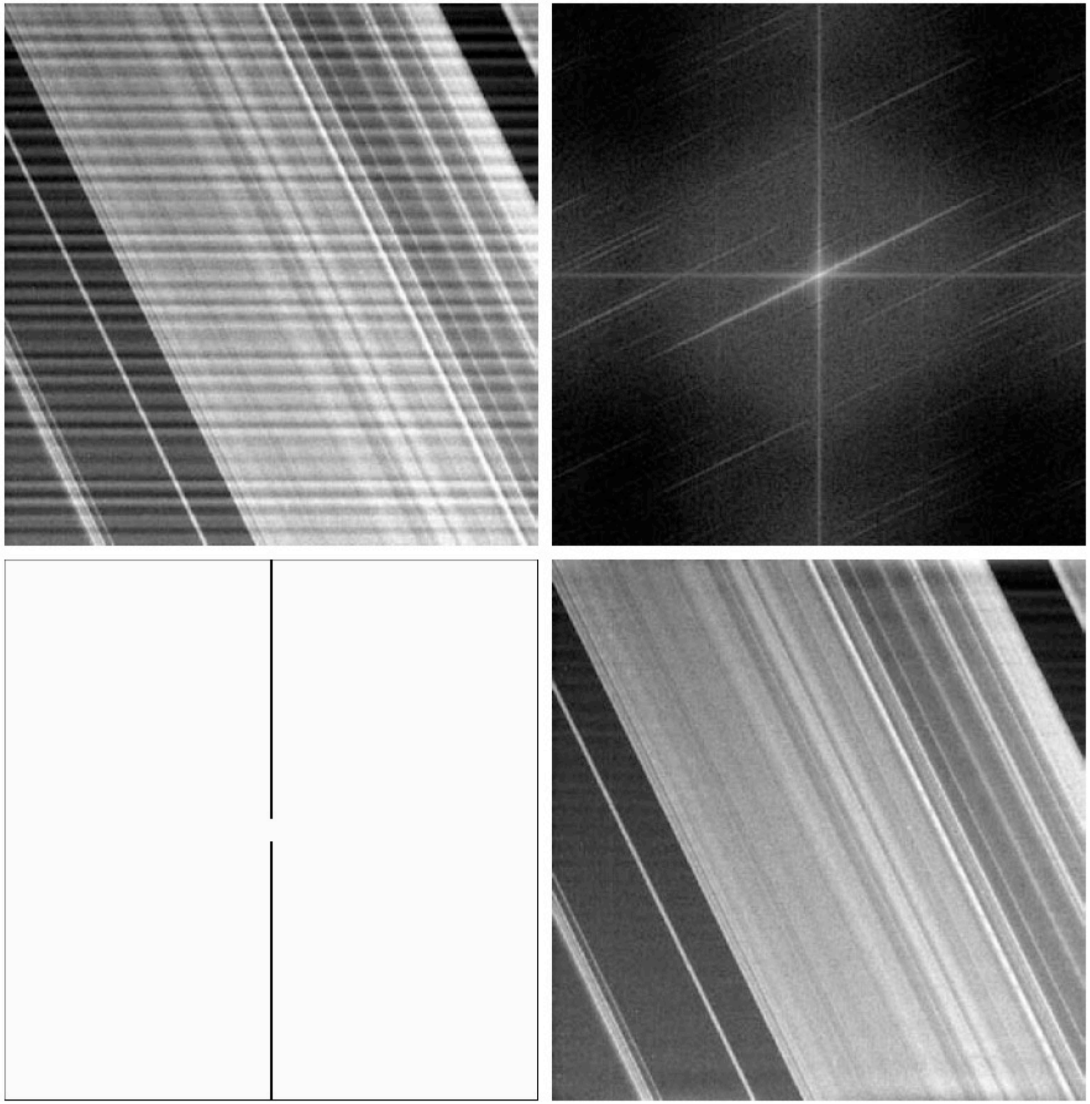


Filtros *Notch Reject* **Ideal**

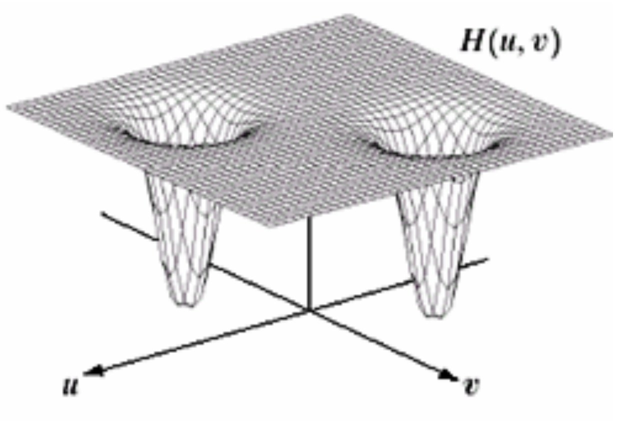


(a) (b)

Filtros *Notch Reject* **Ideal**



Filtros *Notch Reject* **Butterworth**

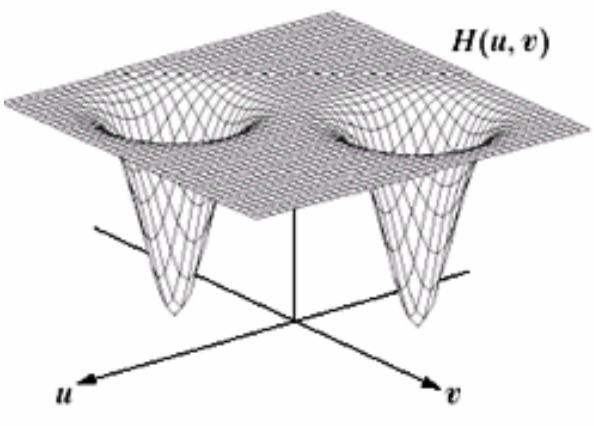


- O filtro *notch-reject* Butterworth é construído como produtos dos filtros passa-alta Butterworth cujos centros foram transladados aos centros de cada *notch*.
- D_0 é a frequência de corte escolhida na construção do filtro;

$$D_1(u,v) = \sqrt{[u-(u_C+u_0)]^2+[v-(v_C+v_0)]^2}$$
$$D_2(u,v) = \sqrt{[u-(u_C-u_0)]^2+[v-(v_C-v_0)]^2}$$

$$H_{NR}(u,v) = \frac{1}{1+\left[\frac{D_0}{D_1(u,v)}\right]^{2n}} \cdot \frac{1}{1+\left[\frac{D_0}{D_2(u,v)}\right]^{2n}}$$

Filtros *Notch Reject* **Gaussiano**



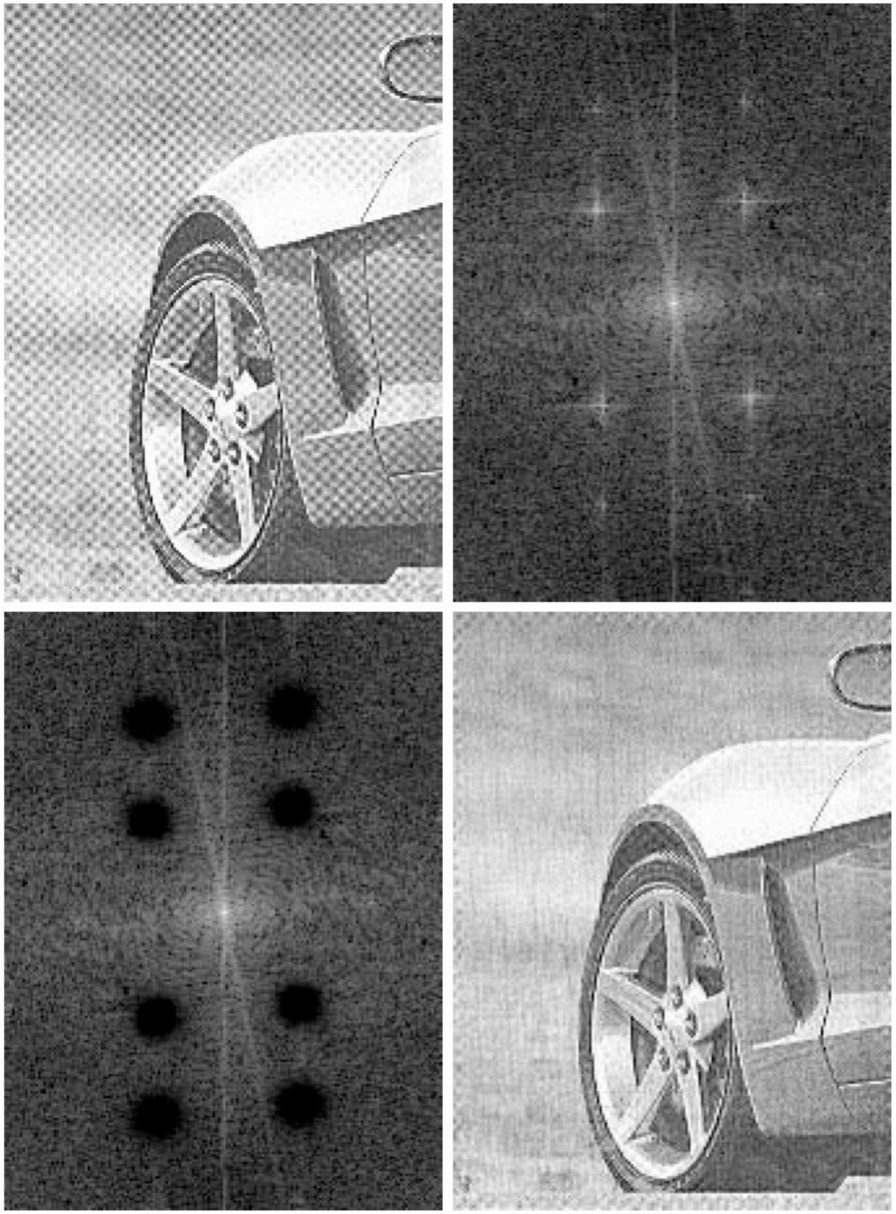
- O filtro *notch-reject* Gaussiano é construído como produtos dos filtros passa-alta Gaussiano cujos centros foram transladados aos centros de cada *notch*.
- D_0 é a frequência de corte escolhida na construção do filtro;

$$D_1(u,v) = \sqrt{[u-(u_C+u_0)]^2 + [v-(v_C+v_0)]^2}$$

$$D_2(u,v) = \sqrt{[u-(u_C-u_0)]^2 + [v-(v_C-v_0)]^2}$$

$$H_{NR}(u,v) = \left(1 - e^{\frac{-D_1(u,v)^2}{2{D_0}^2}}\right) \cdot \left(1 - e^{\frac{-D_2(u,v)^2}{2{D_0}^2}}\right)$$

Filtro *Notch Reject* **Butterworth**

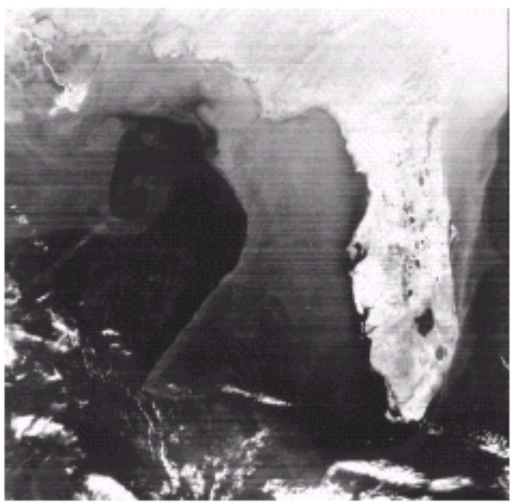


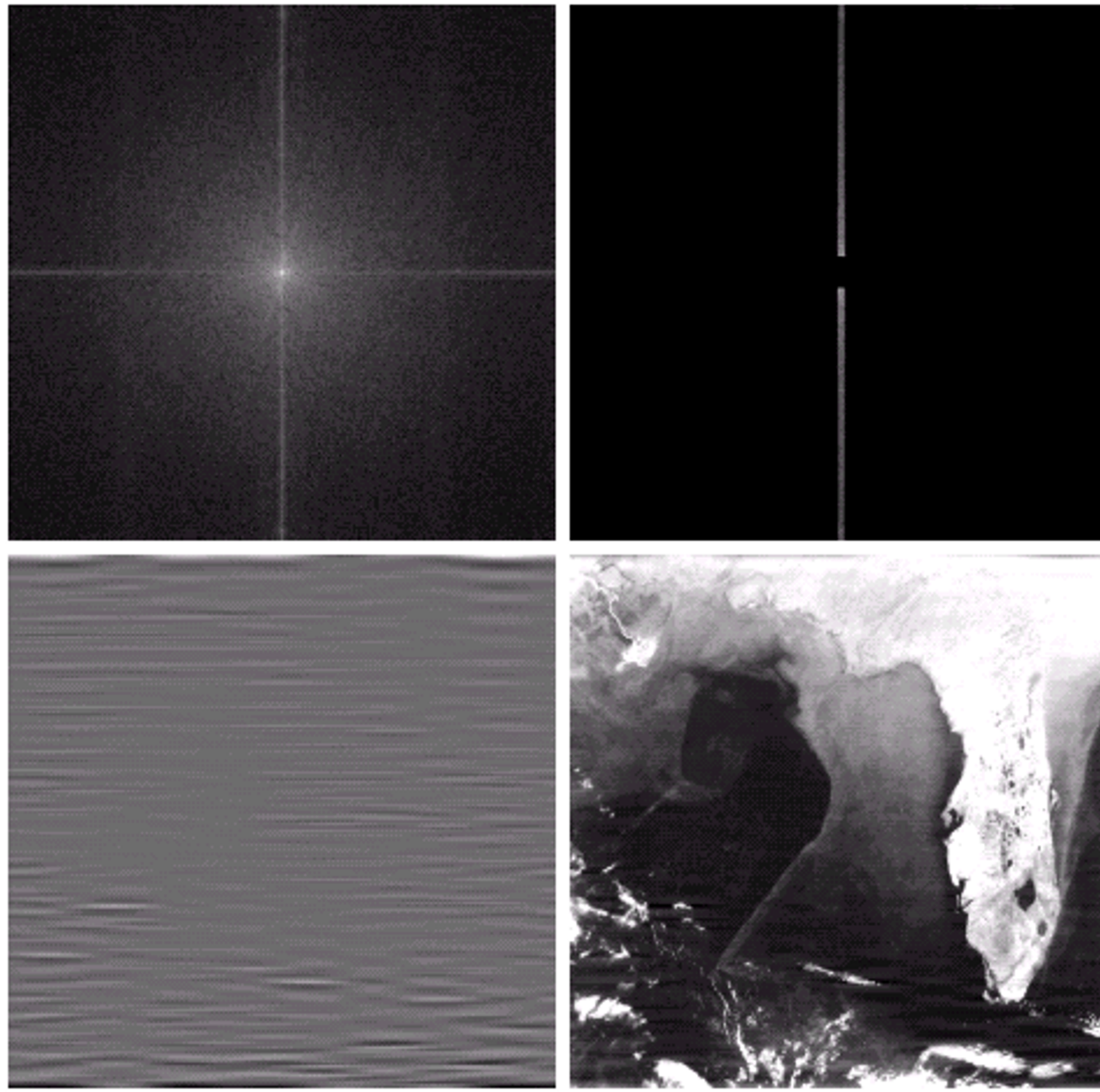
Filtros *Notch Pass*

As equações dos filtros *Notch Pass* podem ser obtidos a partir das equações dos filtros *Notch Reject* :

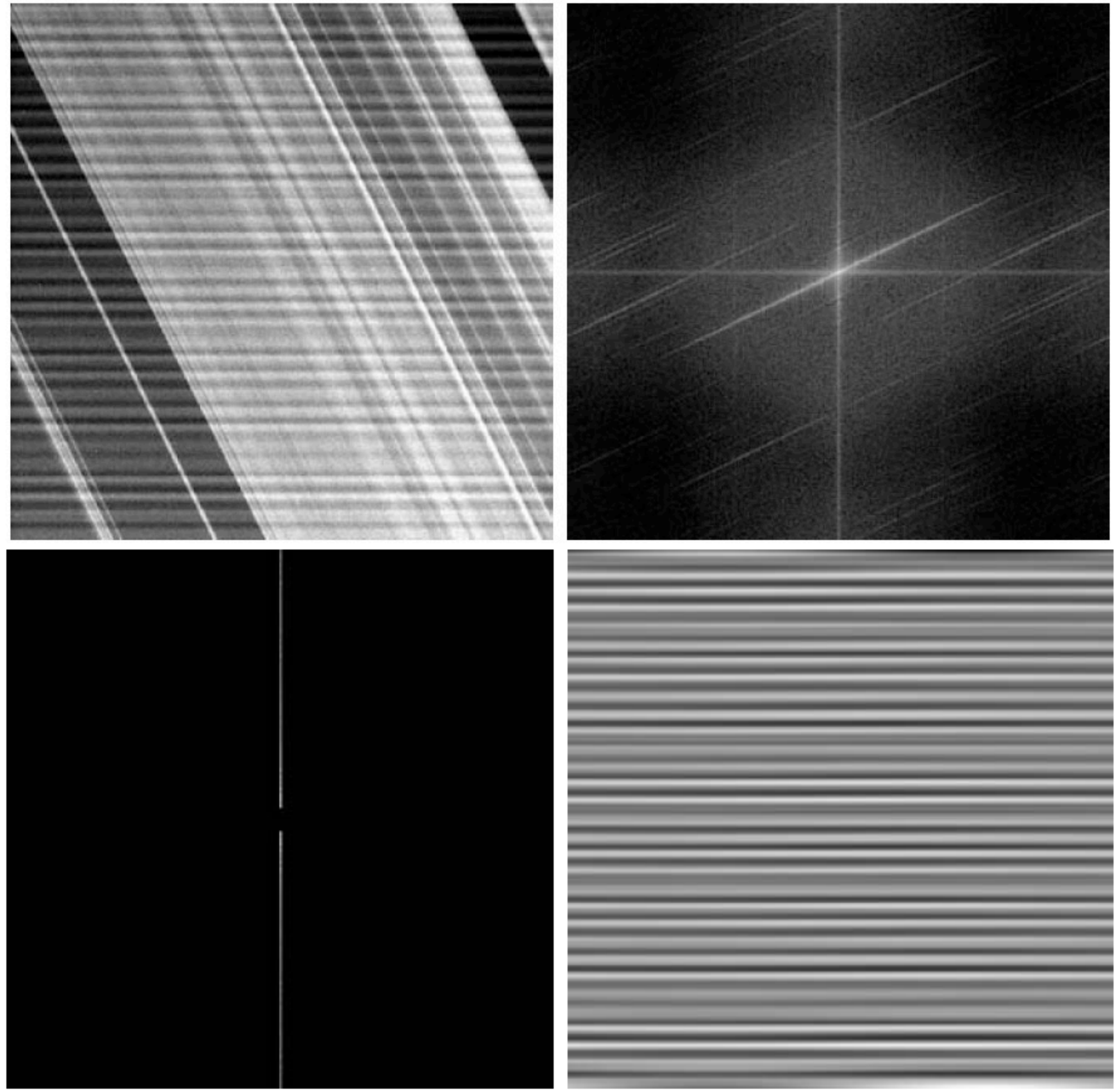
$$H_{NP}(u, v) = 1 - H_{NR}(u, v)$$

Filtros *Notch Pass*





Filtros *Notch Pass*



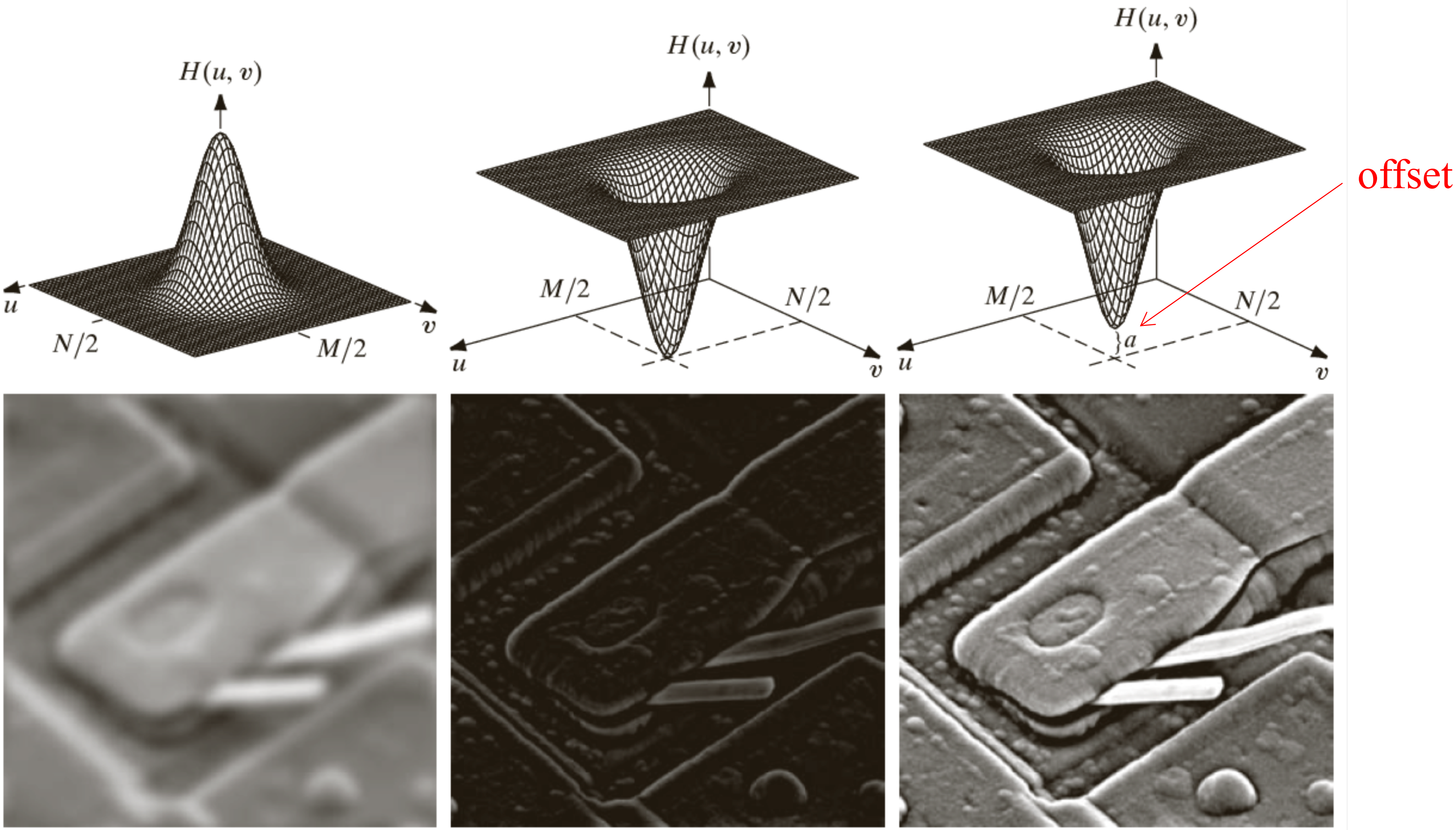
Realce - Sharpening

- Atenua ou mantém os componentes de alguma faixa de frequência da imagem e aumenta (realça) outras faixas de frequências;

- Geralmente mantém as baixas-frequências e realça as altas-frequências;

- Na transição pode-se utilizar qualquer a curva, geralmente utiliza-se Butterworth ou Gaussiano.

Realce - Sharpening



Realce - Sharpening

$$\boxed{H(u,v) = [k_1 \cdot H_P\,(u,v)] + k_2}$$

- H_P - filtro passa-alta qualquer (ideal, Butterworth, Gaussiano)
- k_1 - controla a contribuição das altas frequências (realce)
- k_2 - controla o offset do filtro (brilho da imagem)

Realce - Sharpening

$$\boxed{H(u,v) = [k_1 \cdot H_P\,(u,v)] + 1}$$

- H_P - filtro passa-alta qualquer (ideal, Butterworth, Gaussiano)
- k_1 - controla a contribuição das altas frequências (realce)
- $k_2 = 1$ (não altera o brilho da imagem)

Filtro Homomórfico

- Atenua as baixas-frequências e realça as altas baseando-se no modelo de iluminação-refletância;
- O filtro homomórfico trabalha com a ideia de que a "iluminação" (γ_L) é componente de baixa-frequência e a "refletância" de alta-frequência (γ_H);
- Aumenta-se o contraste da imagem se a iluminação é diminuída ($0 < \gamma_L < 1$) e a refletância é aumentada ($\gamma_H > 1$);
- Na transição pode-se utilizar qualquer a curva de um filtro passa-alta, geralmente utiliza-se Butterworth ou Gaussiano.

Filtro Homomórfico

$$f(x, y) = i(x, y)r(x, y)$$

$$\Rightarrow \quad \Im[f(x, y)] \neq \Im[i(x, y)]\Im[r(x, y)]$$

$$\begin{aligned} z(x, y) &= \ln f(x, y) \\ &= \ln i(x, y) + \ln r(x, y) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} \Im\{z(x, y)\} &= \Im\{\ln f(x, y)\} \\ &= \Im\{\ln i(x, y)\} + \Im\{\ln r(x, y)\} \end{aligned}$$

$$\Downarrow$$

$$Z(u, v) = F_i(u, v) + F_r(u, v)$$

$$\begin{aligned} S(u, v) &= H(u, v)Z(u, v) \\ &= H(u, v)F_i(u, v) + H(u, v)F_r(u, v) \end{aligned}$$

Filtro Homomórfico

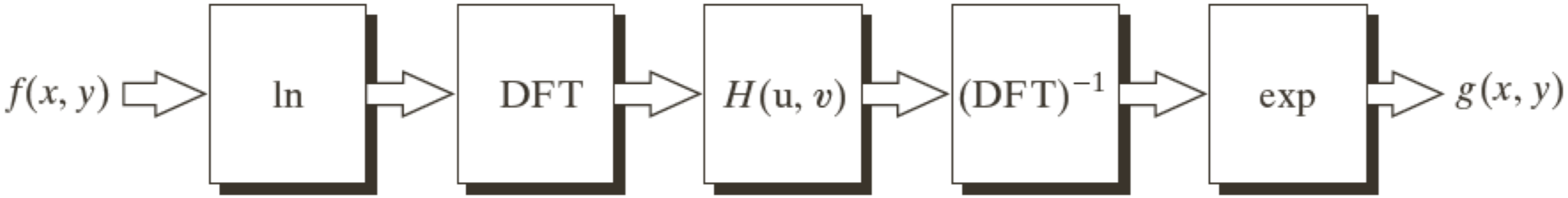
$$s(x, y) = \Im^{-1}\{S(u, v)\}$$
$$= \Im^{-1}\{H(u, v)F_i(u, v)\} + \Im^{-1}\{H(u, v)F_r(u, v)\}$$

$$i'(x, y) = \Im^{-1}\{H(u, v)F_i(u, v)\}$$
$$r'(x, y) = \Im^{-1}\{H(u, v)F_r(u, v)\}$$

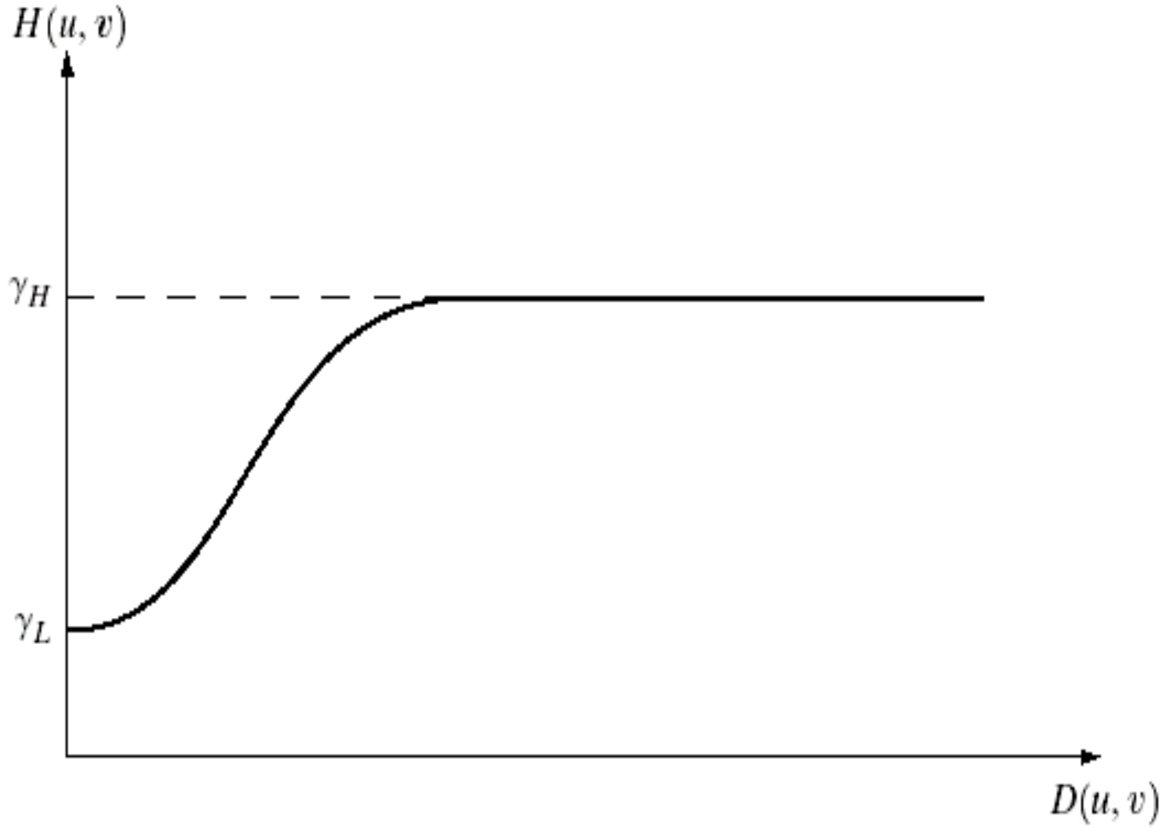
$$s(x, y) = i'(x, y) + r'(x, y) \Longrightarrow$$

$$g(x, y) = e^{s(x,y)}$$
$$= e^{i'(x,y)}e^{r'(x,y)}$$
$$= i_0(x, y)\,r_0(x, y)$$

Filtro Homomórfico



Filtro Homomórfico

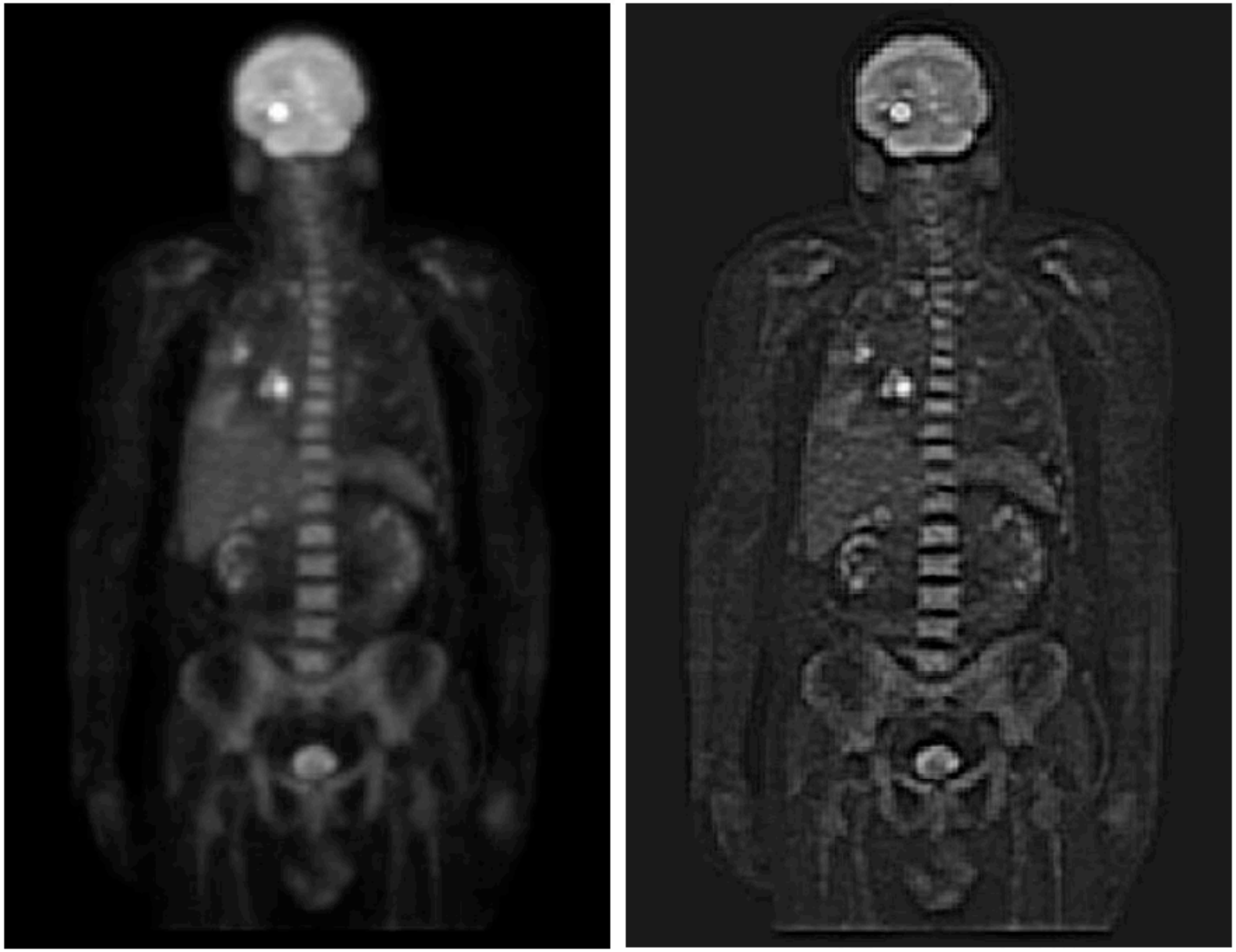


Filtro Homomórfico

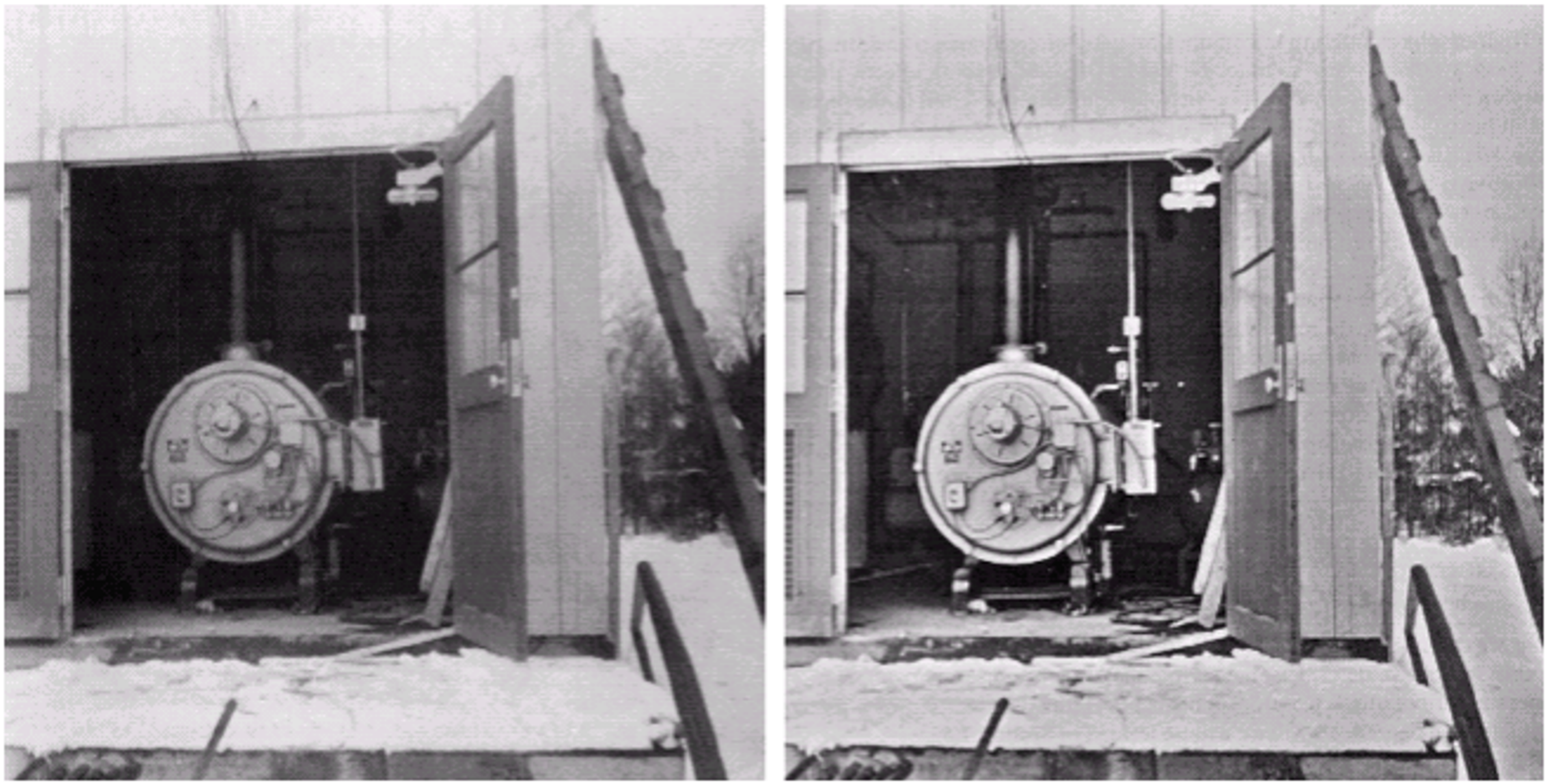
$$\boxed{H(u,v) = [(\gamma_H - \gamma_L) \cdot H_P\,(u,v)] + \gamma_L}$$

- H_P - filtro passa-alta qualquer (ideal, Butterworth, Gaussiano)
- $0 < \gamma_L < 1$
- $\gamma_H > 1$

Filtro Homomórfico



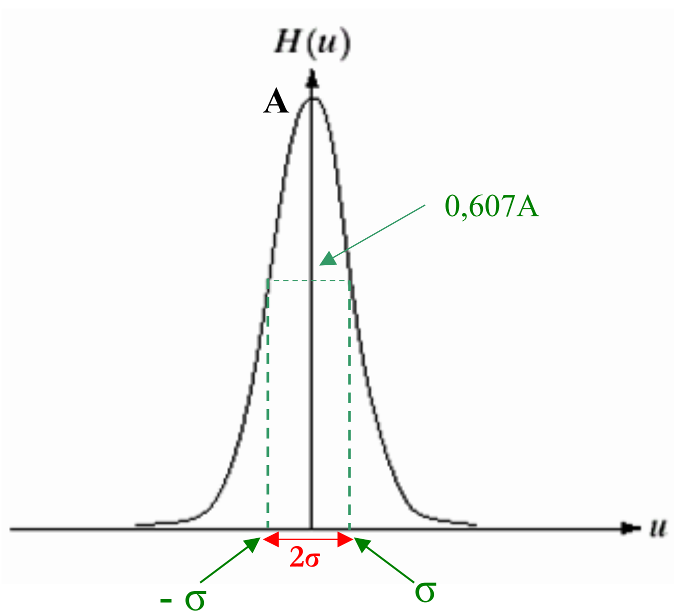
Filtro Homomórfico

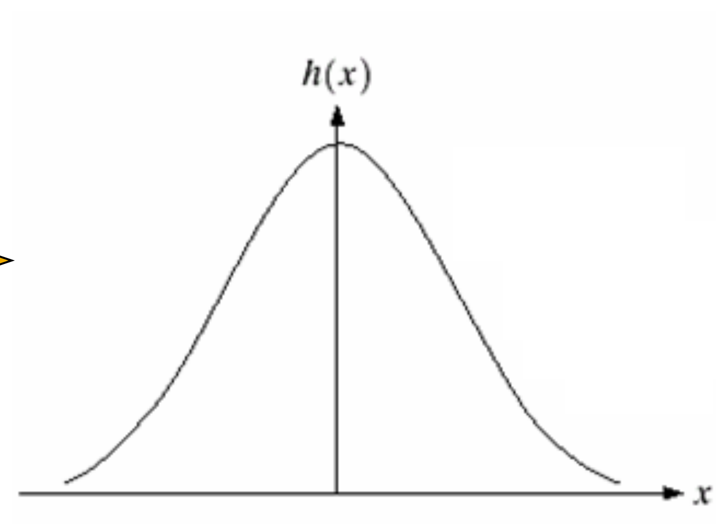


Relação entre filtros no domínio da frequência e no domínio do espaço

Filtro Passa-Baixa

$$H(u) = Ae^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} \quad \xrightarrow{\text{IFFT}} \quad h(x) = \sqrt{2\pi}\sigma A e^{-2\pi^2\sigma^2x^2}$$



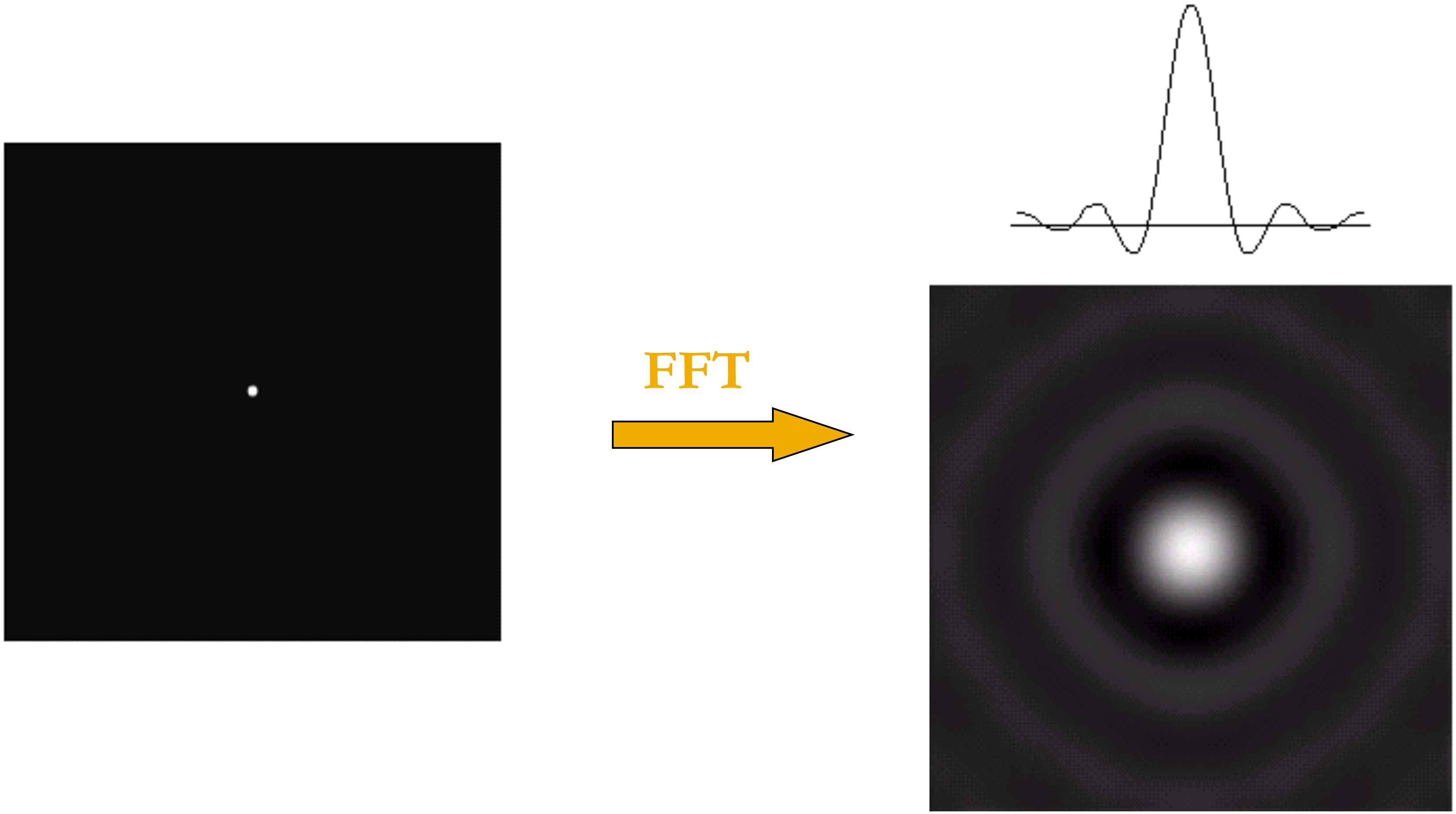


Filtros Equivalentes

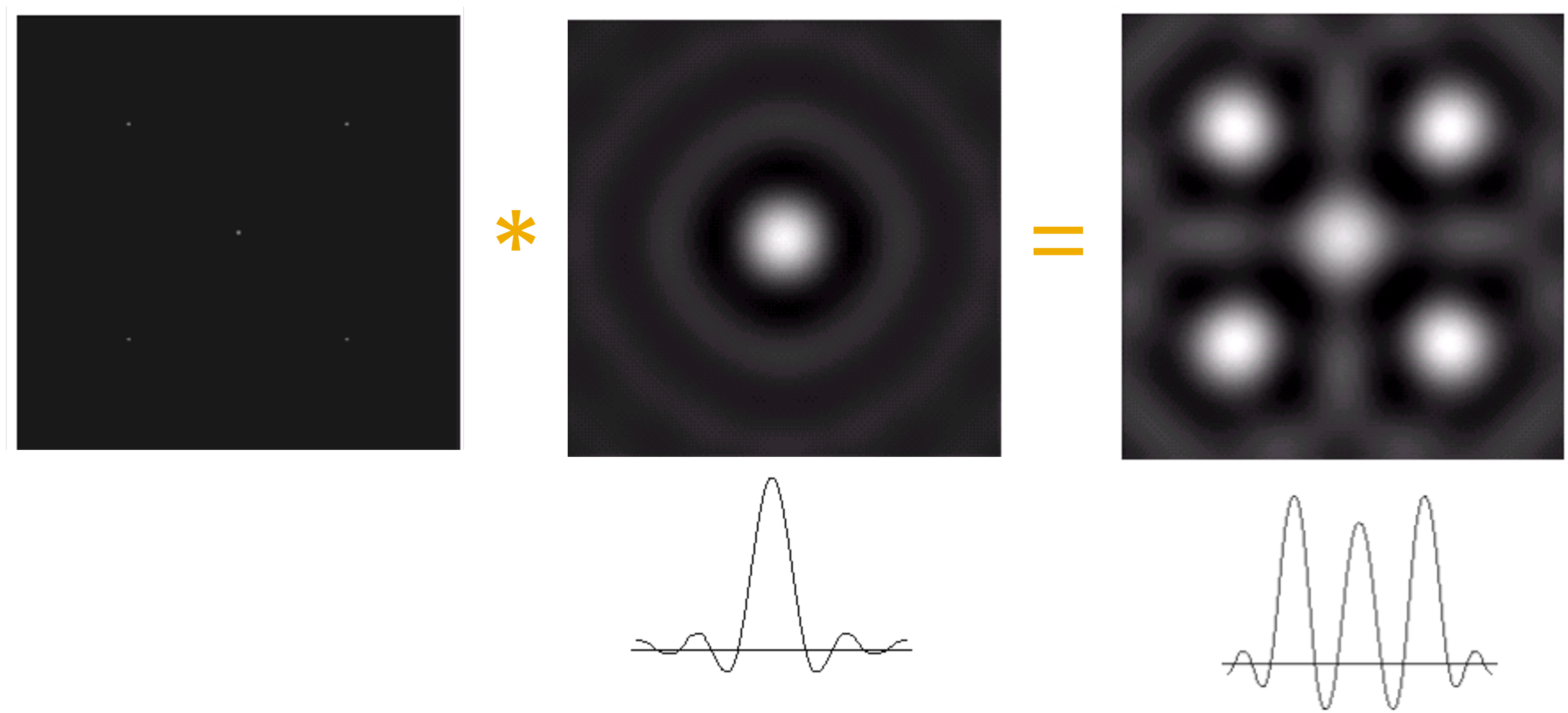
$$\frac{1}{9} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{16} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Filtro Passa-Baixa **Ideal** no domínio da frequência e do espaço



Filtro Passa-Baixa **Ideal** no domínio da frequência e do espaço



Filtro Passa-Baixa **Butterworth** no domínio da frequência e do espaço

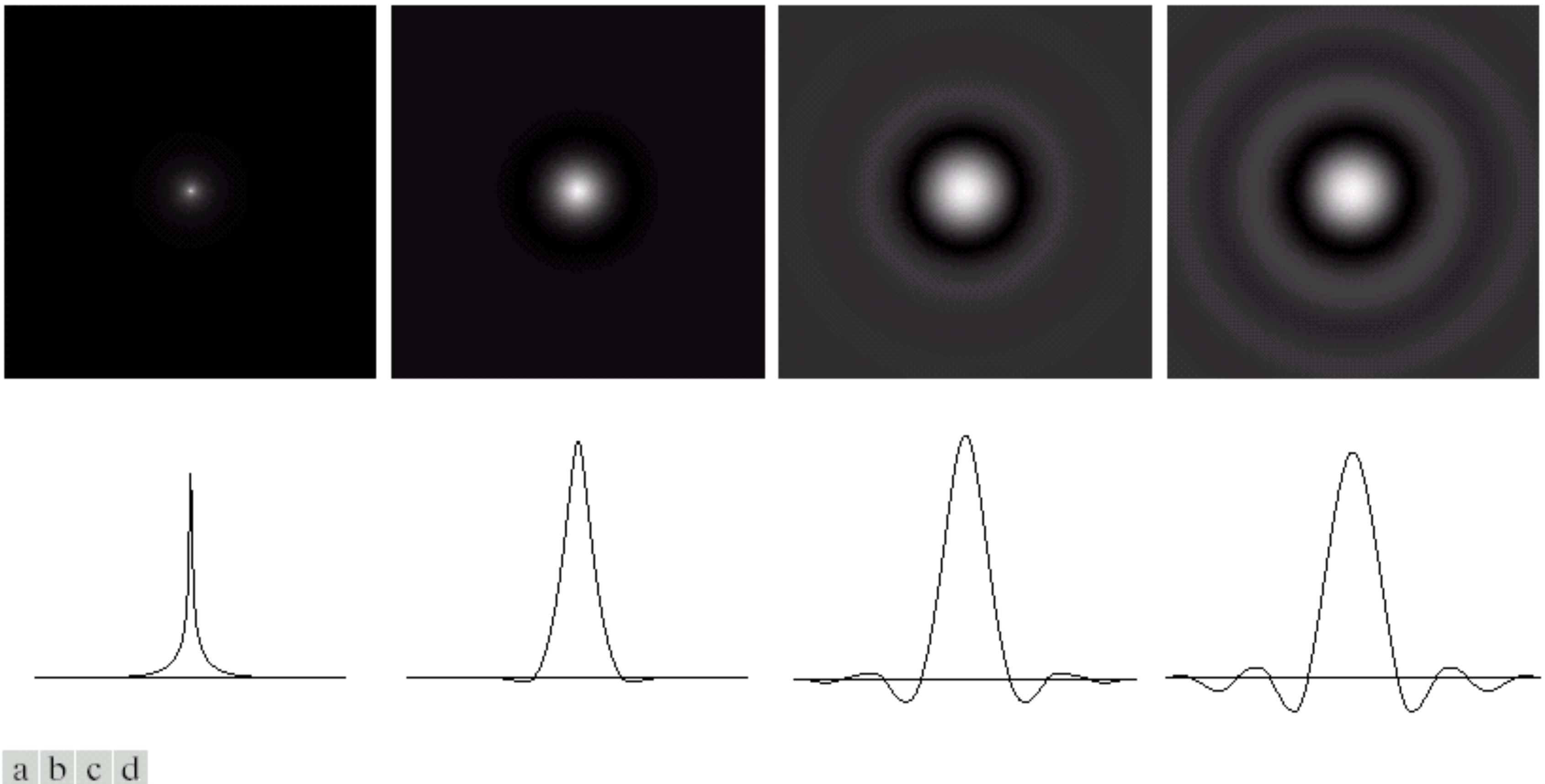
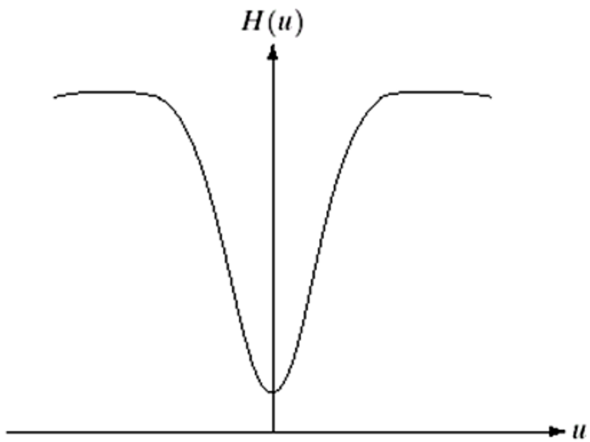
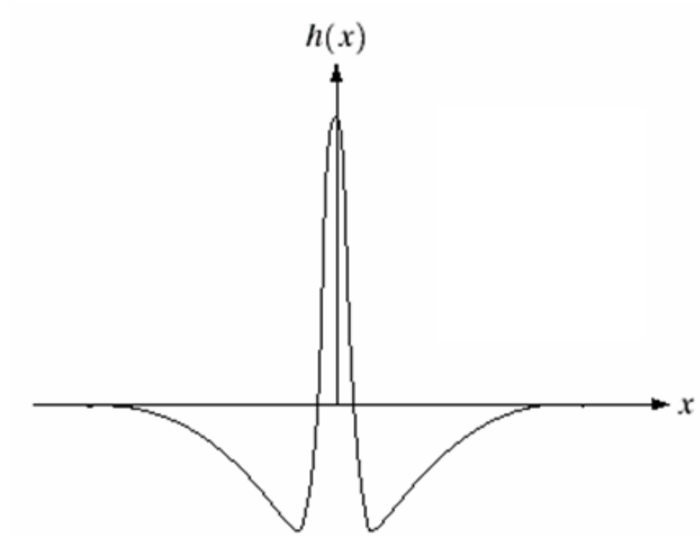


FIGURE 4.16 (a)–(d) Spatial representation of BLPFs of order 1, 2, 5, and 20, and corresponding gray-level profiles through the center of the filters (all filters have a cutoff frequency of 5). Note that ringing increases as a function of filter order.

Filtro Passa-Alta

$$H(u) = Ae^{-\frac{u^2}{2\sigma_1{}^2}} - Be^{-\frac{u^2}{2\sigma_2{}^2}} \xrightarrow{\text{IFFT}} h(x) = \sqrt{2\pi}\sigma_1 A e^{-2\pi^2\sigma_1{}^2x^2} - \sqrt{2\pi}\sigma_2 B e^{-2\pi^2\sigma_2{}^2x^2}$$



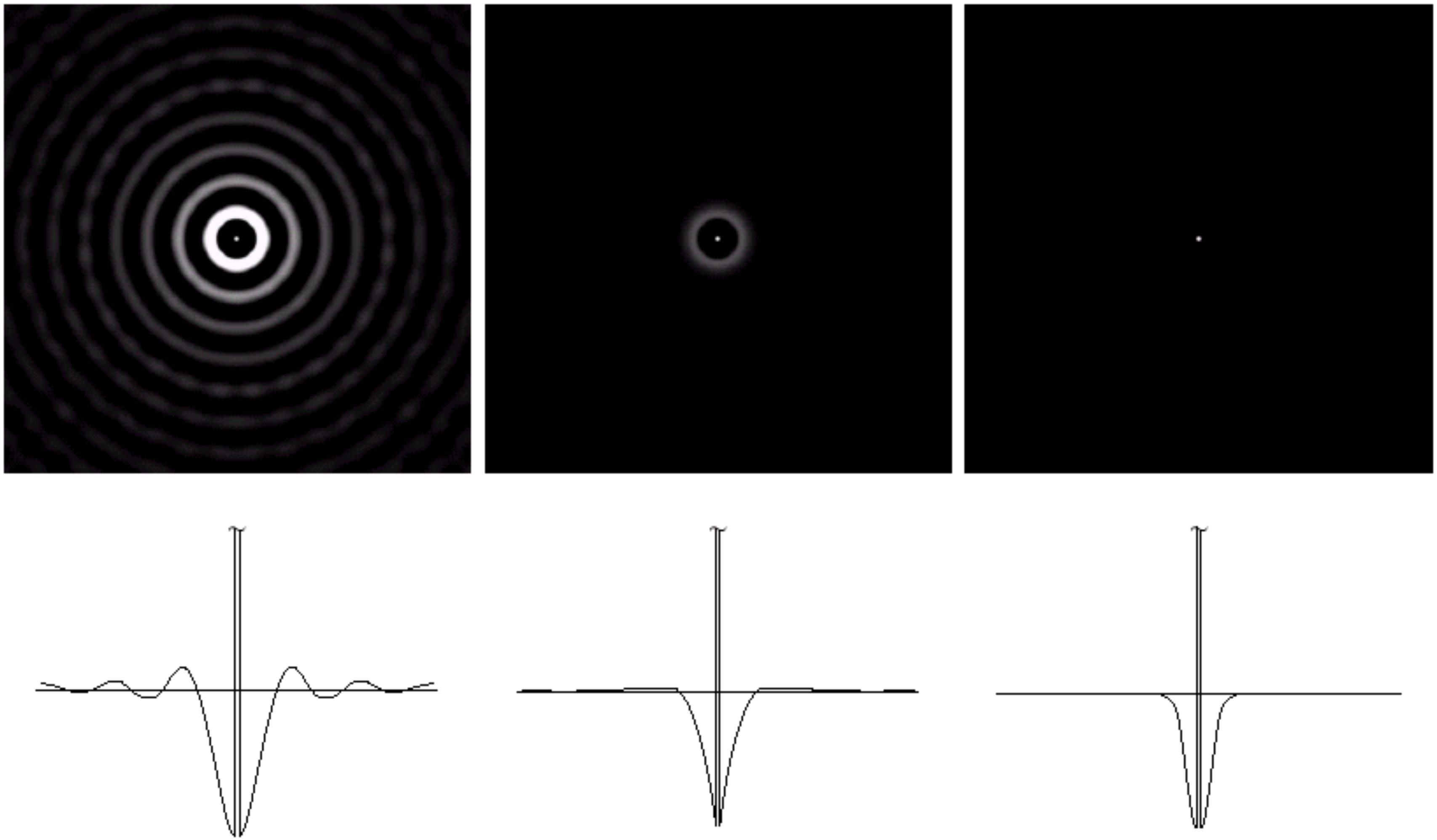


Filtros Equivalentes

−1	−1	−1
−1	8	−1
−1	−1	−1

0	−1	0
−1	4	−1
0	−1	0

Filtro Passa-Alta **Ideal**, **Butterworth** e **Gaussiano** no domínio do Espaço



FIM