Lista de exercícios 6

MAT 111 - Cálculo I - BE

13 de junho de 2020

1. Calcule, caso existam, os seguintes limites:

   (a) $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3}$;

   (b) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{\sqrt{x^2-1}+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x-1}}$;

   (c) $\lim\limits_{x\to -\infty} (x+\sqrt{3-x})$;

   (d) $\lim\limits_{x\to +\infty} (\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^4+1})$;

   (e) $\lim\limits_{x\to -\infty} (\sqrt{x^2+9}+x+3)$;

   (f) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{3x^3+2x^2-3}{9x^4+x-8}$;

   (g) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^2-2x+1}$;

   (h) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{3}{1-x^3}\right)$;

   (i) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)$;

   (j) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)$;

   (k) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x}\right)$;

   (l) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt[4]{7x^{12}+5x^4+7}}{2x^3+2}$;

   (m) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\operatorname{sen}(3x^2-5x+2)}{x^2+x-2}$.

2. A resolução abaixo está incorreta. Assinale o erro e calcule (corretamente) o limite:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-x\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x}\right)}-x\right) = \lim_{x\to\infty} x\,\underbrace{\left(\sqrt{1+\underbrace{\frac{1}{x}}_{\to 0}}-1\right)}_{\to 0} = \lim_{x\to\infty}(x\cdot 0) = 0\,.$$

3. Decida se a afirmação é verdadeira ou falsa, justificando (intuitivamente) ou apresentando um contra-exemplo (que pode ser um gráfico).

   (a) Se $\lim\limits_{x\to p} f(x) = +\infty$ então $\lim\limits_{x\to p} f(x)g(x) = +\infty$.

   (b) Se $f\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ é uma função limitada e positiva e se $g\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ é uma função tal que $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x) = +\infty$ então $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)g(x) = +\infty$.

   (c) Se $f\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ é uma função limitada e $g\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ é uma função tal que $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x) = +\infty$ então $\lim\limits_{x\to +\infty} \big(f(x)+g(x)\big) = +\infty$.

   (d) Se $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ então f é crescente.

   (e) Se $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ então f é ilimitada.

   (f) Se $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ então $\lim\limits_{x\to +\infty} |f(x)| = +\infty$.

   (g) Se $\lim\limits_{x\to +\infty} |f(x)| = +\infty$ então $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$.

   (h) Se $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ e $g(x) \geqslant f(x)$ para todo $x\in\mathbb{R}$, então $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x) = +\infty$.

4. Dê exemplos de funções f e g tais que $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = +\infty$ e $\lim\limits_{x\to 0}(f(x)-g(x)) = 1$.