

Exercícios do Texto 16 e 17

MAT 111 - Cálculo I - BE

12 de junho de 2020

1. Faça exemplos de gráficos que mostrem que as hipóteses do Teorema do Valor Médio são de fato necessárias. Por exemplo, porque não vale se a função é apenas contínua no intervalo aberto $]a, b[$? E se f não for derivável em um ponto do domínio?
2. Determine os intervalos de crescimento e decrescimento de $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2$ e esboce o gráfico. Quantas raízes reais a equação $f(x) = 0$ tem?
3. Mostre que a equação $x^3 - x^2 + 1 = 0$ admite apenas uma raiz real.
4. Determine o intervalo de crescimento e decrescimento e esboce o gráfico, calculando os limites necessários, de
 - (a) $f(x) = \frac{x^2 - x}{1 + 3x^2}$.
 - (b) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$.
5. Suponha $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivável.
 - (a) Mostre que se f tem duas raízes, então f' tem no mínimo uma raiz.
 - (b) Mostre que se f' tem apenas uma raiz real, então f tem no máximo 2 raízes reais distintas. (Sugestão: Suponha que f tenha 3).
6. Mostre que $e^x > x$ para todo $x \in \mathbb{R}$. (Sugestão: Considere a função $f(x) = e^x - x$.)