

TORQUE OSCILATÓRIO DO MOTOR E VIBRAÇÕES TORCIONAIS DO EIXO PROPULSOR

OBJETIVO E CONTEÚDO.

APRESENTAR UMA DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DE TORQUE OSCILATÓRIO EM MOTORES DIESE E SEUS EFEITOS SOBRE A VIBRAÇÃO TORCIONAL DO EIXO PROPULSOR

É APRESENTADA UMA QUESTÃO ILUSTRATIVA

FAZ-SE UMA REVISÃO DE CONCEITOS BÁSICOS DE VIBRAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS

APRESENTA-SE UM MODELO PARA REPRESENTAÇÃO DOS TORQUES OSCILATÓRIOS NO MOTOR

DEFINE-SE UM PROCEDIMENTO PARA VERIFICAÇÃO DO PERIGO DE VIBRAÇÃO DO SISTEMA PROPULSOR

TORQUE OSCILATÓRIO DO MOTOR E VIBRAÇÕES TORCIONAIS DO EIXO PROPULSOR

QUESTÃO ILUSTRATIVA

O eixo propulsor de um navio opera numa faixa de 90 a 120 rpm. A instalação é composta por um motor de média rotação, acoplado ao hélice através de um redutor de razão 5/1. O motor é de 6 cilindros, 4 tempos com ordem de ignição 1,3,5,6,4,2, e rotação de projeto de 600 rpm.

Sabe-se que o torque absorvido pelo hélice varia com o quadrado da rotação.

Sabe-se também que a relação entre a amplitude do harmônico de ordem n e o conjugado médio em cada cilindro é dada por:

$$C_n / C_0 = 1, 0/n + 0,3$$

TORQUE OSCILATÓRIO DO MOTOR E VIBRAÇÕES TORCIONAIS DO EIXO PROPULSOR

QUESTÃO ILUSTRATIVA

A primeira frequência natural para vibração torcional do sistema propulsor, referida à rotação do eixo do motor, é de 1.800 cpm. Para esse modo a curva de vibrar pode ser considerada linear com as seguintes amplitudes relativas para os cilindros extremos:

$$A_1 = 1,0$$

$$A_6 = - 0,5$$

- a) Identificar as velocidades críticas na faixa de rotação considerada
- b) Determinar qual é a velocidade crítica mais perigosa

TORQUE OSCILATÓRIO DO MOTOR E VIBRAÇÕES TORCIONAIS DO EIXO PROPULSOR

QUESTÃO ILUSTRATIVA - ENTENDIMENTO DO ENUNCIADO

1 FENÔMENO DE VIBRAÇÃO TORCIONAL

Se o torque aplicado ao eixo propulsor é oscilatório, com frequência próxima de uma frequência natural do eixo, então superposto ao movimento de rotação aparece uma vibração torcional do eixo

A figura do slide seguinte ilustra o fenômeno de vibração torcional junto com outros dois casos



ILUSTRAÇÃO DE PROBLEMAS DE VIBRAÇÃO EM ENGENHARIA NAVAL

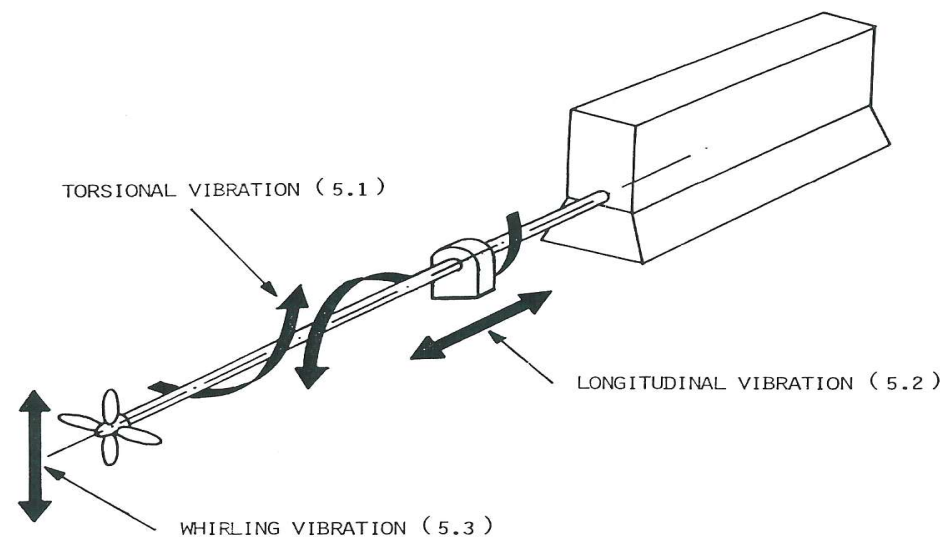


Fig. 1.8

The excitation forces from the propeller and main engine may excite vibration in the shaft system. Torsional vibration at resonance may create stresses in the shafting resulting in fatigue damages. Longitudinal vibration may if associated with resonance excite both global and local structures of the ship.

TORQUE OSCILATÓRIO DO MOTOR E VIBRAÇÕES TORCIONAIS DO EIXO PROPULSOR

QUESTÃO ILUSTRATIVA - ENTENDIMENTO DO ENUNCIADO

2. Harmônico do torque

O torque produzido em um motor de combustão interna é oscilatório

Ele é resultado da somatória dos torques produzidos em cada cilindro

O torque em cada cilindro é a composição de duas parcelas: o torque devido à pressão do gás e o torque de inércia

O torque de inércia (devido às forças de inércia) tem média nula e 3 componentes (Veja equação 6.40 - capítulo 6)

$$M_{in} = \frac{1}{2} m_{alt} \Omega^2 r^2 \left(\frac{r}{2l} \sin \Omega t - \sin 2 \Omega t - \frac{3r}{2l} \sin 3 \Omega t \right)$$

TORQUE OSCILATÓRIO DO MOTOR E VIBRAÇÕES TORCIONAIS DO EIXO PROPULSOR

QUESTÃO ILUSTRATIVA - ENTENDIMENTO DO ENUNCIADO

O torque devido à pressão do gás depende do ciclo de pressão em cada cilindro - Veja Figura 1 que mostra o diagrama para um motor de 2 tempos. Para um motor de 4 tempos há ligeiras diferenças

A força devido à pressão do gás é transmitida pela biela vai gerar um torque no eixo de manivelas - Veja Figura 2

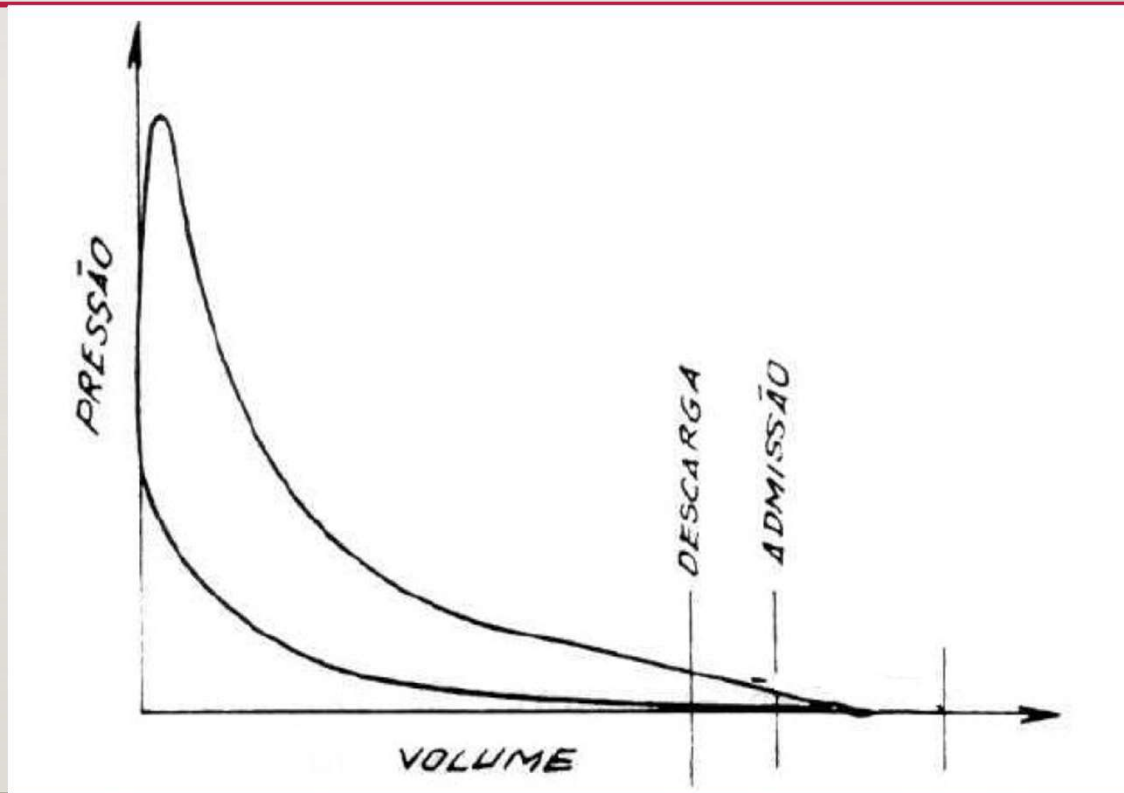
O torque é, portanto, periódico - Veja Figura 3

Pode-se distinguir 3 trechos na curva do torque ao longo do período

No primeiro trecho ele é positivo (combustão e expansão), no segundo praticamente nulo (processo de lavagem) e no terceiro negativo (compressão)

TORQUE OSCILATÓRIO DO MOTOR E VIBRAÇÕES TORCIONAIS DO EIXO PROPULSOR

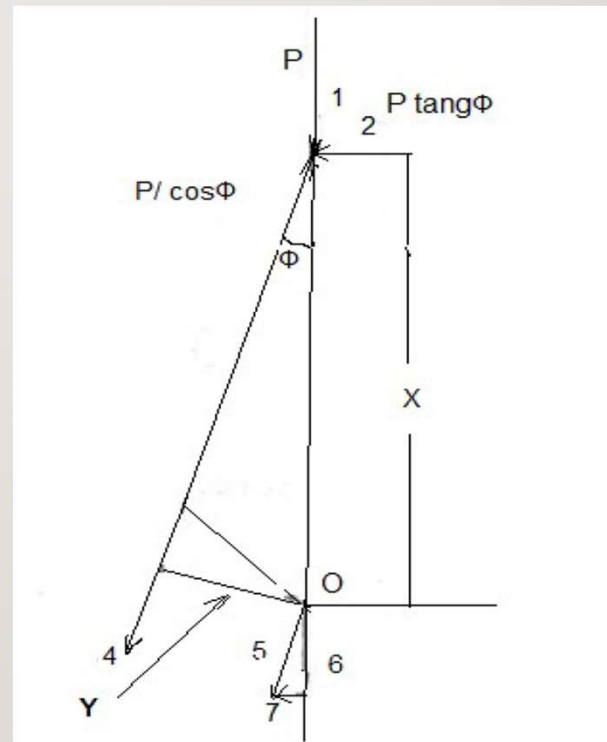
FIGURA 1
Diagrama pV
em um cilindro
de motor 2
tempos



TORQUE OSCILATÓRIO DO MOTOR E VIBRAÇÕES TORCIONAIS DO EIXO PROPULSOR

FIGURA 2

Esquema de geração de torque devido à pressão de gás no cilindro



TORQUE OSCILATÓRIO DO MOTOR E VIBRAÇÕES TORCIONAIS DO EIXO PROPULSOR

FIGURA 3
Variação do torque ao longo de um ciclo para motor de combustão interna



TORQUE OSCILATÓRIO DO MOTOR E VIBRAÇÕES TORCIONAIS DO EIXO PROPULSOR

REPRESENTAÇÃO DO TORQUE DEVIDO À PRESSÃO DO GÁS

Como o torque é uma função periódica, ele pode ser representado por uma série de Fourier

$$Q_g = \sum (A_j \sin j\Omega_f t + B_j \cos \Omega_f t) = B_0 + \sum (C_j \sin(j\Omega_f t + \delta_j)$$

- A_j e B_j são coeficientes da série, que podem ser determinados a partir da curva da função do torque

- Ω_f é a frequência fundamental do torque

Para motores de 2 tempos $\Omega_f = \Omega$

Para motores de 4 tempos $\Omega_f = \Omega / 2$

Nesta série j varia de 0 a infinito. O termo B_0 da série de Fourier corresponde ao torque médio que, evidentemente, pode ser calculado diretamente do diagrama de pressão do cilindro.

TORQUE OSCILATÓRIO DO MOTOR E VIBRAÇÕES TORCIONAIS DO EIXO PROPULSOR

REPRESENTAÇÃO DO TORQUE DEVIDO À PRESSÃO

$$Q_g = \sum (A_j \sin j\Omega_f t + B_j \cos \Omega_f t) = \sum (C_j \sin(j\Omega_f t + \delta_j)) \quad (\text{equação 1})$$

Quantos harmônicos são realmente necessários para representar com precisão satisfatória o torque devido a pressão do gás produzido em cada cilindro?

A partir de uma curva de torque obtida experimentalmente, aplica-se uma análise harmônica e são identificados os termos (harmônicos) mais significativos da série. Para alguns motores 10 termos são suficientes, mas nunca se utiliza mais que 20 harmônicos

É comum representar os harmônicos do torque usando como referência a rotação do motor. No caso de motores de 4 tempos, além dos inteiros, aparecem harmônicos de ordem $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, etc

TORQUE OSCILATÓRIO DO MOTOR E VIBRAÇÕES TORCIONAIS DO EIXO PROPULSOR

REPRESENTAÇÃO DO TORQUE DEVIDO À PRESSÃO

São considerados, no mínimo, 10 harmônicos do torque devido a pressão do gás. Aos harmônicos de ordem 1, 2 e 3 devem ser somadas as contribuições do torque de inércia

3. Velocidade crítica

Pela análise do torque produzido em cada cilindro, há pelo menos 10 excitações oscilatórias atuando sobre o eixo propulsor

Chama-se velocidade crítica a rotação do motor em que a frequência de um dos harmônicos for igual a uma frequência natural de vibração do sistema propulsor

Velocidade crítica perigosa é aquela em que a energia introduzida no processo vibratório é significativa

FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DO EIXO PROPULSOR

MODELO PARA REPRESENTAÇÃO DE VIBRAÇÃO TORCIONAL

A Figura 4 apresenta o modelo normalmente utilizado para o estudo de vibração torcional

O sistema todo é modelado por uma linha de eixo, com rigidez variável por trecho, sobre a qual estão montados discos, de momentos de inércia distintos

Percebem-se as simplificações feitas na construção do modelo:

- i) O eixo de manivelas do motor, com seus ressaltos característicos, representado por um conjunto de trechos retos de eixo;
- ii) O mecanismo pistão, biela manivela, neste caso, ou o mecanismo pistão, haste, cruzeta, biela, manivela no caso dos motores de 2 tempos, é representado por um conjunto de discos

FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DO EIXO PROPULSOR

MODELO PARA REPRESENTAÇÃO DE VIBRAÇÃO TORCIONAL

Considerando, então, o modelo da Figura 4, tem-se um sistema discreto com múltiplos graus de liberdade

No caso são 8 graus, correspondendo aos deslocamentos angulares em cada um dos discos

Desses discos, 6 representam os cilindros, 1 o redutor e 1 um o propulsor

É interessante observar que para o estudo de vibração torcional não há nenhum ponto fixo no sistema; o que importa são os movimentos relativos entre os diversos discos, que geram as torções nos trechos de eixo.

FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DO EIXO PROPULSOR

MODELO PARA REPRESENTAÇÃO DE VIBRAÇÃO TORCIONAL

O sistema da figura 4 tem 8 graus de liberdade e 7 frequências naturais diferentes de zero

À cada frequência corresponde um modo natural de vibrar.

Existem diversos métodos para cálculo de frequências e modos naturais de sistemas discretos com múltiplos graus de liberdade. Também não está dentro do escopo da disciplina apresentar estes métodos.

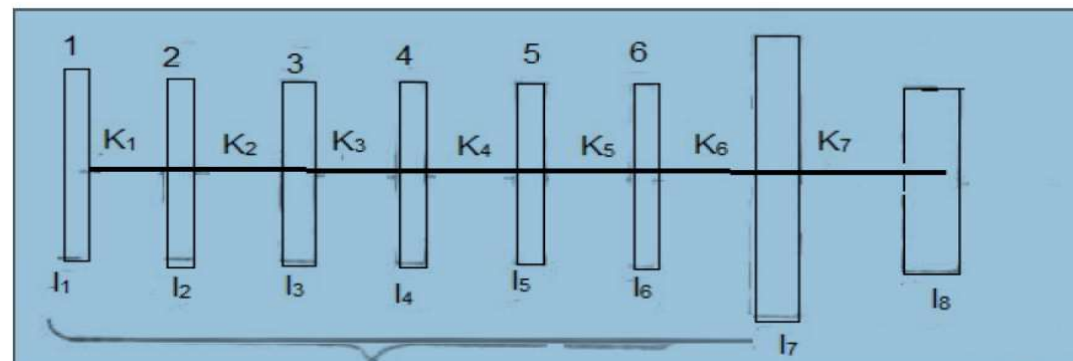
Vamos apenas apresentar o equacionamento do problema

FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DO EIXO PROPULSOR

MODELO PARA REPRESENTAÇÃO DE VIBRAÇÃO TORCIONAL

FIGURA 4

Modelo para estudo de vibração torcional de um a instalação propulsora com redutor



CILINDROS

REDUTOR

HÉLICE

FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DO EIXO PROPULSOR

MODELO PARA REPRESENTAÇÃO DE VIBRAÇÃO TORCIONAL

Considere-se a equação de movimento para o sistema da Figura 4 admitindo a presença de amortecimento e excitação

$$M d^2 X(t) / dt^2 + C dX(t) / dt + KX(t) = F(t) \quad (\text{equação 2})$$

em que $X(t)$ é o vetor dos ângulos de torção dos discos do sistema

M é a matriz dos momentos de inércia do sistema; C é a matriz de amortecimento e K é a matriz de rigidez torcional

F é vetor de excitação aplicado ao sistema

Para o caso de vibração livre sem amortecimento a equação 2 se reduz a

$$M d^2 X(t) / dt^2 + KX(t) = 0 \quad (\text{equação 3})$$

A solução da equação 2 permite obter as frequências e modos naturais do sistema

FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DO EIXO PROPULSOR

MODELO PARA REPRESENTAÇÃO DE VIBRAÇÃO TORCIONAL

Cada modo natural tem uma resposta dada por

$$X_{li}(t) = A_{li} \sin \Omega_i t \quad (\text{equação 4})$$

em que $X_{li}(t)$ é o ângulo de torção no grau de liberdade l para o modo natural de vibrar i

A_{li} é a amplitude de vibração torcional no grau de liberdade l para o modo i

Ω_i é a frequência natural do modo i

Observação: A partir desta curva pode-se obter as amplitudes de vibração torcional nos cilindros do motor

DETERMINAÇÃO DAS VELOCIDADES CRÍTICAS PERIGOSAS

CÁLCULO DA ENERGIA INTRODUZIDA NA VIBRAÇÃO POR UM HARMÔNICO DO TORQUE DOS CILINDROS

Sabe-se que para um sistema discreto com múltiplos graus de liberdade a energia introduzida em um processo de vibração pode ser expressa por:

$$(E.I.)_T = \sum (\pi (F_0)_j (x_0)_j \text{ sen } \Phi_j)$$

Para o caso de deslocamentos angulares, a expressão correspondente é

$$(E.I.)_T = \sum E_{l,j,i}$$

em que $E_{l,j,i}$ é a energia introduzida no modo i pelo harmônico j atuando no grau de liberdade (disco) l

OBSERVAÇÃO: Estamos considerando o caso em que $\Omega_j = \Omega_i$
ou seja a frequência do harmônico j do torque é igual a frequência natural do modo i

CÁLCULO DA ENERGIA INTRODUZIDA NA VIBRAÇÃO POR UM HARMÔNICO DO TORQUE DOS CILINDROS

Pode-se expressar E_{ij} através de $E_{ij} = \pi M_{j|0} A_{ji} \sin \Phi_{ji}$

$M_{j|0}$ é a amplitude do harmônico j atuando no cilindro l Em correspondência com a equação 1: $M_{j|0} = C_{jl}$

A_{ji} é a amplitude de vibração do i -ésimo modo de vibração no cilindro l

Φ_{ji} é o ângulo de fase entre o deslocamento angular no cilindro (grau de liberdade) l e o j ésimo harmônico do torque atuando neste cilindro

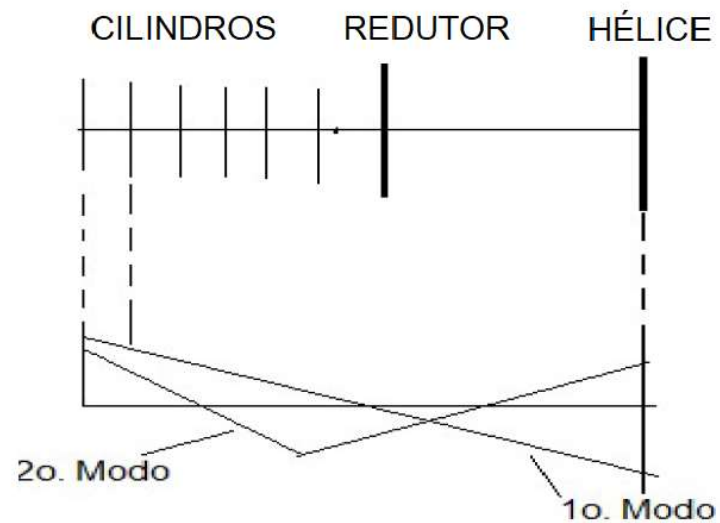
Para calcular a energia introduzida total é necessário investigar como $M_{j|0}$, A_{ji} e Φ_{jl} variam de cilindro para cilindro

A amplitude do l ésimo harmônico do torque ($M_{j|0}$) é igual em todos os cilindros se o motor estiver funcionando regularmente

A amplitude de vibração (A_{ji}) em um dado modo varia de cilindro para cilindro, como pode ser visto na Figura 5

FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DO EIXO PROPULSOR

FIGURA 5
Primeiro e
segundo modo
naturais de
vibração torcional



CÁLCULO DA ENERGIA INTRODUZIDA NA VIBRAÇÃO POR UM HARMÔNICO DO TORQUE DOS CILINDROS

Falta agora examinar a variável Φ_{jl} . Para análise deste termo, são considerados dois pontos:

- o movimento de vibração em um modo natural é síncrono, isto é, o deslocamento angular (Veja equação 4) atinge o valor máximo simultaneamente em cada cilindro;
- existe uma defasagem entre os harmônicos do torque de ordem j nos diferentes cilindros do motor (α_{ij}), sendo que esta defasagem é igual ao produto da defasagem fundamental do torque (α_{fj}) pela ordem do harmônico (j), isto é, $\alpha_{ij} = j \alpha_{fj}$

Sabe-se, adicionalmente, que defasagem entre o torque nos diversos cilindros é determinada pelos ângulos de manivelas do motor.

CÁLCULO DA ENERGIA INTRODUZIDA NA VIBRAÇÃO POR UM HARMÔNICO DO TORQUE DOS CILINDROS

Portanto os ângulos de fase Φ_{ji} variam de um cilindro para outro. Assim, admitindo-se certa defasagem entre o harmônico do torque de ordem j no cilindro l e o deslocamento angular neste cilindro no modo de vibração natural i , as defasagens entre o mesmo harmônico do torque e o deslocamento nos demais cilindros estão determinadas.

Isto pode ser ilustrado na Figura 6 em que são representadas em diagrama vetorial as variáveis que entram no cálculo da energia introduzida. Observe-se que nesta representação está se considerando um motor fictício, sem número de cilindros e arranjo de manivelas definidos.

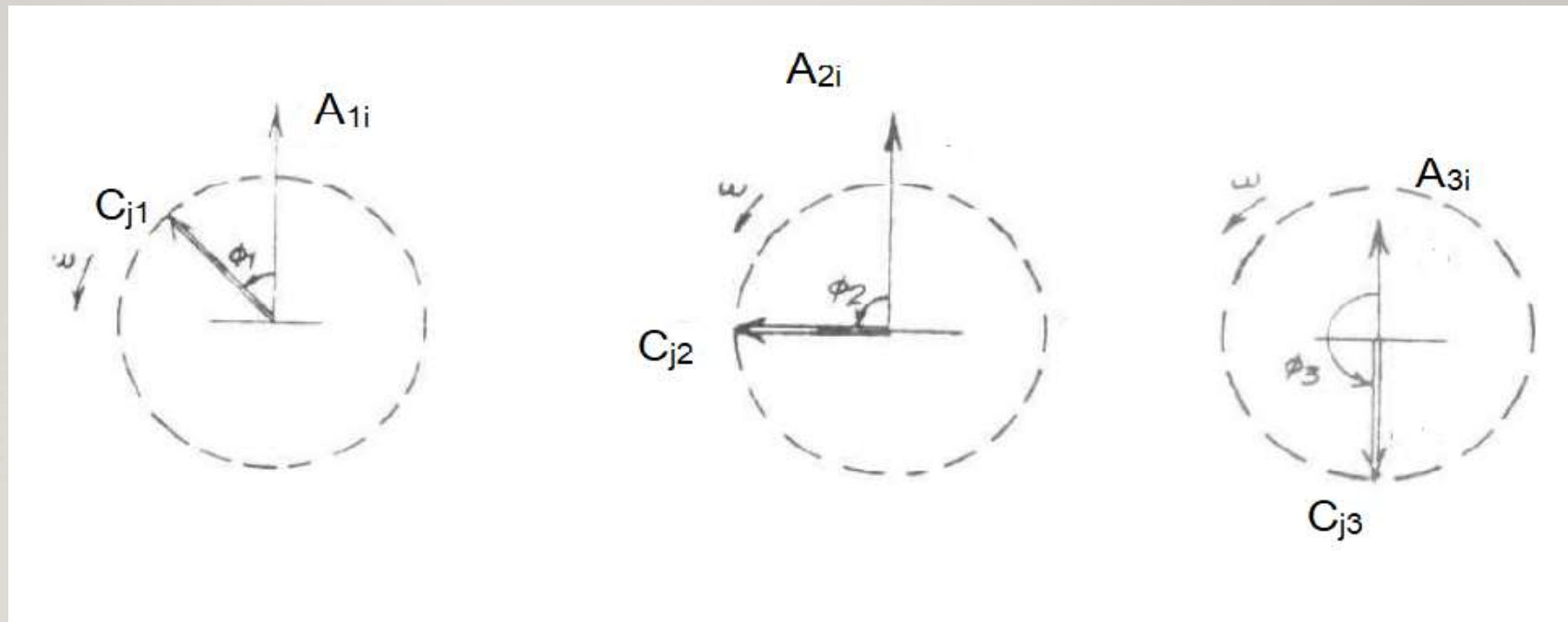


FIGURA 6

Representação vetorial de j ésimo harmônico do torque e do deslocamento angular no modo i em 3 cilindros de um motor

CÁLCULO DA ENERGIA INTRODUTIDA NA VIBRAÇÃO POR UM HARMÔNICO DO TORQUE DOS CILINDROS

A Figura 6 apresenta para 3 cilindros de um motor diagramas com os vetores de torque e deslocamento angular:

- Os índices 1, 2 e 3 se referem aos cilindros e C_j designa um harmônico qualquer, com amplitude no cilindro l igual a C_{jl}
- A velocidade angular dos vetores é a frequência natural do modo natural de vibrar, que coincide com a frequência angular do harmônico

Representado (ressonância)

- assim, se for o 3º harmônico de um motor de 2 tempos, $\omega = 3\Omega$ em que Ω é a velocidade angular do eixo de manivelas.

DETERMINAÇÃO DAS VELOCIDADES CRÍTICAS PERIGOSAS

A energia introduzida pelo j ésimo harmônico do torque no cilindro i expressa por

$$E_{ij} = \pi C_{ji} A_{ji} \sin \Phi_{ji}$$

não se altera se, como mostrado na Figura 7, as direções dos vetores que representam os harmônicos torque e amplitudes forem permutados

Desta forma, pode-se considerar o caso fictício (equivalente) de torques em fase nos vários cilindros e deslocamentos angulares defasados

Isto é conveniente para efetuar a somatória da nos diversos cilindros

Considerando a Figura 7, observa-se que $A_{ji} \sin \Phi_{ji}$ é a projeção horizontal do vetor A_{ji}

O trabalho realizado pelo harmônico do torque em um cilindro é obtido multiplicando a projeção horizontal de A_{ji} por πC_{ji}

DETERMINAÇÃO DAS VELOCIDADES CRÍTICAS PERIGOSAS

A energia introduzida nos cilindros (graus de liberdade) é obtida multiplicando-se a soma das projeções dos vetores A_{ji} por πC_{ji} (lembrar que $C_{ji} = C_j$

Existe um ângulo de fase, Ψ neste resultado, que depende do valor adotado para Φ_{j1} , defasagem entre deslocamento e harmônico do torque no cilindro 1

Os ângulos Φ_{j1} ou Ψ são desconhecidos e sua determinação exata para cada frequência está fora de cogitação.

Pode-se afirmar que na ressonância Ψ deve ser igual a 90 graus ou seja:

Na ressonância a energia introduzida é máxima

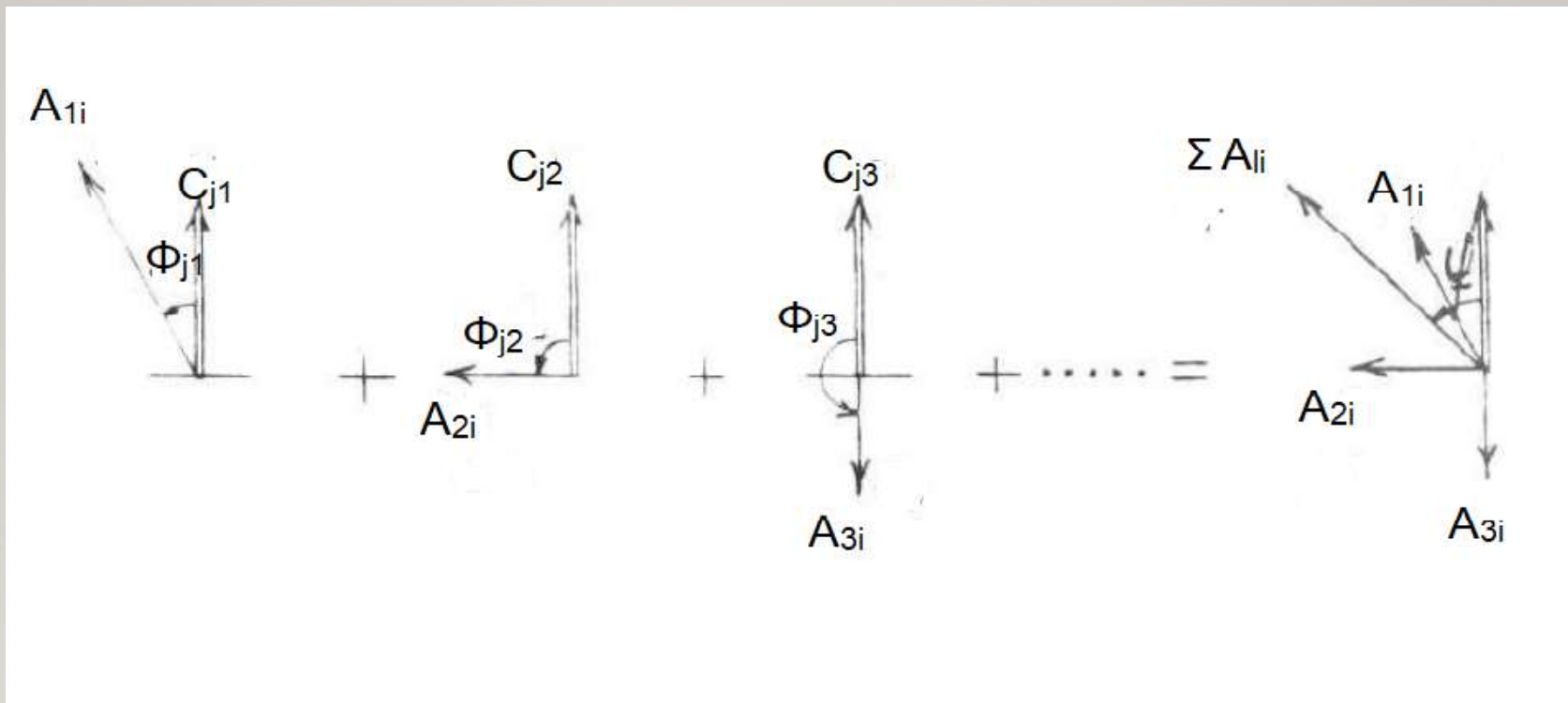


FIGURA 7

Representação vetorial do cálculo da energia introduzida pelo harmônico de ordem j atuando em 3 cilindros do motor

DETERMINAÇÃO DAS VELOCIDADES CRÍTICAS PERIGOSAS

A energia introduzida nos cilindros pode ser calculada por:

$$EI_{ji} = \pi C_j \Sigma_v A_{ji}$$

onde Σ_v indica uma somatória vetorial de A_{ji} construída usando os ângulos de fase dos harmônicos de ordem j do torque em cada cilindro

Esta expressão só se aplica se a amplitude do harmônico é igual em todos os cilindros

Os valores (relativos) de A_{ji} são obtidos da curva de vibração do modo i