



PHA 3418 – TECNOLOGIA DE SEPARAÇÃO POR MEMBRANAS PARA TRATAMENTO DE ÁGUA E EFLUENTES

AULA 13 – EQUAÇÕES BÁSICAS E BALANÇO DE MASSA EM SISTEMAS DE SEPARAÇÃO

Prof.: José Carlos Mierzwa
mierzwa@usp.br



INTRODUÇÃO

- O DIMENSIONAMENTO DE UM SISTEMA DE SEPARAÇÃO POR MEMBRANA REQUER O CONHECIMENTO DOS SEGUINTE PARÂMETROS:
 - VAZÃO A SER TRATADA OU PRODUZIDA;
 - CARACTERÍSTICAS DA ALIMENTAÇÃO E DO PRODUTO;
 - CAPACIDADE DE PRODUÇÃO DAS MEMBRANAS;
 - TAXA DE REJEIÇÃO DE CONTAMINANTES;
 - TAXA DE RECUPERAÇÃO DE ÁGUA OU FATOR DE CONCENTRAÇÃO.

INTRODUÇÃO

- AS INFORMAÇÕES RELATIVAS À CAPACIDADE DAS MEMBRANAS SÃO OBTIDAS COM OS FORNECEDORES OU POR MEIO DE ENSAIOS PILOTO;
- OS DADOS SOBRE A CAPACIDADE DO SISTEMA SÃO OS PARÂMETROS DE PROJETO DEFINIDOS PARA CADA SITUAÇÃO;
- A PARTIR DA ESCOLHA DO ARRANJO A SER UTILIZADO SÃO DESENVOLVIDAS AS RELAÇÕES NECESSÁRIAS PARA A DEFINIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO.

INTRODUÇÃO

- COM BASE NAS CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO DO SISTEMA É POSSÍVEL OBTER AS CARACTERÍSTICAS DOS PRINCIPAIS COMPONENTES:
 - ÁREA DE MEMBRANA;
 - NÚMERO DE MÓDULOS;
 - NÚMERO DE VASOS DE PRESSÃO;
 - VAZÃO DA BOMBA DE ALIMENTAÇÃO.

EQUAÇÕES BÁSICAS

- **ÁREA DE MEMBRANA:**

- $A_M = Q_p / Q_M$

- Q_p = VAZÃO DE PERMEADO OU PURIFICADO ($L^3.T^{-1}$)

- Q_M = TAXA DE PRODUÇÃO DA MEMBRANA ($L^3.L^{-2}.T^{-1}$)

- **NÚMERO DE MÓDULOS:**

- $N_M = A_M / A_M$

- A_M = ÁREA DE MEMBRANA POR MÓDULO (L^2)

- **NÚMERO DE VASOS (ESPIRAL):**

- $N_V = N_M / N$

- N = NÚMERO DE MÓDULOS POR VASO.

EQUAÇÕES BÁSICAS (CONT.)

- TAXA DE RECUPERAÇÃO DE ÁGUA:

- $Y = Q_p / Q_A$

- $Q_p = \text{VAZÃO DE PERMEADO (L}^3\cdot\text{T}^{-1}\text{)}$

- $Q_A = \text{VAZÃO DE ALIMENTAÇÃO (L}^3\cdot\text{T}^{-1}\text{)}$

- PASSAGEM DE CONTAMINANTES:

- $P_C = C_p / C_A$

- $C_p = \text{CONCENTRAÇÃO NO PERMEADO (M}\cdot\text{L}^{-3}\text{)}$

- $C_A = \text{CONCENTRAÇÃO NA ALIMENTAÇÃO (M}\cdot\text{L}^{-3}\text{)}$

EQUAÇÕES BÁSICAS (CONT.)

- TAXA DE REJEIÇÃO DE CONTAMINANTES:

- $R_C = 1 - P_C \rightarrow P_C = 1 - R$

- FATOR DE CONCENTRAÇÃO DE CONTAMINANTES (F_C):

- $F_C = C_R / C_A$

- C_R = CONCENTRAÇÃO DO CONTAMINANTE NO REJEITO (M.L⁻³)

- C_A = CONCENTRAÇÃO DO CONTAMINANTES NA ALIMENTAÇÃO (M.L⁻³)

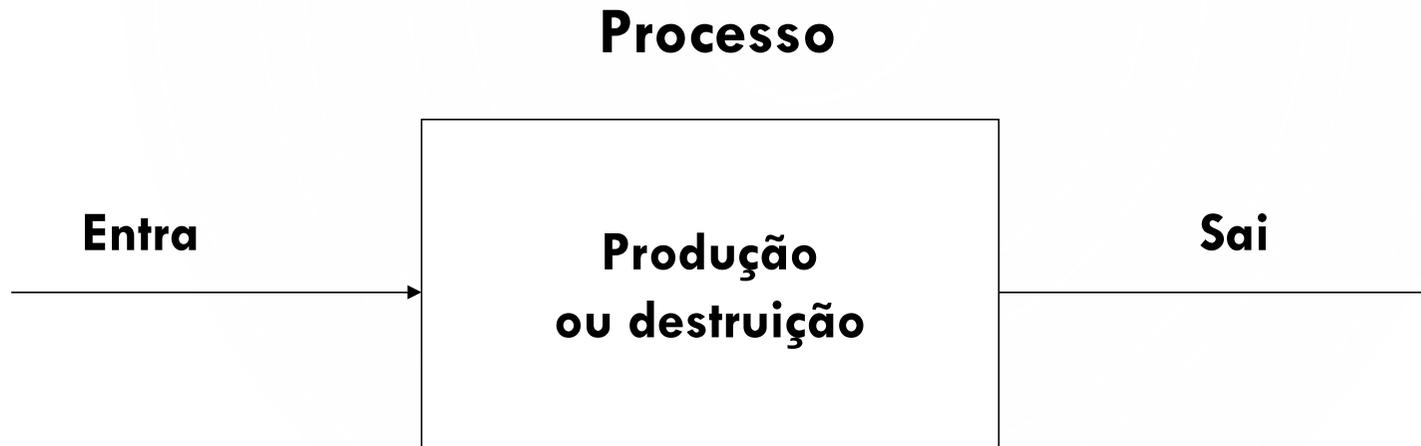
- $F_C = (1 - Y.P_C) / (1 - Y)$ OU

- $F_C = [1 - Y(1 - R)] / (1 - Y)$

BALANÇO DE MASSA

- RELACIONA OS FLUXOS DE ALIMENTAÇÃO E SAÍDA DE UM SISTEMA COM AS SUAS RESPECTIVAS CONCENTRAÇÕES;
- EM ALGUNS SISTEMAS DEVE-SE CONSIDERAR OS FENÔMENOS DE PRODUÇÃO E DESAPARECIMENTO DOS CONTAMINANTES;
 - SISTEMAS ONDE OCORREM REAÇÕES QUÍMICAS.

BALANÇO DE MASSA (CONT.)



- LEI DA CONSERVAÇÃO DE MASSA;
- EQUAÇÃO BÁSICA DE BALANÇO:

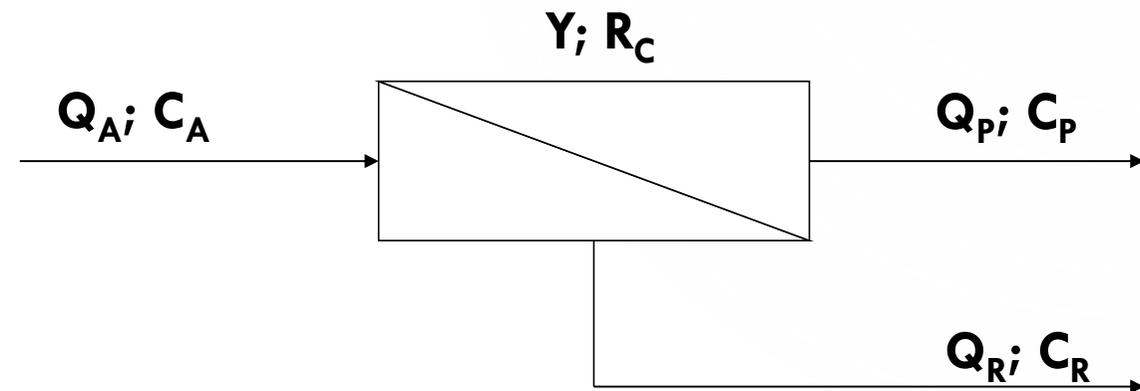
$$\text{ENTRA} - \text{SAI} + \text{PRODUÇÃO} - \text{DESTRUIÇÃO} = \text{ACÚMULO}$$

BALANÇO DE MASSA (CONT.)

- PARA SISTEMAS DE SEPARAÇÃO POR MEMBRANAS NÃO HÁ PRODUÇÃO NEM DESTRUIÇÃO DE CONTAMINANTES;
- EM REGIME ESTACIONÁRIO TAMBÉM NÃO HÁ ACÚMULO DE MATÉRIA NO SISTEMA;

ENTRA NO SISTEMA = SAI DO SISTEMA

RELAÇÕES OBTIDAS PELO BALANÇO DE MASSA



- VAZÕES (DENSIDADE CONSTANTE):

$$\diamond Q_A = Q_P + Q_R$$

(ENTRADA) (SAÍDA)

- PARA OS CONTAMINANTES:

$$\diamond Q_A \cdot C_A = Q_P \cdot C_P + Q_R \cdot C_R$$

(ENTRADA) (SAÍDA)

RELAÇÕES DERIVADAS – EQUAÇÕES BÁSICAS E BALANÇO DE MASSA (CONT.)

- FATOR DE CONCENTRAÇÃO DE CONTAMINANTES:

- $(F_C = C_R / C_A)$

- DESENVOLVER UMA EXPRESSÃO QUE RELACIONE C_R COM A TAXA DE RECUPERAÇÃO DE ÁGUA E REJEIÇÃO DE CONTAMINANTES;

- BALANÇO DE MASSA PARA CONTAMINANTES:

- $Q_A \cdot C_A = Q_P \cdot C_P + Q_R \cdot C_R$

- $C_R = (Q_A \cdot C_A - Q_P \cdot C_P) / Q_R$

RELAÇÕES DERIVADAS – EQUAÇÕES BÁSICAS E BALANÇO DE MASSA (CONT.)

- $Q_P = Q_A \cdot Y$

- $Q_R = Q_A \cdot (1 - Y)$

- $C_R = (C_A - Y \cdot C_P) / (1 - Y)$

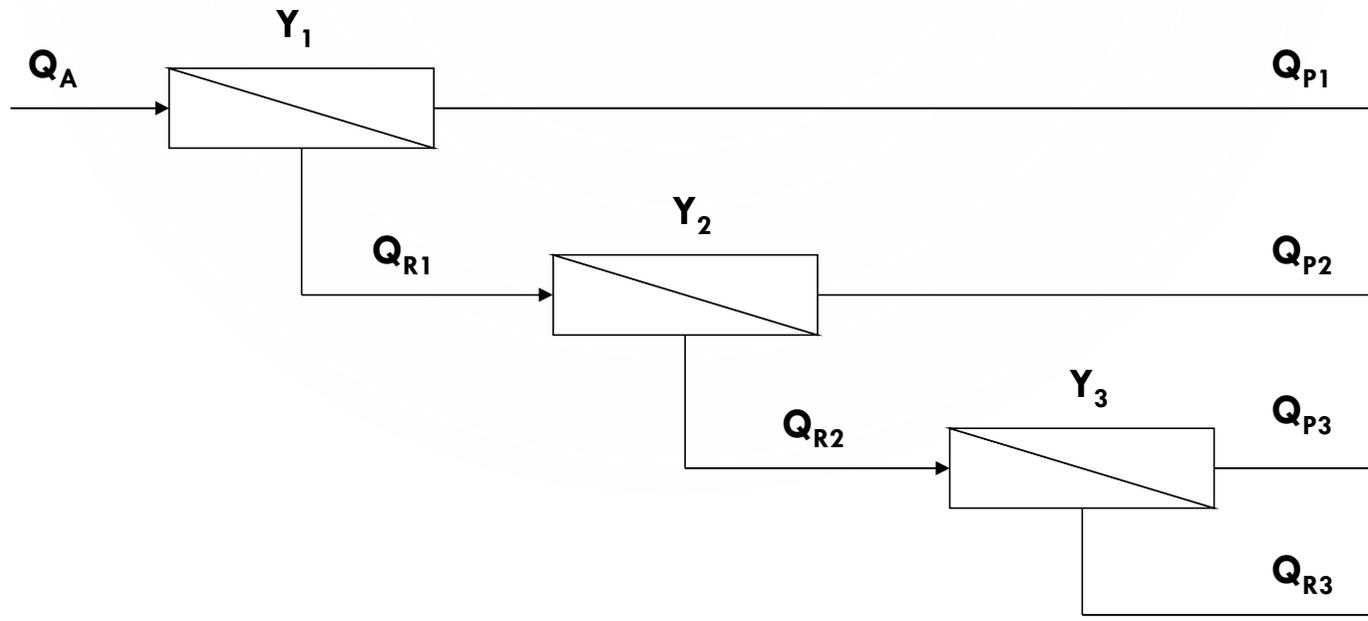
- $F_C = (C_A - Y \cdot C_P) / [(1 - Y) \cdot C_A]$

$$F_C = \frac{C_A}{(1 - Y) \cdot C_A} - \frac{Y \cdot C_P}{(1 - Y) \cdot C_A}$$

$$\frac{C_P}{C_A} = P_C = 1 - R_C$$

$$F_C = \frac{1 - Y \cdot (1 - R_C)}{(1 - Y)}$$

CÁLCULO DA TAXA DE RECUPERAÇÃO DE ÁGUA PARA MEMBRANAS EM SÉRIE



CÁLCULO DA TAXA DE RECUPERAÇÃO DE ÁGUA PARA MEMBRANAS EM SÉRIE (CONT.)

$$Y_1 = \frac{Q_{P1}}{Q_A}$$

$$Q_{R1} = Q_A \cdot (1 - Y_1)$$

$$Y_2 = \frac{Q_{P2}}{Q_{R1}}$$

$$Q_{R2} = Q_{R1} \cdot (1 - Y_2)$$

$$Y_3 = \frac{Q_{P3}}{Q_{R2}}$$

$$Q_{R3} = Q_{R2} \cdot (1 - Y_3)$$

$$Q_{Rn} = Q_A \cdot \prod_{i=1}^n (1 - Y_i)$$

$$Q_{PT} = Q_A - Q_{Rn}$$

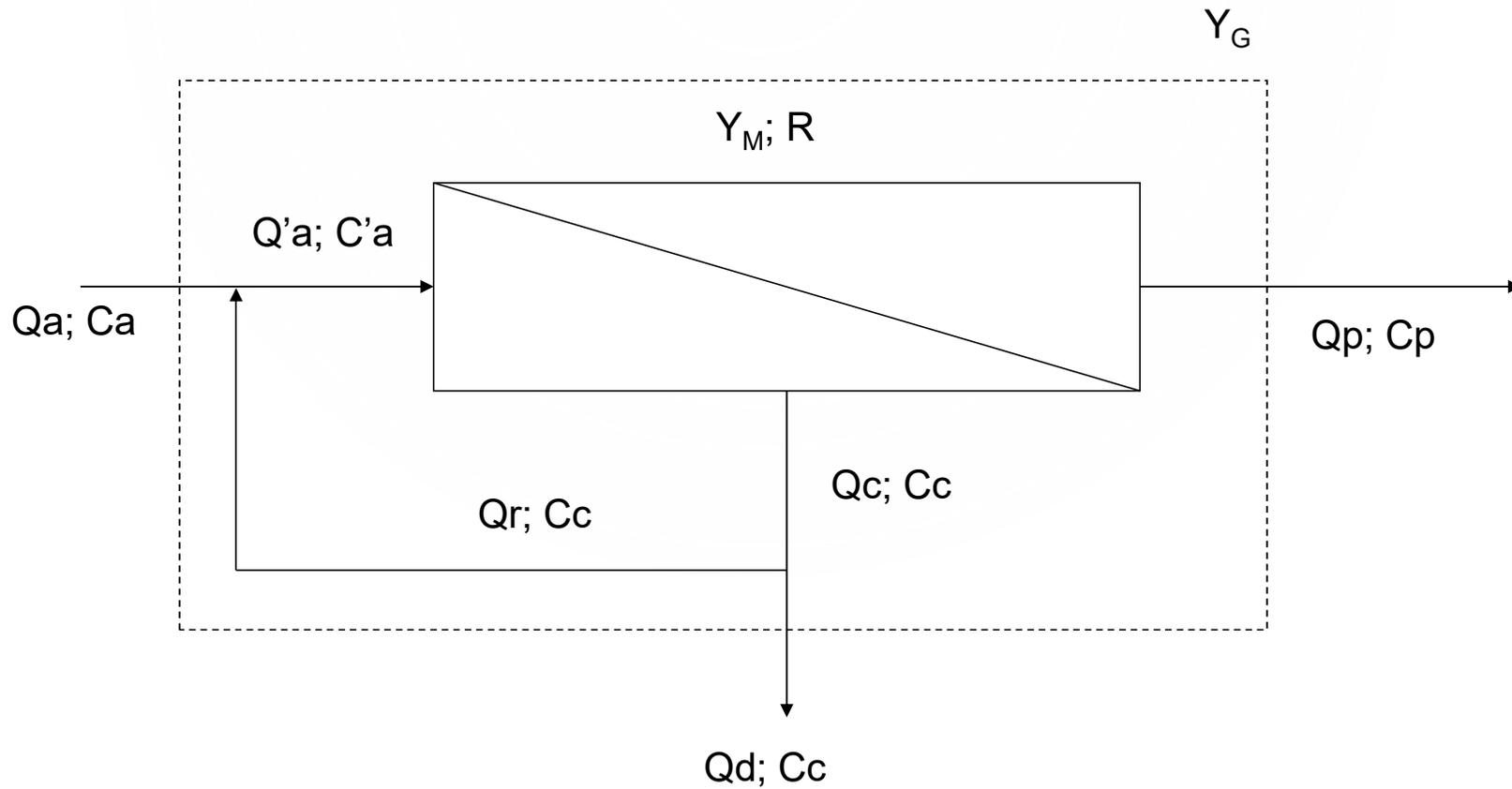
$$Y_G = \frac{Q_{PT}}{Q_A}$$

$$Y_G = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - Y_i)$$

Para Y_i constante:

$$Y_G = 1 - (1 - Y)^n$$

BALANÇO DE MASSA PARA SISTEMAS COM RECIRCULAÇÃO



$$Q_p = Y_G \cdot Q_A$$

$$Q'_A = \frac{Q_p}{Y_M}$$

$$Q'_A = \frac{Y_G}{Y_M} \cdot Q_A$$

$$Q_R = Q'_A - Q_A$$

$$Q_C = Q'_A \cdot (1 - Y_M)$$

$$Q_R = Q_A \cdot \left(\frac{Y_G}{Y_M} - 1 \right)$$

$$Q_C = Q_A \cdot \left(\frac{Y_G}{Y_M} - Y_G \right)$$

$$Q_D = Q_A \cdot (1 - Y_G)$$

BALANÇO DE CONTAMINANTES

$$Q_A \cdot C_A = Q_p \cdot C_p + Q_D \cdot C_D \quad (1)$$

$$Q_p = Y_G \cdot Q_A \quad (2)$$

$$Q_D = Q_A \cdot (1 - Y_G) \quad (3)$$

$$C_D = C_C \quad (4)$$

$$\frac{C_p}{C'_A} = 1 - R \quad (5)$$

$$F_C = \frac{C_C}{C'_A} = \frac{1 - Y_M \cdot (1 - R)}{1 - Y_M} \quad (6)$$

$$Q_A \cdot C_A = Q_A \cdot Y_G \cdot C_p + Q_A \cdot (1 - Y_G) \cdot C_C \quad (2 \text{ e } 3 \text{ em } 1) \quad (7)$$

$$C'_A = \frac{C_p}{(1 - R)} \quad (8)$$

$$C_C = \frac{C_p}{(1 - R)} \cdot \frac{[1 - Y_M \cdot (1 - R)]}{(1 - Y_M)} \quad (8 \text{ em } 6) \quad (9)$$

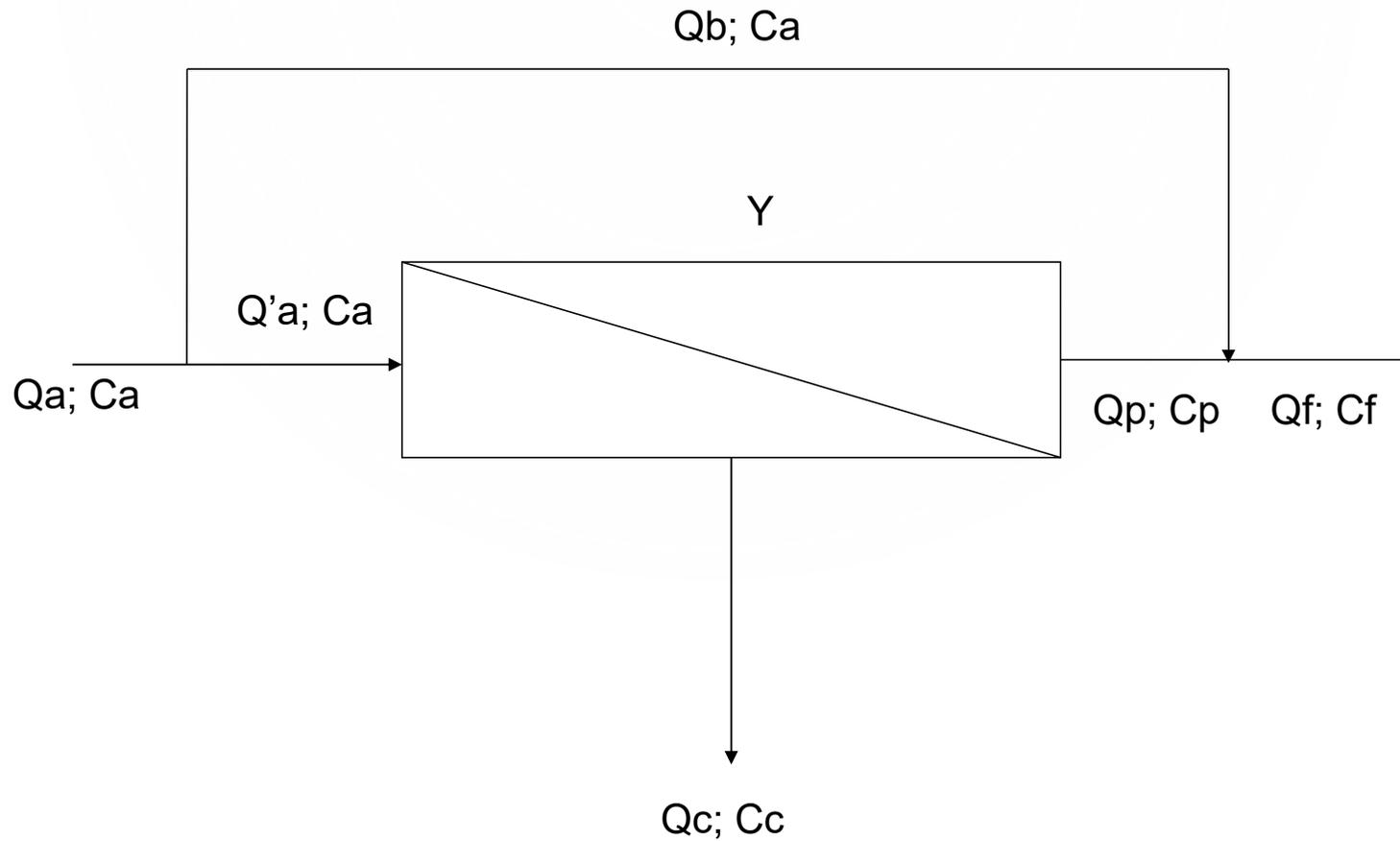
$$C_A = C_p \cdot Y_G + C_p \cdot \frac{(1 - Y_G)}{(1 - R)} \cdot \frac{[1 - Y_M \cdot (1 - R)]}{(1 - Y_M)} \quad (9 \text{ em } 7) \quad (10)$$

$$C_A = C_p \cdot \left[Y_G + \frac{(1 - Y_G)}{(1 - R)} \cdot \frac{[1 - Y_M \cdot (1 - R)]}{(1 - Y_M)} \right] \quad (11)$$

Desenvolvendo a equação 11 tem-se:

$$C_p = C_A \cdot \left[\frac{(1 - Y_M) \cdot (1 - R)}{(1 - Y_M) - R(Y_G - Y_M)} \right]$$

BALANÇO DE MASSA PARA SISTEMAS COM DESVIO



$$Q_p + Q_b = Q_f$$

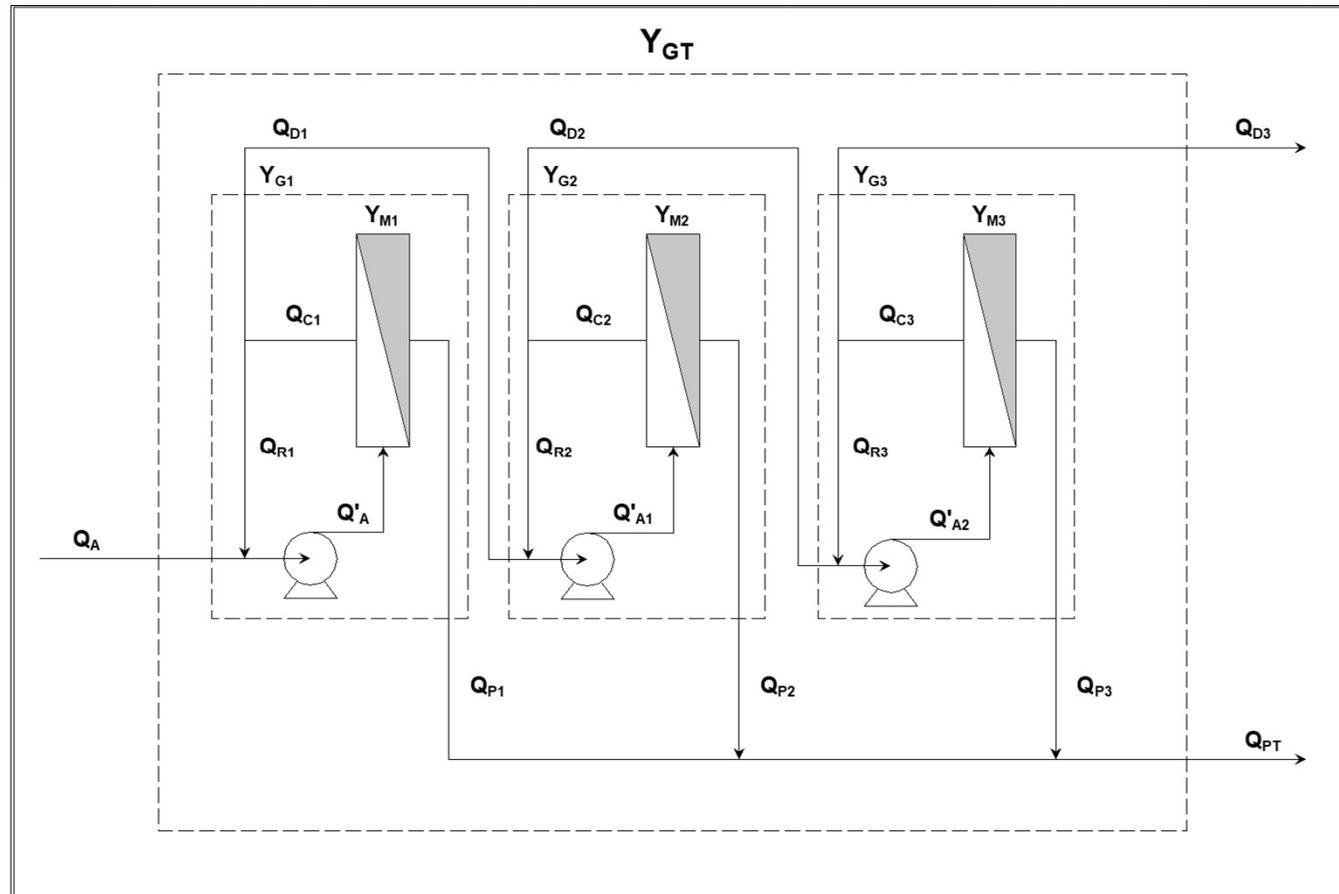
$$Q_b = Q_f - Q_p$$

$$Q_p \cdot C_p + Q_b \cdot C_a = Q_f \cdot C_f$$

$$\frac{C_p}{C_a} = 1 - \frac{\% \text{ Rejeição}}{100}$$

$$Q_p = \frac{Q_f \cdot (C_a - C_f)}{C_a \cdot \% \text{ Rejeição}} \cdot 100$$

BALANÇO DE MASSA PARA SISTEMAS DE MÚLTIPLOS ESTÁGIOS



$$Q_A = Q_{Dn} + Q_{PT}$$

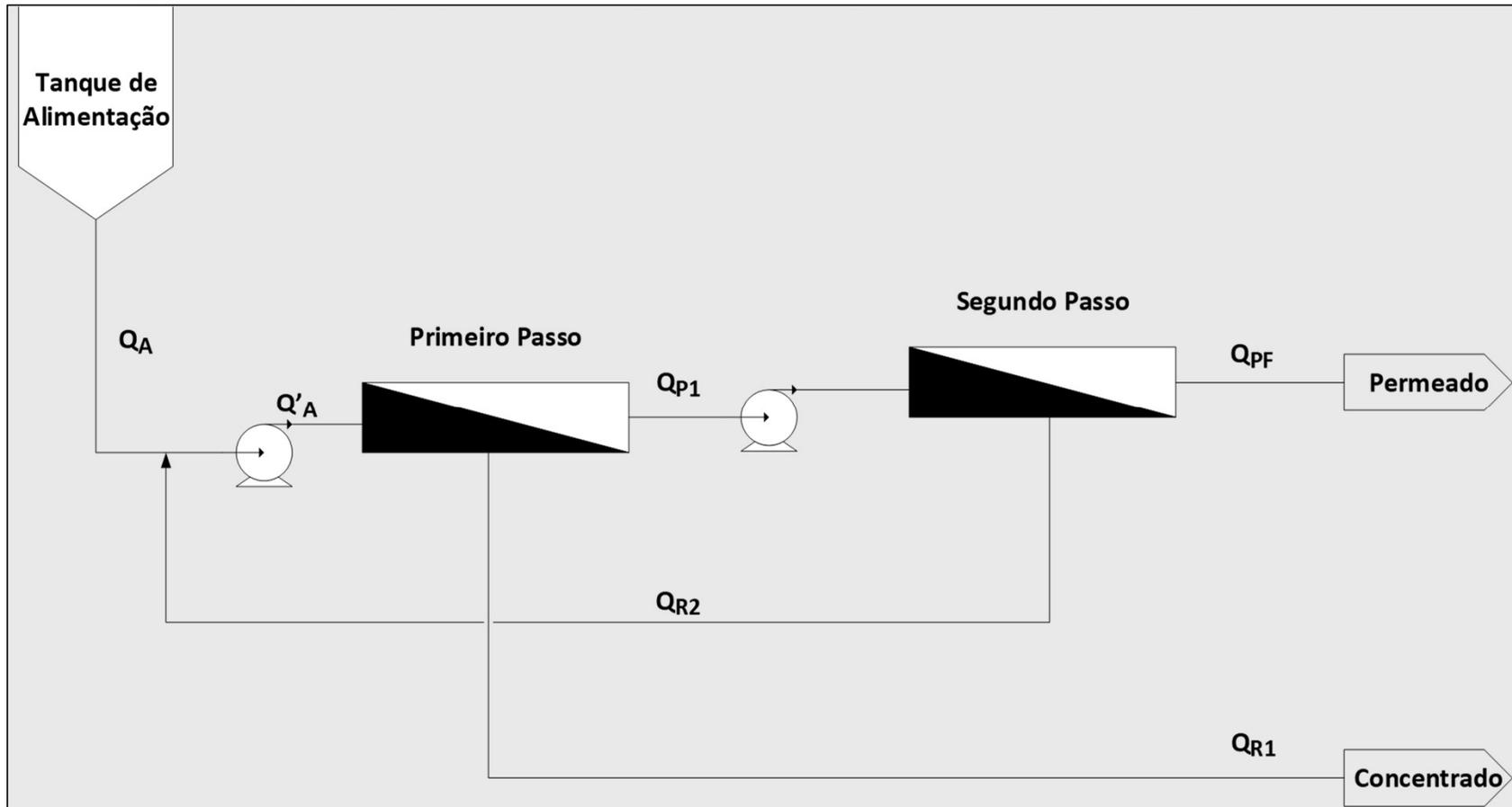
$$Q_{PT} = Q_A \cdot Y_{GT}$$

$$Q_{Dn} = Q_A \cdot (1 - Y_{GT})$$

$$Q_{Dn} = Q_A \cdot \prod_{i=1}^n (1 - Y_{Gi})$$

$$Y_{GT} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - Y_{Gi})$$

BALANÇO DE MASSA PARA SISTEMAS DE DUPLO PASSO



$$Q_A = Q_{PF} + Q_{R1}$$

$$Q_{PF} = Q_A \cdot Y_G$$

$$Q_{R1} = Q_A \cdot (1 - Y_G)$$

$$Y_G = \frac{Y_1 \cdot Y_2}{1 - Y_1 \cdot (1 - Y_2)}$$

ESPECIFICAÇÃO DO SISTEMA

- COM BASE NOS DADOS UTILIZADOS NO BALANÇO DE MASSA E RESULTADOS OBTIDOS E FEITA A ESPECIFICAÇÃO DO SISTEMA;
- NA ESPECIFICAÇÃO DEVEM SER APRESENTADAS AS SEGUINTEs INFORMAÇÕES:
 - CAPACIDADE DO SISTEMA;
 - REGIME DE OPERAÇÃO;
 - TIPO DE MEMBRANA UTILIZADA;

ESPECIFICAÇÃO DO SISTEMA (CONT.)

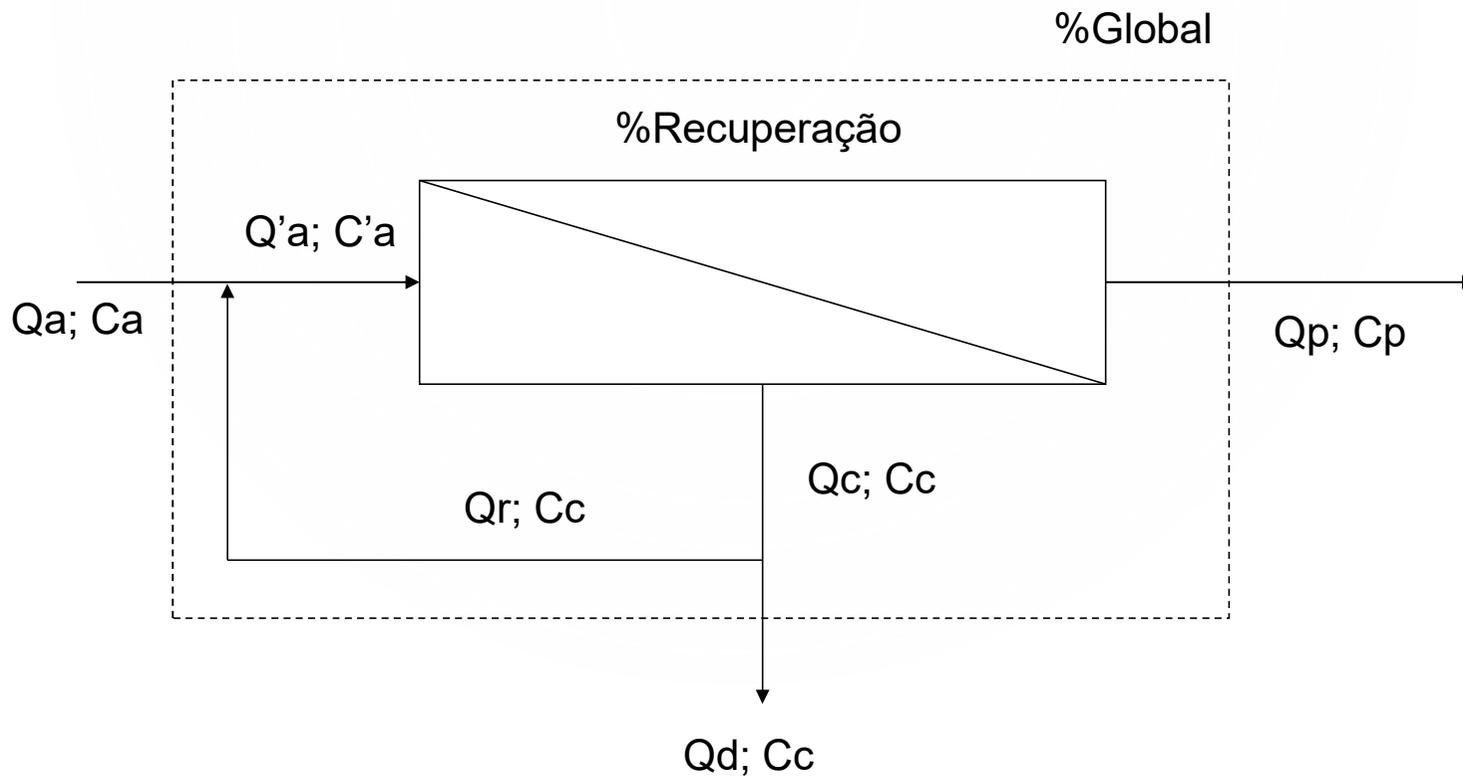
- CARACTERÍSTICAS DA MEMBRANA:
 - TIPO;
 - TAXA DE PRODUÇÃO;
 - LIMITES OPERACIONAIS;
- ÁREA TOTAL DE MEMBRANA;
- CONFIGURAÇÃO DO SISTEMA:
 - PASSAGEM ÚNICA;
 - RECIRCULAÇÃO DE CONCENTRADO;
 - DUPLO PASSO;
 - SISTEMA COM DESVIO;
 - MÚLTIPLOS ESTÁGIOS.

ESPECIFICAÇÃO DO SISTEMA (CONT.)

- PARÂMETROS OPERACIONAIS:
 - PRESSÃO DE OPERAÇÃO;
 - CAPACIDADE DA BOMBA DE ALIMENTAÇÃO;
 - VAZÃO DE RECIRCULAÇÃO E DESVIO.
- REQUISITOS DE INSTRUMENTAÇÃO E CONTROLE;
- SUBSISTEMAS DE PRÉ-TRATAMENTO E LIMPEZA QUÍMICA.

EXERCÍCIO

- DIMENSIONAR UM SISTEMA DE ULTRAFILTRAÇÃO (MEMBRANAS ENROLADAS EM ESPIRAL) PARA TRATAR $100 \text{ m}^3/\text{h}$ DE EFLUENTE, DE MANEIRA QUE A VAZÃO DE CONCENTRADO DESCARTADO SEJA $1/10$ DA ALIMENTAÇÃO. UTILIZAR OS SEGUINTE DADOS:
 - SISTEMA OPERANDO COM RECIRCULAÇÃO DE CONCENTRADO;
 - NÚMERO MÁXIMO DE MEMBRANAS EM SÉRIE = 4;
 - TAXA DE PRODUÇÃO 30 L/h.m^2 ;
 - RECUPERAÇÃO DE ÁGUA POR MEMBRANA = 10 %
 - ÁREA DE MEMBRANA POR MÓDULO = 32 m^2 ;
 - APRESENTAR UM FLUXOGRAMA DO PROCESSO COM TODAS AS CORRENTES ENVOLVIDAS.



RESOLUÇÃO:

- VAZÃO AFLUENTE (Q_A) = 100 M³/H;
- $Q_D = Q_A / 10 = 10 \text{ M}^3/\text{H}$
- $Q_A = Q_P + Q_D$
- $Q_P = 100 - 10 = 90 \text{ M}^3/\text{H}$
- $Y_G = Q_P / Q_A = 90 / 100 = 0,9 \text{ (90\%)}$
- $Y_M = 1 - (1 - Y_{\text{MEMBRANA}})^N = 0,344$

RESOLUÇÃO:

- VAZÃO DE ALIMENTAÇÃO DAS MEMBRANAS (Q'_A):

- $Q'_A = Y_G \cdot Q_A / Y_M = 100 \cdot 0,9 / 0,344$

- $Q'_A = 261,63 \text{ M}_3/\text{H}$

- VAZÃO DE RECIRCULAÇÃO (Q_R)

- $Q_R = Q'_A - Q_A = 261,63 - 100$

- $Q_R = 161,63 \text{ M}^3/\text{H}$

RESOLUÇÃO:

- **ÁREA DE MEMBRANA:**
 - $A_M = Q_P / Q_M$
 - $A_M = 90.000 / 30 = 3.000 \text{ M}^2$
- **NÚMERO DE MEMBRANAS:**
 - $N_M = A_M / A$
 - $N_M = 3.000 / 32 = 93,75 \rightarrow 94 \text{ MEMBRANAS}$
- **NÚMERO DE VASOS DE PRESSÃO:**
 - $N_V = N_M / N = 94 / 4 = 23,5 \rightarrow 24 \text{ VASOS}$
- **VERIFICAR AS CONDIÇÕES HIDRÁULICAS.**

ATIVIDADE

- Um indústria eletrônica necessita produzir água para o processo de lavagem de componentes. Foi proposta a utilização de um sistema de duplo passo. Dimensione um sistema para atender aos seguintes requisitos:
 - Vazão de permeado = $5 \text{ m}^3/\text{h}$;
 - Recuperação de água em cada passo:
 - Primeiro = 70%;
 - Segundo = 50%.
 - Todo o concentrado do segundo passo é recirculado para o primeiro passo;