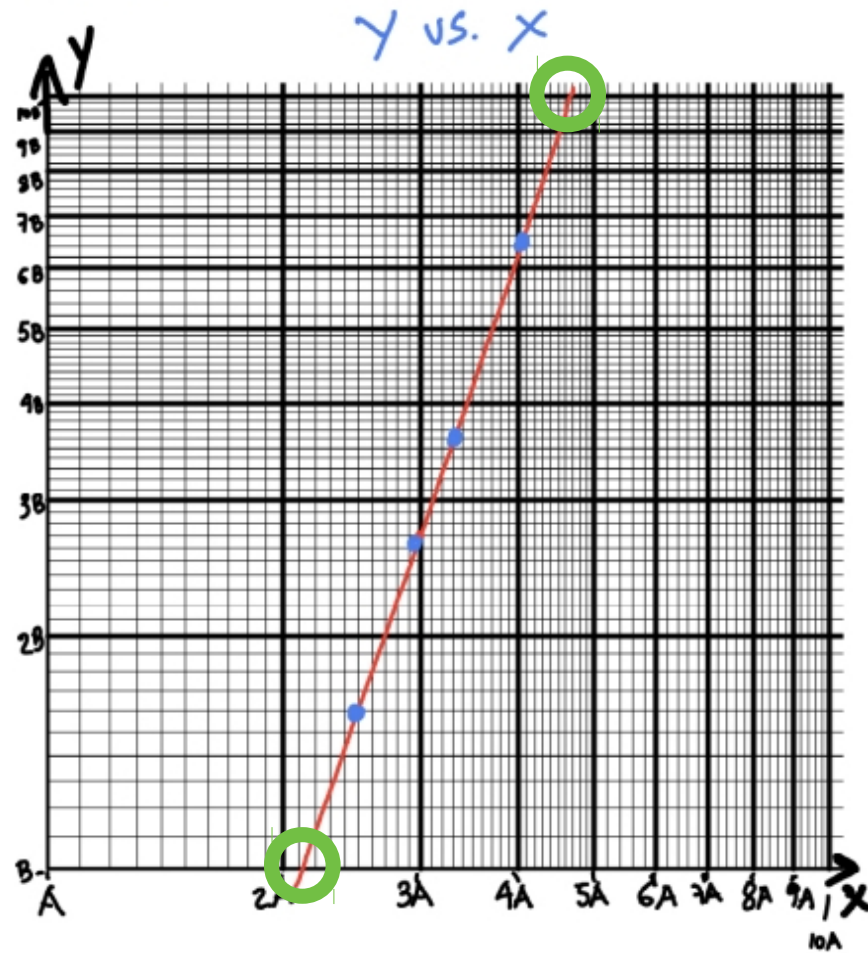


QUESTÃO 5 – SOLUÇÃO ESQUEMÁTICA

Um estudante da disciplina Laboratório de Física I está desconfiado que o conjunto de dados que ele obteve em um experimento tem um comportamento do tipo $y = A x^\gamma$, onde γ é um expoente de valor inteiro que ele quer determinar. Para isso ele colocou os dados que tinha em um gráfico log-log e traçou manualmente a melhor reta (vermelha) que ajustava os pontos experimentais (azuis) conforme mostrado abaixo.



Em uma folha de papel coloque as respostas aos itens a e b abaixo. Não é preciso identificar a questão nem o aluno. NÃO copie o gráfico, nem a questão! Escreva os valores das coordenadas dos pontos (x,y) que você usou em seus cálculos. Quando terminar de responder você deve entrar no Whatsapp, na conversa pessoal comigo - (16)99262-5268, acionar a câmera do Whatsapp e mandar uma foto bem focalizada e bem de perto da folha com a sua resposta, para que seja possível ler o que você escreveu. Evite tirar foto na sombra do celular. Se possível tire a foto em um ambiente bem iluminado ou use o flash. Verifique se a foto ficou boa antes de enviar... se não ficou, jogue fora e tire outra.

Para fazer a leitura das escalas do gráfico você deve substituir A e B por uma função dos dois últimos algarismos do seu número USP conforme o exemplo: se o seu número USP fosse 1234567, $A = (\underline{6}+1) \times 10 = 70$, $B = (\underline{7}+1) \times 10 = 80$ e sua escala em x iria de 70 a 700, enquanto sua escala em y iria de 80 a 800.

a) Qual seu número USP? A partir da reta ajustada e da leitura das escalas do gráfico, de acordo com os valores para o seu número USP, obtenha o valor do expoente γ apresentando todos os seus cálculos.

b) Porque é necessário somar 1 a cada algarismo do #USP ao invés de apenas multiplicar por 10?

a) vou resolver o caso genérico sem substituir A nem B...

O mais importante aqui e em qualquer gráfico em que se deseja calcular o coeficiente angular graficamente é usar pontos da reta ajustada o mais longe possível um do outro e NUNCA usar os pontos experimentais (no caso representados por bolinhas azuis).

Escolhi os pontos marcados com círculos verdes:

$$P1 = (2,1A; B);$$

$$P2 = (4,7A; 10B)$$

no papel di-log o coeficiente angular m é dado por:

$$m = \log(y_f) - \log(y_i) / \log(x_f) - \log(x_i),$$

onde i e f são os índices dos pontos inicial e final, respectivamente, e log é o logaritmo base 10.

$$\text{Então: } m = \log(10B) - \log(B) / \log(4,7A) - \log(2,1A)$$

aplicando a propriedade de subtração de logs:

$$m = \log(10B / B) / \log(4,7A / 2,1A) \rightarrow A \text{ e } B \text{ acabam se eliminando dentro dos logs... é a}$$

propriedade multiplicativa da escala que faz isso... por isso não adianta mudar a escala para aumentar ou diminuir o gráfico di-log... A e B acabam indo para o coeficiente linear... só fazem translações dos pontos sem mudar sua posição relativa.

$$m = \log(10) / \log(4,7/2,1) = 1 / \log(2,238095238)$$

$$m = 1 / 0,349878563 = 2,858134522 \text{ (sem unidade, já que elas acabam eliminadas na divisão dentro do argumento do log, como aconteceu com A e B do seu #USP)}$$

como colocar os pontos no gráfico di-log significa fazer:

$$\log(y) = \log(f(x))$$

$$\text{e nossa função } f(x) \text{ é: } y = A \cdot x^\gamma$$

$$\text{temos: } \log(y) = \log(A \cdot x^\gamma) = \log(A) + \log(x^\gamma)$$

$$\log(y) = \log(A) + \gamma \log(x) \rightarrow \text{equação de uma reta com coef angular } m \text{ igual a } \gamma$$

como γ deve ser um número inteiro, concluímos que $\gamma = 3$.

A diferença entre $\sim 2,86$ e 3 é normal em gráficos di-log... uma reta imperceptivelmente mais inclinada já daria um coef. angular maior que 3 até... por isso, quando usar graficos log-log para encontrar expoentes desse modo, seus dados devem estar espalhados por mais de 1 década... um bom expoente é determinado com pelo menos 3 décadas... se o expoente procurado for inteiro aí uma década quebra o galho, mas se for real vai ficar com uma incerteza enorme (mesmo usando mínimos quadrados!)

b) Alguém pode ter o #USP com um dos algarismos = 0. E não existe uma posição na escala log que corresponda a log(0).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \log(x) = -\infty \text{ e não existe papel de comprimento infinito.}$$