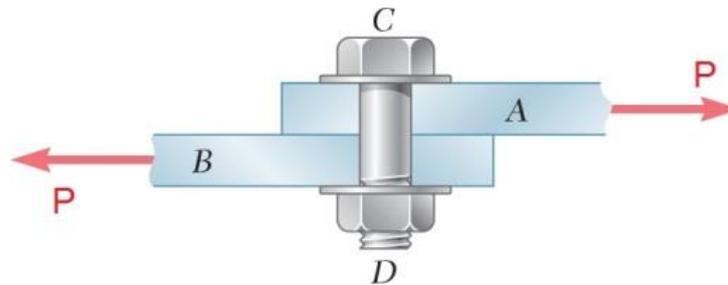


São Paulo, junho de 2020.

1. A ligação é formada pelas chapas A e B e pelo parafuso CD. Nas chapas atuam a força P de 400 kN, conforme desenho abaixo. Sabendo que tensão admissível de cisalhamento do parafuso CD é de 50 MPa. Determine o menor valor admissível do diâmetro do parafuso.



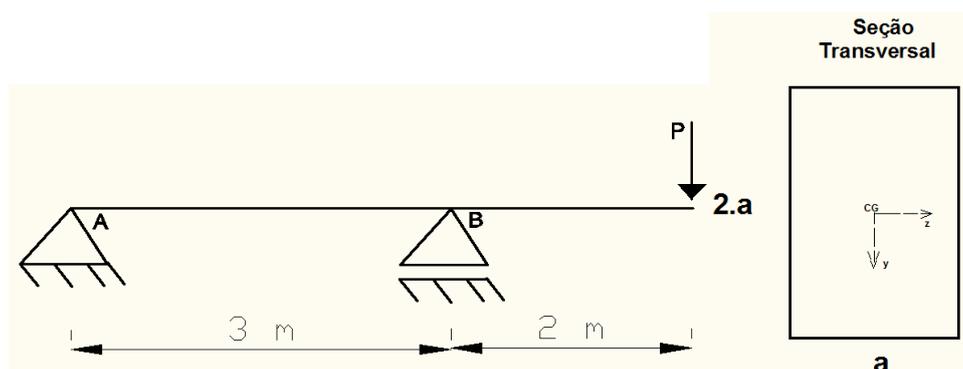
Resposta:

$$\tau_{\max} \geq \tau \rightarrow 50 \cdot 10^3 \geq \frac{V}{\pi \cdot r^2} \rightarrow 50 \cdot 10^3 \geq \frac{400}{\pi \cdot r^2} \rightarrow r \geq 0,05 \text{ m} \rightarrow d_{\min} = 10 \text{ cm}$$

2. A seção retangular de uma viga está sujeita ao esforço cortante (V) originado devido a um carregamento distribuído. Dado que $V = 240 \text{ kN}$ e que a sua largura e altura são de 12 cm e 20 cm. Determine as tensões cisalhantes no centro de gravidade e num ponto do extremo da seção.

Resposta: Para uma seção retangular maciça, sabe-se que distribuição da tensão cisalhante é uma parábola com valor máximo no CG de: $\tau_{\max} = 1,5 \frac{V}{A} = 1,5 \frac{240}{12 \cdot 20} = 1,5 \text{ kN/cm}^2$. E nos extremos é **nulo** seu valor.

3. Determinar a menor dimensão “a” da seção transversal indicada abaixo (retângulo), sabendo que na estrutura devem ser verificadas as tensões normal e cisalhante, onde $\sigma_{\text{adm}} = 11,25 \text{ MPa}$ e $\tau_{\text{adm}} = 0,25 \text{ MPa}$. Adote $P = 30 \text{ kN}$.



Resposta:

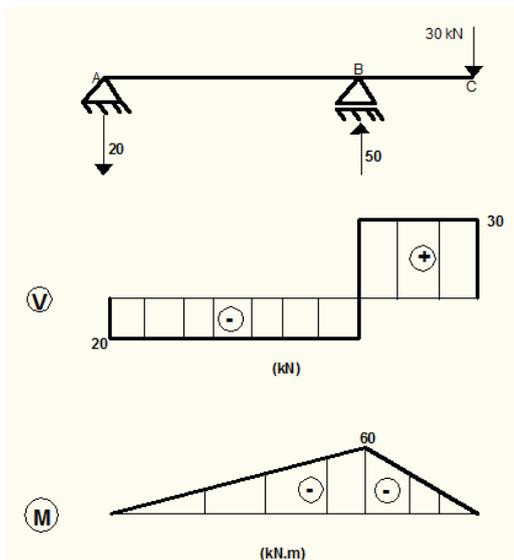
a) Características geométricas:

$$y_{CG} = a;$$

$$A = 2.a^2$$

$$I_{z_{CG}} = \frac{a.(2a)^3}{12} = 0,667.a^4$$

b) Determinar o diagrama de momento fletor:



c) Análise de tensões

Momento máximo ocorre na seção B e de valor: $M_{\max} = -60 \text{ kN.m}$

Como a tensão admissível é a mesma tanto para tração e compressão, e as distâncias do CG às fibras superiores e inferiores são as mesmas, para essa seção transversal, basta fazer o dimensionamento em uma das fibras mais distantes.

$$\sigma_{\text{inf}} = \frac{M \cdot y_{\text{inf}}}{I_z} = \left| \frac{-60.(a)}{0,667.a^4} \right| (\text{compressão}) \leq 11,25.10^3 \text{ (kPa)} \rightarrow a \geq 0,20 \text{ (m)}$$

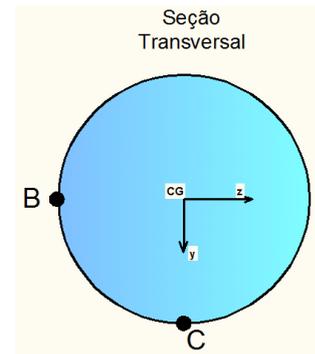
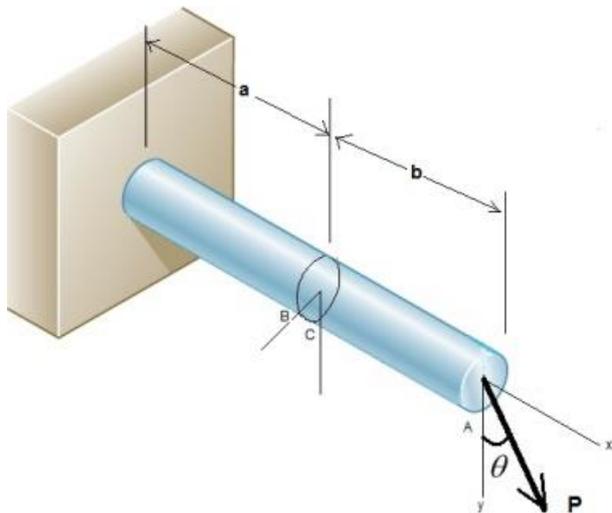
Pelo diagrama, o esforço cortante máximo ocorre nas seções entre B e C de valor: $V_{\max} = 30 \text{ kN}$, assim:

$$\tau_{\max} = 1,5 \cdot \frac{V_{\max}}{A} = 1,5 \cdot \frac{30}{2a^2} \leq \tau_{\text{adm}} = 0,25.10^3 \rightarrow a \geq 0,30$$

$$\therefore a_{\min} = 30 \text{ cm}$$

4. A viga engastada e a força $P = 800 \text{ N}$ estão contidas no plano xy . A força P forma um ângulo de $\theta = 30^\circ$ com y . A seção transversal é circular maciça com diâmetro de 40 mm . Obtenha as tensões normais nos

pontos B e C, de uma seção que está a $a = 150$ mm do engaste. Adote $b = 200$ mm. Obtenha também a tensão cisalhante no ponto C.



Resposta:

a) Obter esforços na seção de interesse

$$F = P \cdot \cos(\theta) = 692,82 \text{ N} ; H = P \cdot \sin(\theta) = 400 \text{ N}$$

Na seção a 150 mm do engaste, os esforços são:

$$N = 400 \text{ N (T)}$$

$$M_z = - 692,82 \cdot 200 = - 138.564,1 \text{ N.mm (tracionando as fibras superiores da seção em } a=150\text{mm)}$$



b) Características geométricas:

$$\text{Área da seção: } A = 1.256,64 \text{ mm}^2$$

$$\text{Momento de inércia: } I_z = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = 125.663,71 \text{ mm}^4$$

c) Análise de tensões

Fórmula da flexão composta:

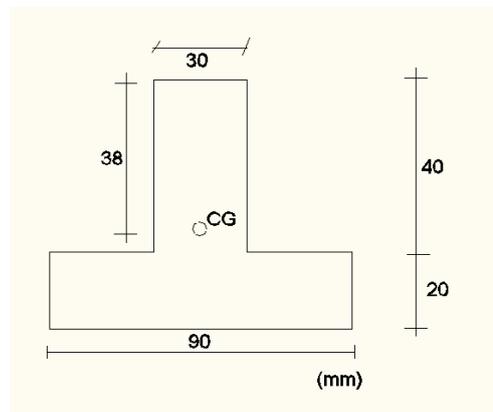
$$\sigma = \frac{M_z \cdot y}{I_z} + \frac{N}{A}$$

$$\sigma_C = \frac{(-138.564,1) \cdot 20}{125.663,71} + \frac{400}{1.256,64} = -21,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_B = \frac{(-138.564,1) \cdot 0}{125.663,71} + \frac{400}{1.256,64} = 0,32 \text{ N/mm}^2$$

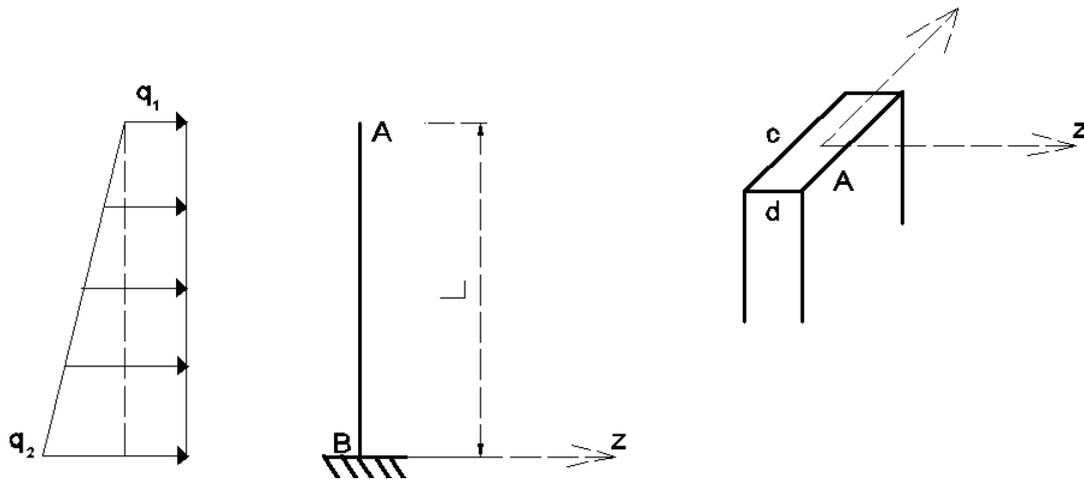
A tensão cisalhante na fibra em C é nula: $\tau_C = 0$

5. Para certa estrutura, sua seção transversal é a indicada a seguir, com $I_{cg} = 868000 \text{ mm}^4$. Sabendo que seu momento crítico é de $M = P$ e o cortante crítico é de $V = P$, unidades em kN e m. Determine o máximo valor de P de modo a atender as tensões admissíveis da normal e do cisalhamento. Dados: $\sigma_{adm} = 300 \text{ MPa}$, $\tau_{adm} = 5 \text{ MPa}$



Respostas: $P_{\text{máx}} =$ (kN)

6. A estrutura de contenção está submetida a uma ação de empuxo do solo, onde a distribuição é linear de valores que variam de $q_1 = 10 \text{ kN/m}$ a $q_2 = 30 \text{ kN/m}$, atuando na direção do eixo z, conforme figura. Sabe-se que a altura L é 5 m, e a seção transversal da estrutura é retangular de dimensão $c = 40 \text{ cm}$ e $d = 15 \text{ cm}$, conforme figura. Determine as máximas tensões normais de tração e compressão e de cisalhamento da estrutura. Desconsidere o peso próprio da estrutura.

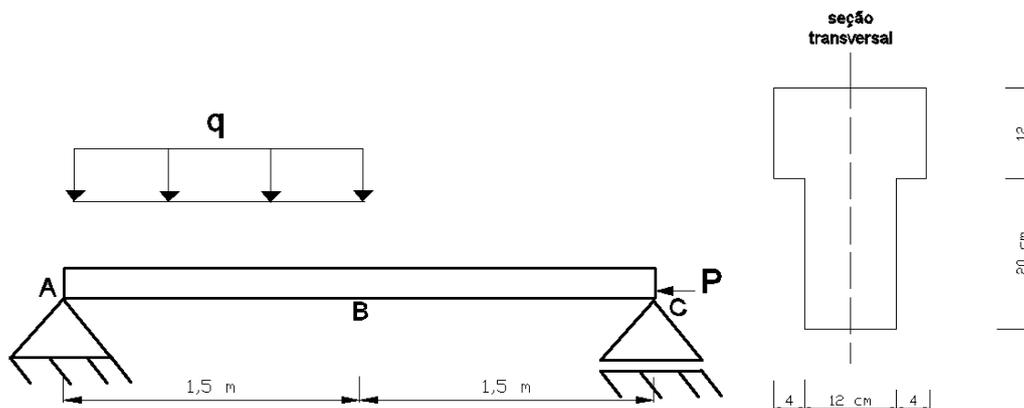


$I = 1,125 \times 10^{-4} \text{ m}^4$; $M_b = 208,33 \text{ kNm}$; $V = 100 \text{ kN}$

Respostas: $\sigma_{\text{tração}} = 138,89 \text{ MPa}$; $\sigma_{\text{compressão}} = 138,89 \text{ MPa}$; $\tau = 2,5 \text{ MPa}$

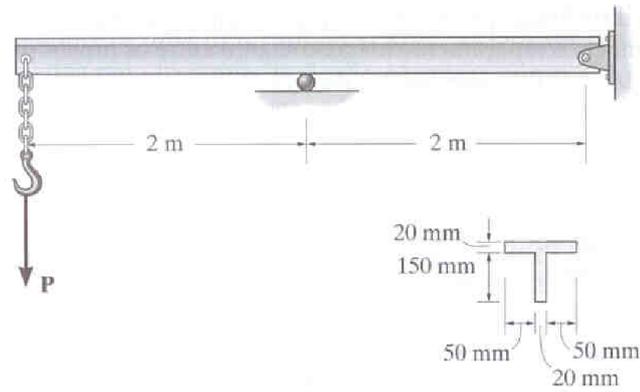
7. Para a viga a seguir, sabendo que $q = 20 \text{ kN/m}$, determine:

- Considerando $P = 0$, $\sigma_{\text{adm}} = 11 \text{ MPa}$ (tração), $\sigma_{\text{adm}} = 20 \text{ MPa}$ (compressão) e $\tau_{\text{adm}} = 1 \text{ MPa}$, obtenha os três coeficientes de segurança, devido a máxima tensão de tração, compressão e cisalhamento.
- Considerando $P = 100 \text{ kN}$ aplicado no CG, com $\sigma_{\text{adm}} = 11 \text{ MPa}$ (tração), $\sigma_{\text{adm}} = 20 \text{ MPa}$ (compressão), obtenha os dois coeficientes de segurança, devido a máxima tensão de tração e compressão.



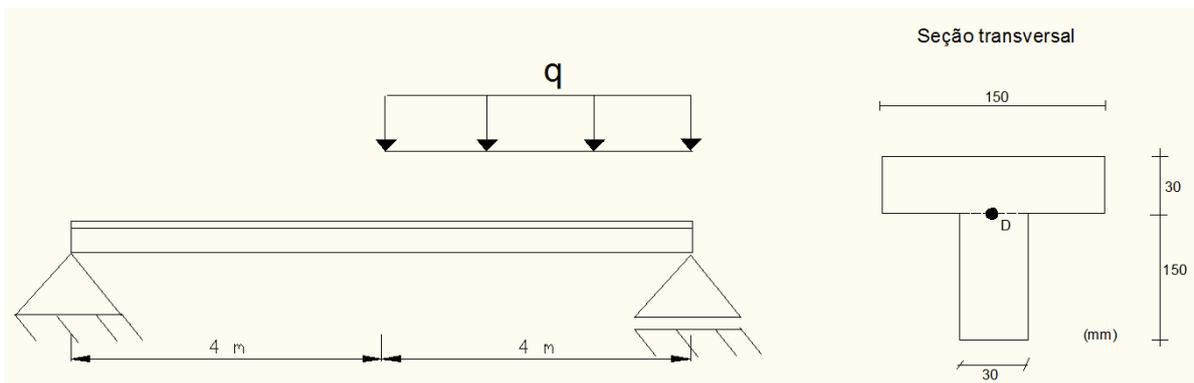
Respostas:

8. A viga de aço tem uma tensão de flexão admissível de 140 MPa e a tensão de cisalhamento de 90 MPa . Determine a carga máxima que ela pode suportar com segurança. Esboce a distribuição das tensões cisalhantes na seção mais crítica.

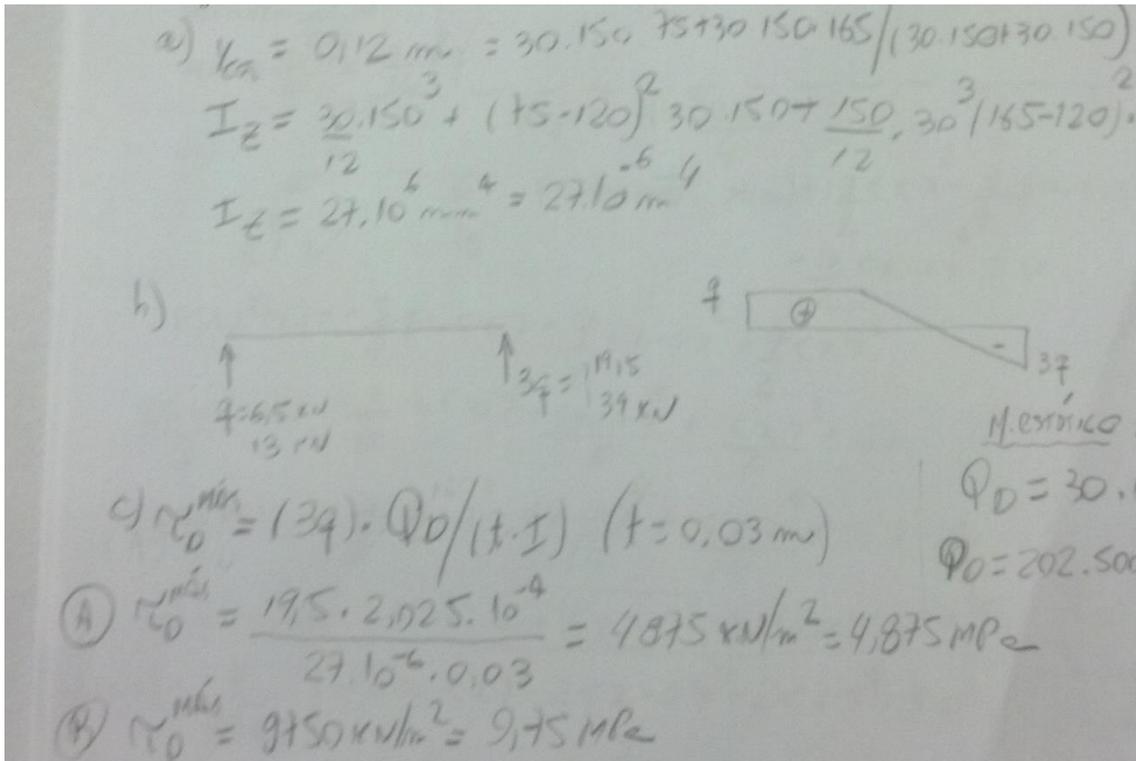


Respostas:

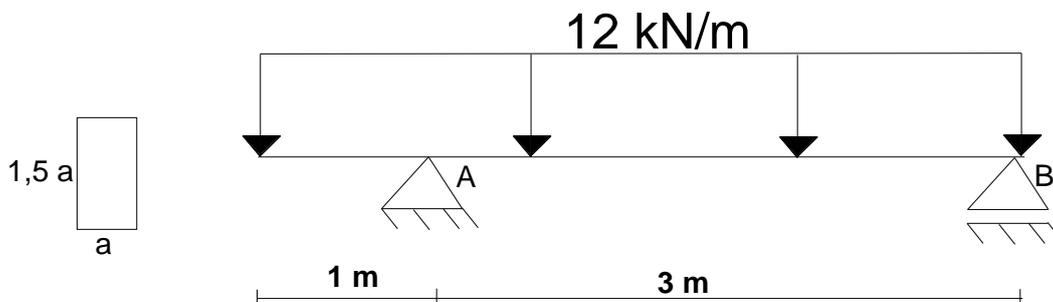
9. A viga mostrada a seguir é feita de duas tábuas coladas. Determine a tensão de cisalhamento máxima que ocorre na cola (ponto D). Dados: $q = 13,0 \text{ kN/m}$.



Respostas: $\tau_D^{MAX} =$



10. A viga mostrada na figura suporta uma carga uniforme de 12 kN/m. Se a viga tiver uma relação altura/largura de 1,5, determinar sua largura mínima (a). A tensão normal admissível é $\sigma_{adm} = 9 \text{ MPa}$ e a tensão de cisalhamento admissível é $\tau_{adm} = 0,6 \text{ MPa}$.



Respostas: a = 183 mm

Resolução:
a =

a) DIAGRAMAS:

b) caract. geométricas:

$$I = a(1,5a)^3/12 = 0,28125a^4$$

$$M_{\text{máx}} = (a \cdot 0,75a) \cdot 0,75a/2 = 0,28125a^3$$

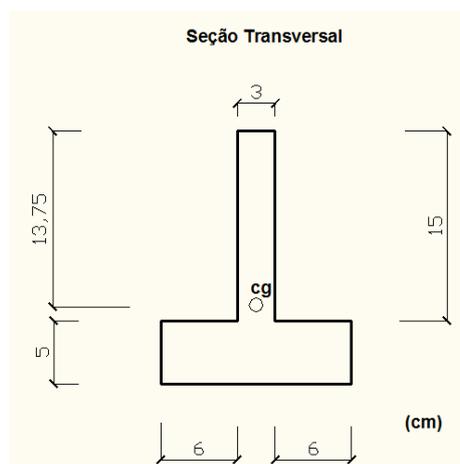
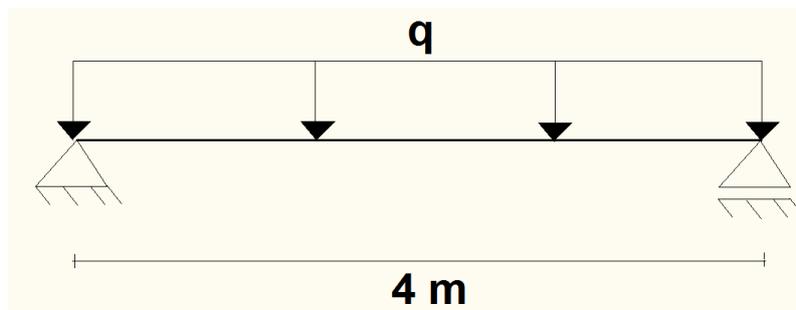
c) análise na tensões:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{10,67 \cdot 0,75a}{0,28125a^4} = \frac{28,14}{a^3} \leq 9,10^3 \rightarrow a \geq 0,111m$$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{20 \cdot 0,28125a^3}{a \cdot 0,28125a^4} = \frac{20}{a^2} \leq 0,6 \cdot 10^3 \rightarrow a \geq 0,183m$$

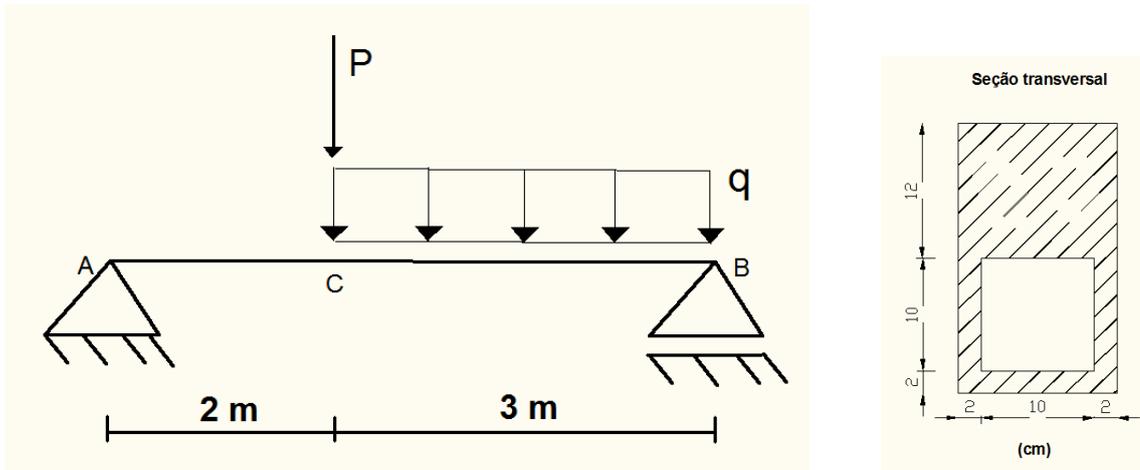
a = 183 mm

11. Determinar o valor máximo da tensão de cisalhamento e sua distribuição ao longo da seção transversal.
Dado: $q = 22,5 \text{ kN/m}$. É fornecido a posição do centro de gravidade.



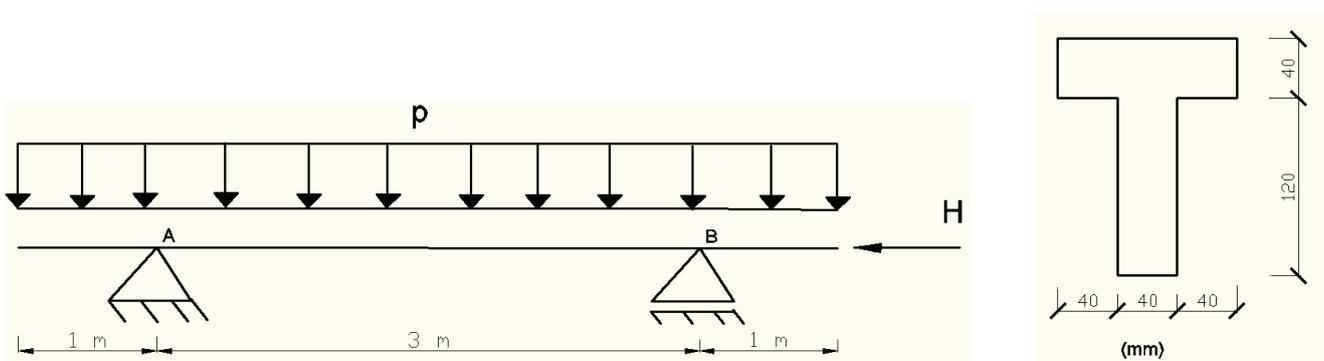
Resposta:

12. Para a viga mostrada na figura, adote $P = 40 \text{ kN}$ e $q = 40 \text{ kN/m}$, determine a distribuição de tensões cisalhantes na seção mais crítica.



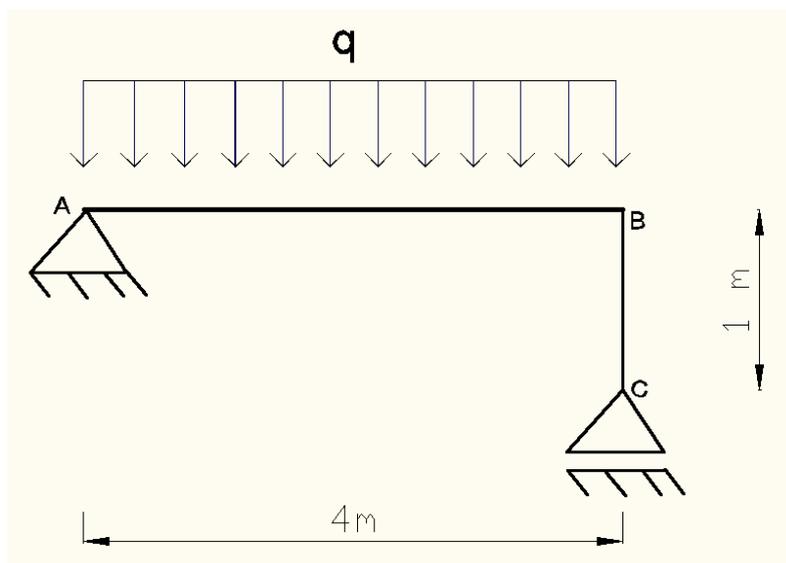
Resposta:

13. Determinar as mínimas tensões de ruptura (ou tensões limites) de tração, compressão e cisalhamento que deve ter o material que constitui a viga a seguir, sabendo-se que a mesma deve trabalhar com um coeficiente de segurança igual a 2,0 para as tensões normais e igual a 1,4 para a tensão cisalhante. Considerar $p = 20 \text{ kN/m}$ e $H = 80 \text{ kN}$ (aplicado no centro geométrico da seção transversal).



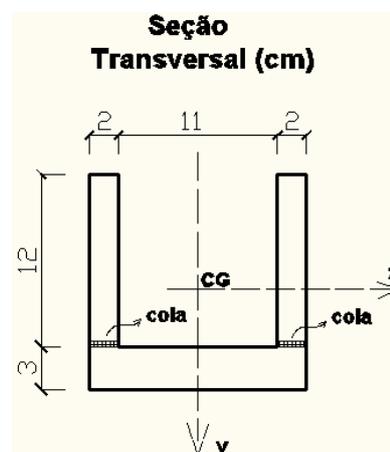
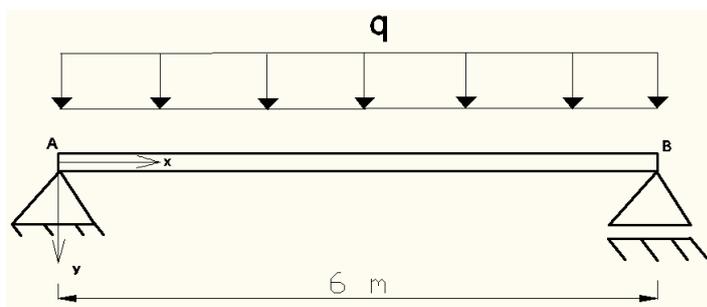
14. Sabendo-se que $q = 40 \text{ kN/m}$, e que toda a estrutura possui seção transversal quadrada de lado “a”, determine a menor dimensão admissível de “a”, de modo a atender as condições de tensões para toda a estrutura.

Dados: $\sigma_{adm}^t = 8 \text{ MPa}$ (tensão adm. de tração); $\sigma_{adm}^c = 10 \text{ MPa}$ (tensão adm. de compressão) e $\tau_{adm} = 1 \text{ MPa}$ (tensão adm. ao cisalhamento).



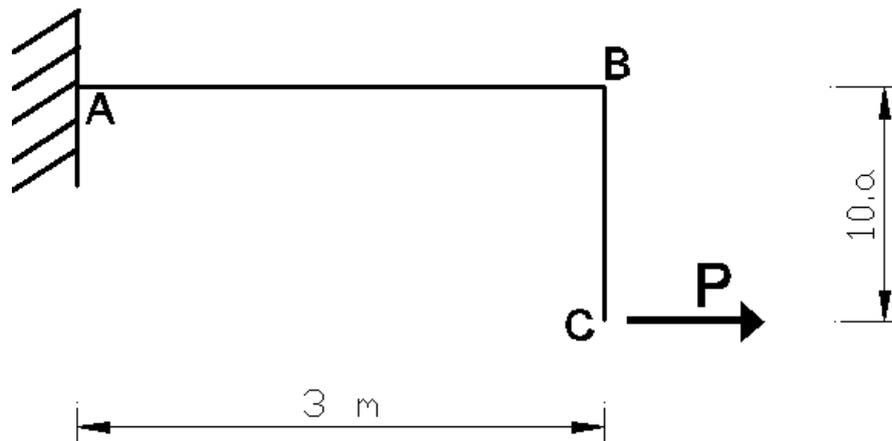
Resposta:

15. Sabendo-se que a seção transversal da viga a seguir é formada por um perfil “U”, a qual foi obtida pela colagem de perfis retangulares de madeira nas regiões indicadas, obtenha a carga distribuída máxima admissível (\bar{q}). São dadas as seguintes tensões admissíveis para a madeira e para a cola: Madeira: $\bar{\sigma}_{\text{tração}} = 60 \text{ MPa}$; $\bar{\sigma}_{\text{compressão}} = 150 \text{ MPa}$; Cola: $\bar{\tau} = 8,5 \text{ MPa}$.



Resposta: $\bar{q} =$ (kN/m)

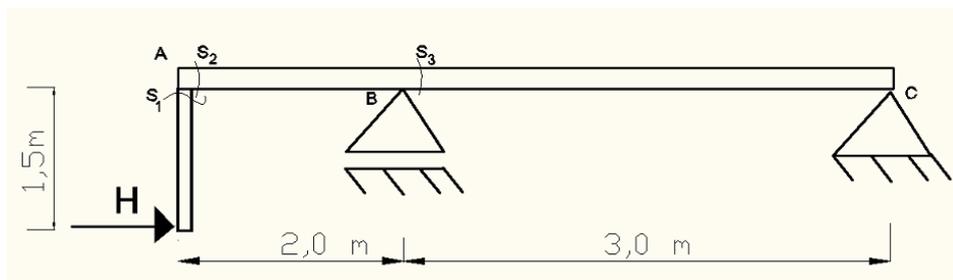
16. A estrutura a seguir possui seção transversal quadrada de dimensão “a”. Determinar o menor valor admissível de “a”. Sabendo-se que: $P = 100 \text{ kN}$; $\bar{\sigma}_{\text{tração}} = 400 \text{ MPa}$, $\bar{\sigma}_{\text{compressão}} = 500 \text{ MPa}$ e $\bar{\tau}_{\text{adm}} = 1,0 \text{ MPa}$. Obs.: O comprimento de BC é $10.a$.



Resposta: $a =$

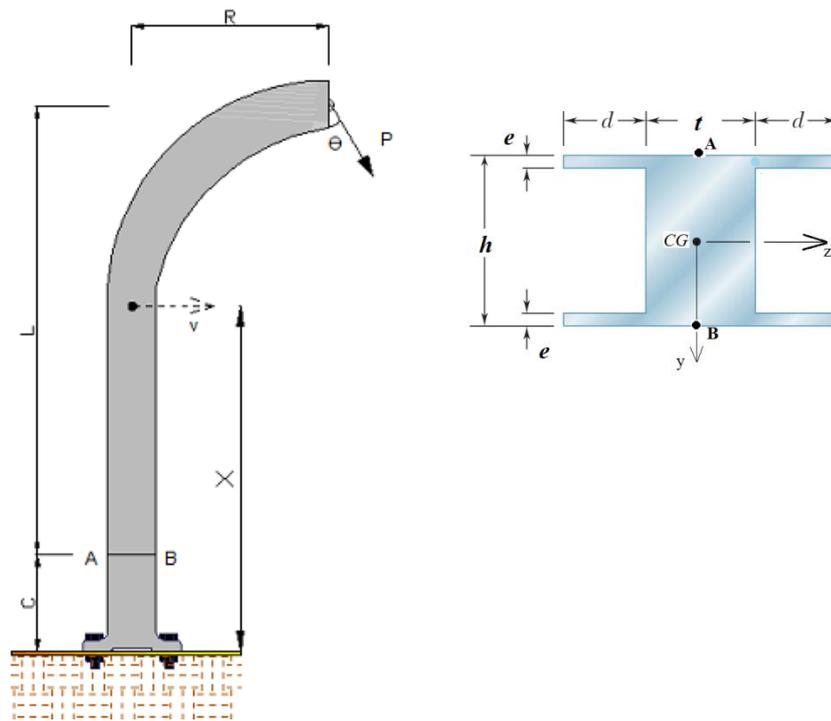
17. Sabendo-se que a estrutura a seguir possui seção quadrada de lado 12 cm e que $H = 100$ kN, determine a tensão cisalhante máxima na seção S_3 .

Obs.1: S_3 está numa seção imediatamente posterior ao apoio B.



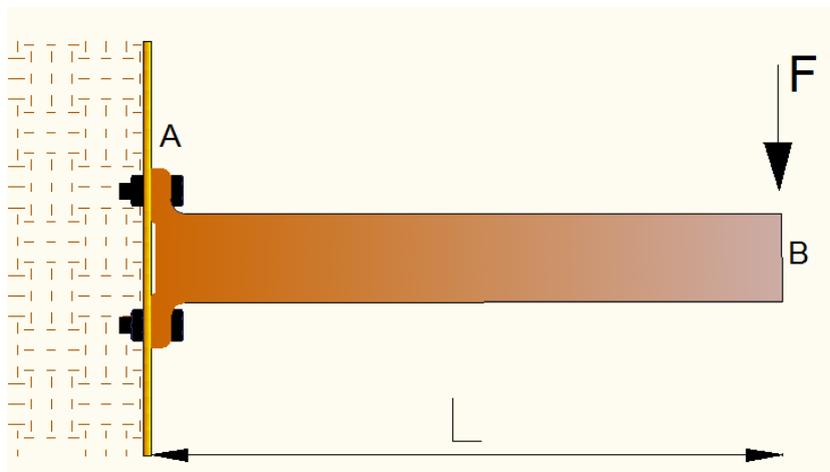
Respostas:

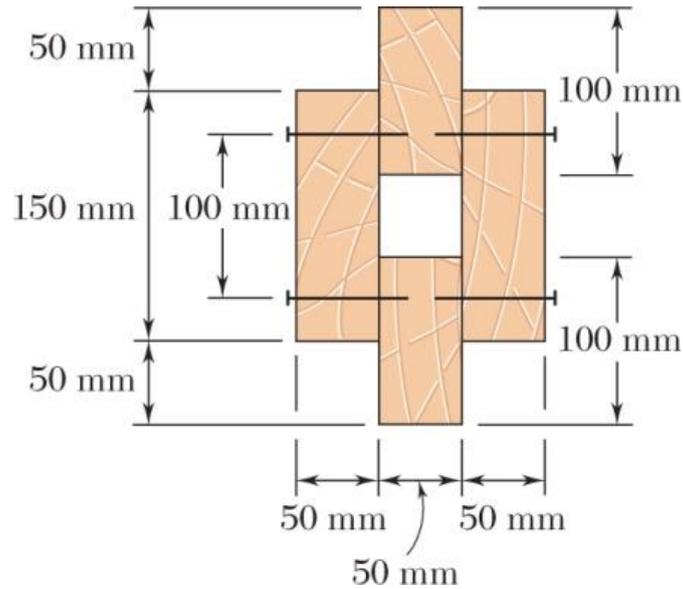
18. O poste é engastado no solo e tem uma força concentrada aplicada no ponto indicado na figura. Seu valor é devido ao peso dos cabos de energia elétrica de $P = 5$ kN, de modo a estar atuando no seu plano médio, inclinado com a vertical em um ângulo de $\theta = 30^\circ$. A seção transversal (ST) de todo o poste é indicada. A força P e as cotas das distâncias R e L estão com referência ao CG da ST. Adote $C = 1,0$ m, $R = 1,5$ m, $L = 2,5$ m, $e = 12$ mm, $d = 50$ mm, $t = 100$ mm, $h = 150$ mm.. Obtenha distribuição da tensão cisalhante extrema da ST na cota a C metros do engaste.



Resposta:

19. Para a viga de madeira do tipo Ipê-roxo que está em balanço, ver figura, admita que $E = 70$ GPa, $F = 50$ kN, $L = 3$ m e que a seção transversal seja a indicada na figura, determine a distribuição das tensões cisalhantes na linha do seu CG de uma seção junto ao engaste.





Resposta: $\tau_{CG} =$

20. Calcule as tensões cisalhantes nos pontos A, B, C e D da seção transversal (ST) indicada a seguir. Em seguida, esboce o diagrama de sua distribuição ao longo da ST, indicando seus valores extremos. *Dados:* $V = 350 \text{ kN}$, $I_z = 34.923 \text{ cm}^4$.

Resposta:

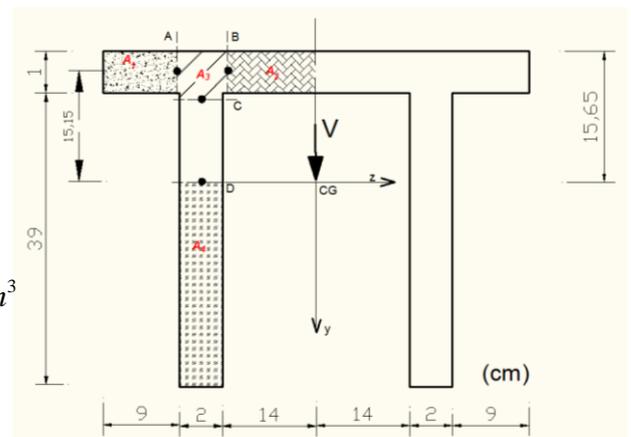
$$\tau_i = \frac{V \cdot M_{s_i}}{t_i \cdot I_z}$$

$$M_{s_A} = A_1 \cdot y_A = 1 \cdot 9 \cdot 15,15 = 136,35 \text{ cm}^3$$

$$M_{s_B} = A_2 \cdot y_A = 1 \cdot 14 \cdot 15,15 = 212,1 \text{ cm}^3$$

$$M_{s_C} = (A_1 + A_2 + A_3) \cdot y_A = 1 \cdot (9 + 2 + 14) \cdot 15,15 = 378,75 \text{ cm}^3$$

$$M_{s_D} = A_4 \cdot y_B = 2 \cdot (40 - 15,65)^2 / 2 = 592,92 \text{ cm}^3$$



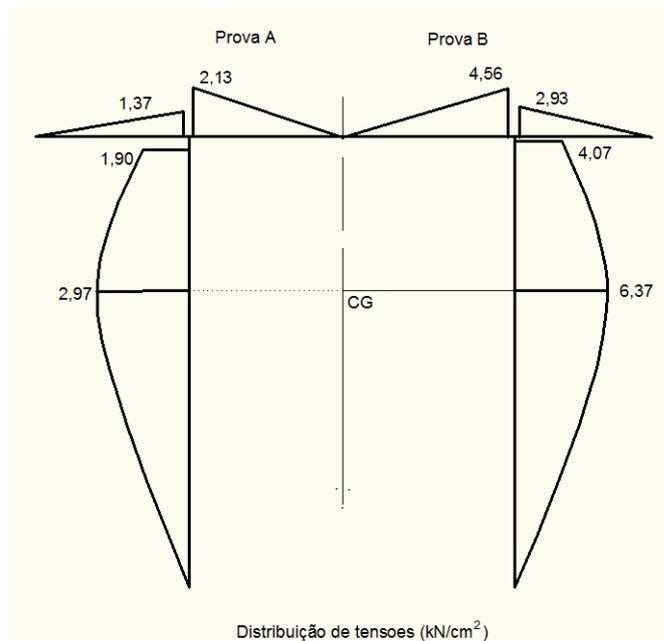
$$\tau_i = \frac{350 \cdot M_{s_i}}{t_i \cdot 34923} = \frac{M_{s_i}}{99,78 \cdot t_i}$$

$$\tau_A = \frac{136,35}{99,78 \cdot 1} = 1,37 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_B = \frac{212,1}{99,78 \cdot 1} = 2,13 \text{ kN/cm}^2$$

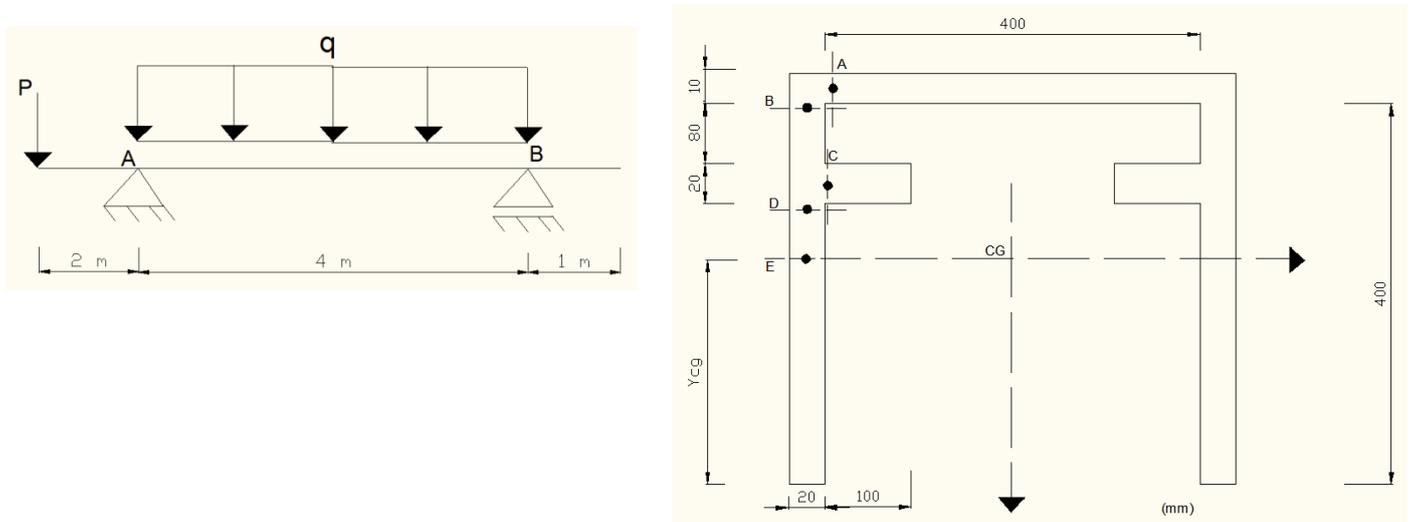
$$\tau_C = \frac{378,75}{99,78 \cdot 2} = 1,90 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_D = \frac{592,92}{99,78 \cdot 2} = 2,97 \text{ kN/cm}^2$$



Distribuição de tensões (kN/cm²)

21. Para a estrutura a seguir, determine as tensões cisalhantes, em N/mm^2 , nos pontos A, B, C, D e E da seção mais solicitada à força cortante. Em seguida, esboce o diagrama de sua distribuição ao longo da ST, indicando seus valores extremos. Dados: $P = 100\text{ kN}$, $q = 30\text{ kN/m}$, $Y_{CG} = 255\text{ mm}$, $I_z = 37301 \times 10^4\text{ mm}^4$.



Resposta:

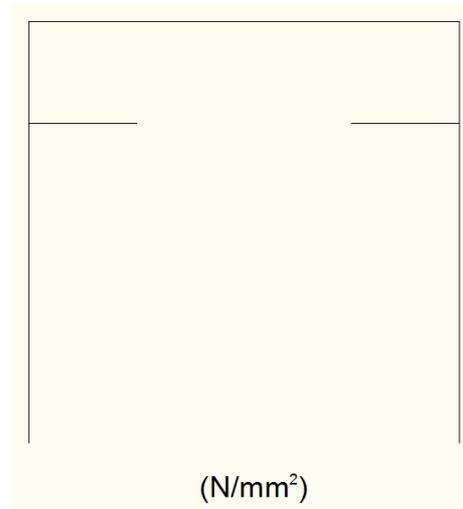
$$\tau_A =$$

$$\tau_B =$$

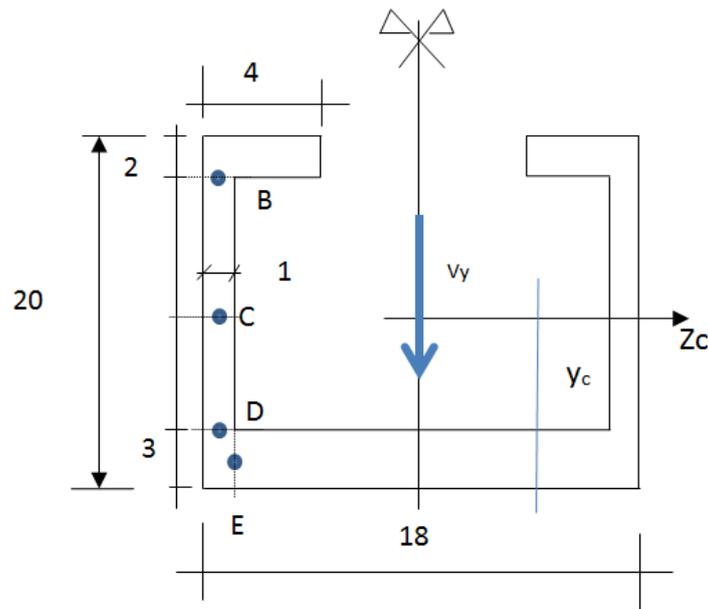
$$\tau_C =$$

$$\tau_D =$$

$$\tau_E =$$



22. Determine as tensões de cisalhamento τ_i nos pontos B, C, D e E da seção transversal da barra solicitada por uma força cortante $V=300\text{kN}$. Desenhe a distribuição de cisalhamento ao longo da seção transversal. O ponto C esta no eixo que passa pelo centroide da seção transversal. Considerando que o $\tau_{adm}=100\text{ MPa}$, qual é o coeficiente de segurança ao cisalhamento? Dado $I_{z_c} = 8.385 \times 10^3\text{ cm}^4$ e $y_c=7\text{ cm}$.



Resposta:

23. A seção transversal de uma viga, ilustrada na figura a, é submetida a uma força cortante V para baixo, conforme indicado na mesma figura. Considere a seção transversal de paredes finas (seção delgada) com espessura constante de 0,5 cm. A posição do baricentro da seção transversal está indicada na figura por "G". O momento de inércia da seção inteira em relação ao eixo z vale $I = \frac{1300}{3} \text{ cm}^4$. Considere $V = 26.000 \text{ N}$. Calcular a distribuição de tensão de cisalhamento ao longo da seção. Desenhe os gráficos e indique claramente os valores notáveis em módulo (máximos, mínimos, etc.) bem como indique o sentido da tensão utilizando setas. Apresente o resultado de forma clara na figura no verso dessa folha. Justifique com os cálculos necessários.

Dica: No corte da viga representada na Figura b estão indicados os sentidos positivos dos esforços solicitantes $V(x)$ e $M(x)$. Pela equação diferencial de equilíbrio: $V(x) = \frac{dM(x)}{dx}$. Logo, se $V(x)$ é positivo, $\frac{dM(x)}{dx}$ também é positivo.

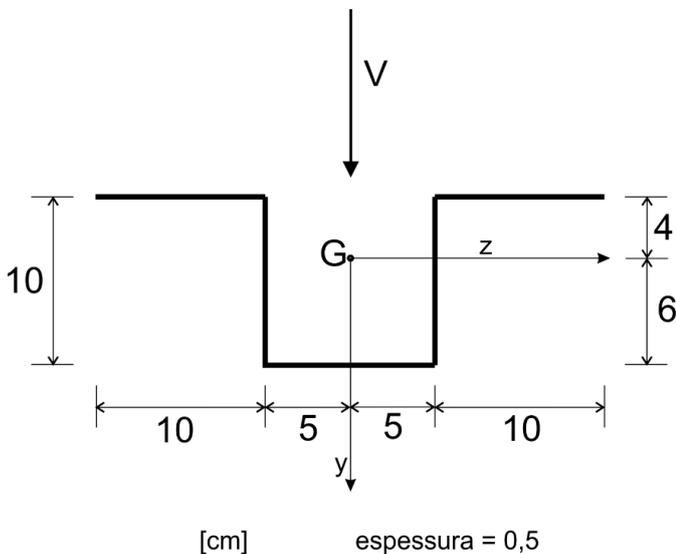


Figura a

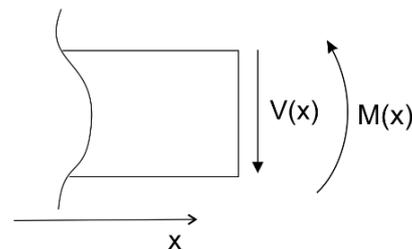
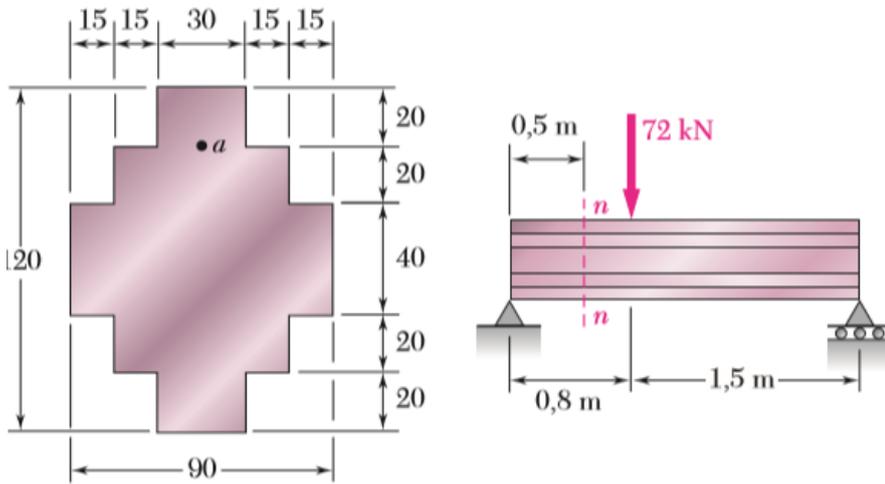


Figura b

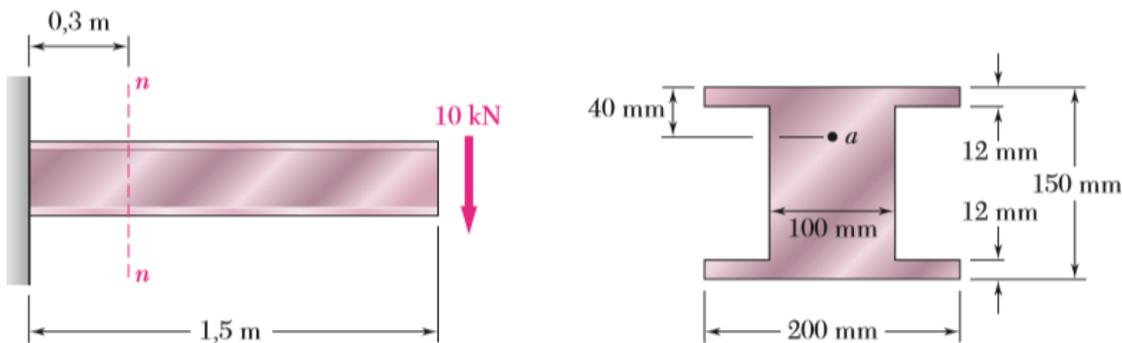
Resposta:

24. (Beer J.) Para a viga e o carregamento mostrados, considere a seção n-n e determine (a) a maior tensão de cisalhamento naquela seção e (b) a tensão de cisalhamento no ponto a.

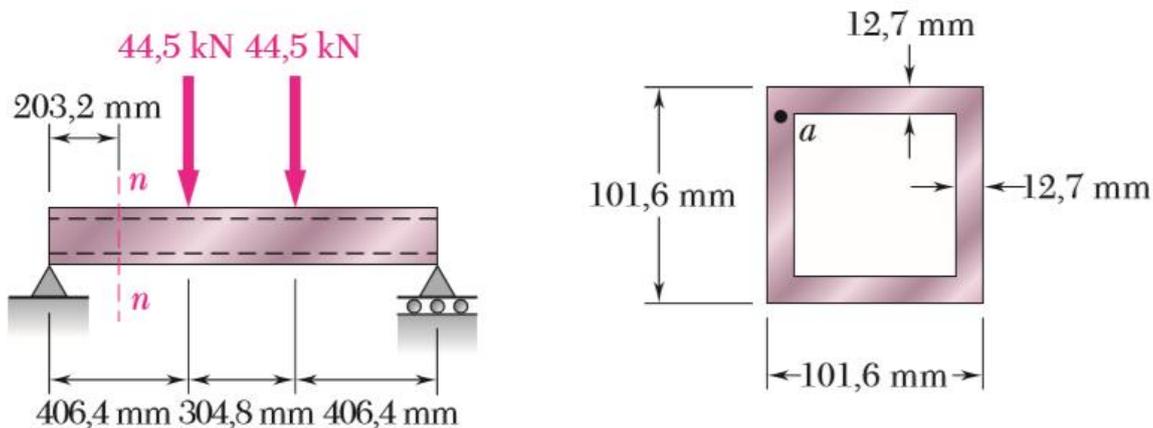


Dimensões em mm

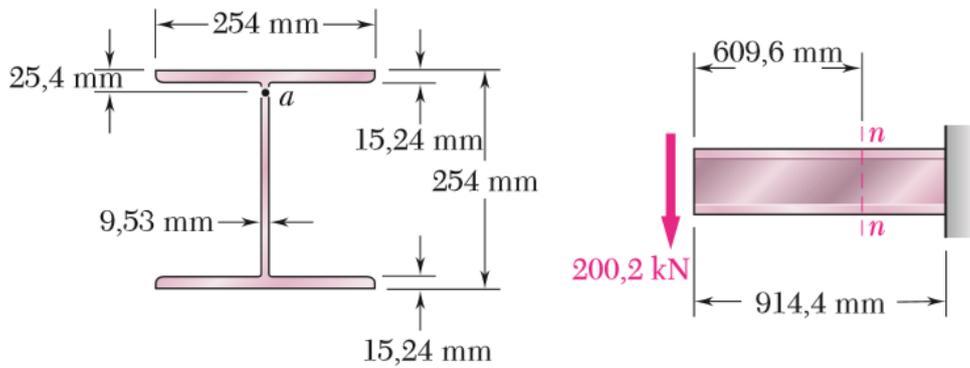
25. (Beer J.) Para a viga e o carregamento mostrados, considere a seção n-n e determine (a) a maior tensão de cisalhamento naquela seção e (b) a tensão de cisalhamento no ponto a.



26. (Beer J.) Para a viga e o carregamento mostrados, considere a seção n-n e determine (a) a maior tensão de cisalhamento naquela seção e (b) a tensão de cisalhamento no ponto a.

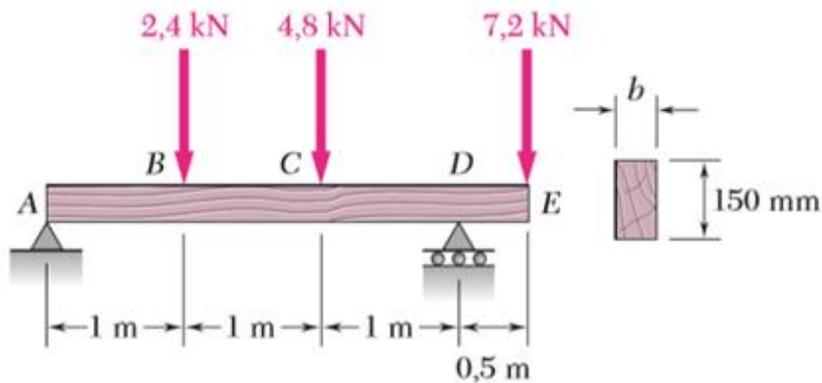


27. (Beer J.) Para a viga e o carregamento mostrados, considere a seção n-n e determine (a) a maior tensão de cisalhamento naquela seção e (b) a tensão de cisalhamento no ponto a.



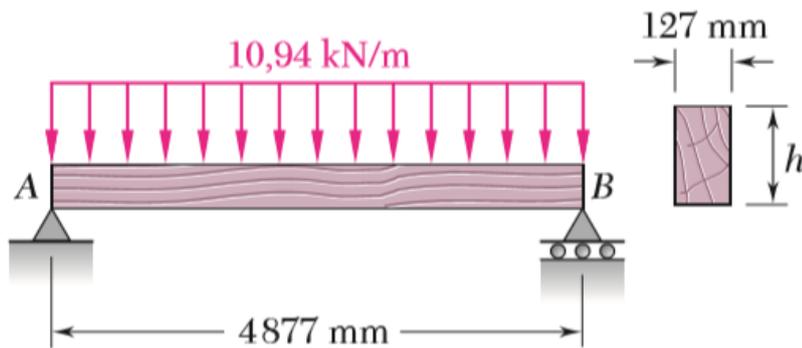
28. (Beer J.)

Para a viga e carregamento mostrados, determine a largura b mínima necessária, sabendo que, para o tipo de madeira usada, $\sigma_{adm} = 12 \text{ MPa}$ e $\tau_{adm} = 825 \text{ kPa}$.



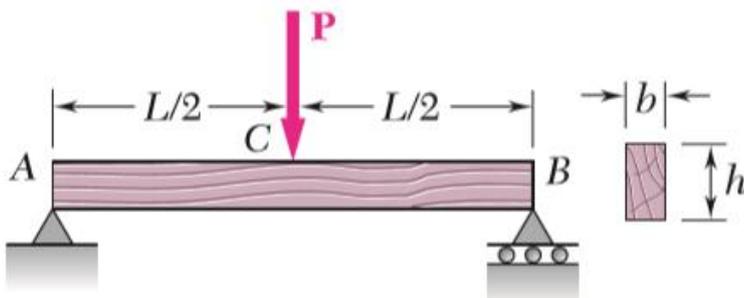
29. (Beer J.)

Para a viga e o carregamento mostrados, determine a altura h mínima necessária, sabendo que, para o tipo de madeira usada, $\sigma_{adm} = 12,07 \text{ MPa}$ e $\tau_{adm} = 0,896 \text{ MPa}$.



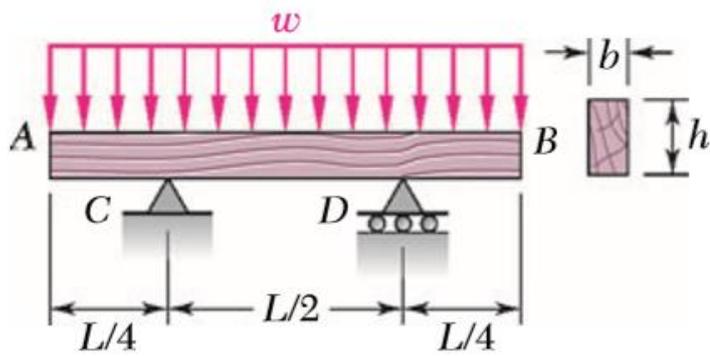
30. (Beer J.)

Uma viga de madeira AB de comprimento L e seção transversal retangular suporta uma única força concentrada P em seu ponto médio C . (a) Mostre que a relação τ_m/σ_m dos valores máximos das tensões de cisalhamento e normal na viga é igual a $2h/L$, em que h e L são, respectivamente, a altura e o comprimento da viga. (b) Determine a altura h e a largura b da viga, sabendo que $L = 2\text{ m}$, $P = 40\text{ kN}$, $\tau_m = 960\text{ kPa}$ e $\sigma_m = 12\text{ MPa}$.



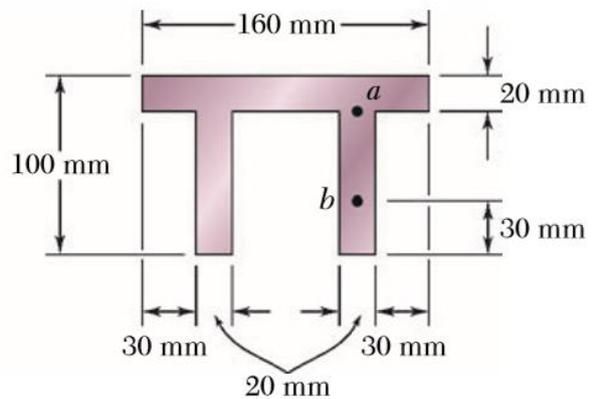
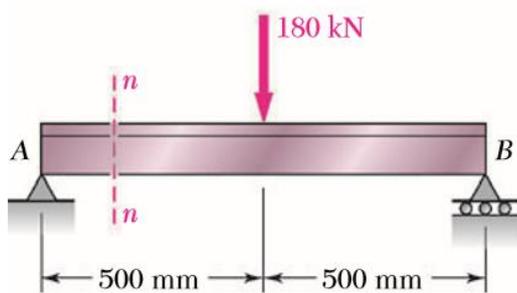
31. (Beer J.)

Uma viga da madeira AB de comprimento L e seção transversal retangular suporta uma força uniformemente distribuída w e é vinculada conforme mostra a figura. (a) Mostre que a relação τ_m/σ_m dos valores máximos das tensões de cisalhamento e normal na viga é igual a $2h/L$, em que h e L são, respectivamente, a altura e o comprimento da viga. (b) Determine a altura h e a largura b da viga, sabendo que $L = 5\text{ m}$, $w = 8\text{ kN/m}$, $\tau_m = 1,08\text{ MPa}$ e $\sigma_m = 12\text{ MPa}$.



32. (Beer J.)

Para a viga e o carregamento mostrados, considere a seção $n-n$ e determine a tensão de cisalhamento no (a) ponto a e (b) ponto b .



33. (Beer J.)

Para a viga e o carregamento mostrados, considere a seção $n-n$ e determine a tensão de cisalhamento no (a) ponto a e (b) ponto b .

