

Sinal da função afim e Inequação

Evandro R. da Silva

ICMC – USP

Sinal da função afim

Teorema

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ uma função afim.

Se $a > 0$

- 1) $f(x) > 0$ se e somente se $x > -\frac{b}{a}$.
- 2) $f(x) < 0$ se e somente se $x < -\frac{b}{a}$.

Se $a < 0$

- 1) $f(x) > 0$ se e somente se $x < -\frac{b}{a}$.
- 2) $f(x) < 0$ se e somente se $x > -\frac{b}{a}$.

Exemplo

$$f(x) = 3x + 1$$

$$3x + 1 > 0 \Leftrightarrow 3x > -1 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}.$$

$$3x + 1 < 0 \Leftrightarrow 3x < -1 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}.$$

$$3x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}.$$

Exemplo

$$f(x) = -5x + 2$$

$$-5x + 2 > 0 \Leftrightarrow -5x > -2 \Leftrightarrow 5x < 2 \Leftrightarrow x < \frac{2}{5}.$$

$$-5x + 2 < 0 \Leftrightarrow -5x < -2 \Leftrightarrow 5x > 2 \Leftrightarrow x > \frac{2}{5}.$$

$$-5x + 2 = 0 \Leftrightarrow -5x = -2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}.$$

Exemplo

Resolva a inequação, em \mathbb{R} .

$$4x + 5 > 2x - 3$$

Solução:

$$4x + 5 > 2x - 3 \Leftrightarrow 4x + 5 - 2x - 5 > 2x - 3 - 2x - 5 \Leftrightarrow$$

$$2x > -8 \Leftrightarrow x > -4.$$

O conjunto solução é $S = (-4, +\infty)$.

Exemplo

Resolva a inequação, em \mathbb{R} .

$$5(x + 3) - 2(x + 1) \leq 2x + 3$$

Solução:

$$5(x + 3) - 2(x + 1) \leq 2x + 3 \Leftrightarrow 5x + 15 - 2x - 2 \leq 2x + 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x + 13 \leq 2x + 3 \Leftrightarrow x \leq -10.$$

O conjunto solução é $S = (-\infty, -10]$.

Inequação

Exemplo

Resolva as inequações simultâneas, em \mathbb{R} .

$$(\star) 2 - x < 3x + 2 < 4x + 1$$

Solução:

Temos que resolver duas inequações:

$$1) 2 - x < 3x + 2 \quad \text{e} \quad 2) 3x + 2 < 4x + 1$$

Temos que

$$2 - x < 3x + 2 \Leftrightarrow 0 < 4x \Leftrightarrow 0 < x.$$

Deste modo a solução da inequação 1) é $S_1 = (0, +\infty)$.

Temos que

$$3x + 2 < 4x + 1 \Leftrightarrow 1 < x.$$

Deste modo a solução da inequação 2) é $S_2 = (1, +\infty)$

O conjunto solução de (\star) é $S = S_1 \cap S_2 = (1, +\infty)$.

Exemplo

Resolva, em \mathbb{R} o sistema de inequações:

$$\begin{cases} 3 - 2x \leq 1 \\ 3x - 1 \leq 5 \end{cases}$$

Solução:

Temos que

$$3 - 2x \leq 1 \Leftrightarrow -2x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 1$$

Portanto $S_1 = [1, +\infty)$.

$$3x - 1 \leq 5 \Leftrightarrow 3x \leq 6 \Leftrightarrow x \leq 2$$

Portanto $S_2 = (-\infty, 2]$.

Portanto a solução do sistema é $S = S_1 \cap S_2 = [1, 2]$.