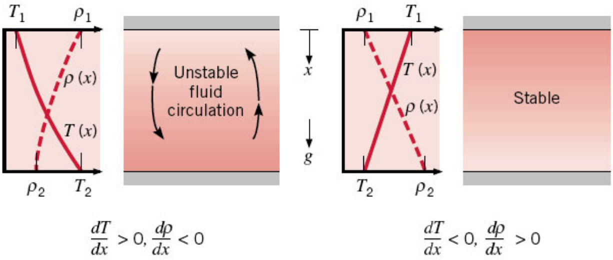
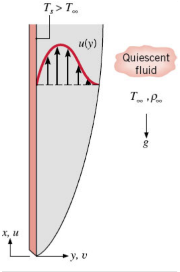
Convecção Natural

1 Considerações físicas

Força de corpor atuando sobre um fluido com gradiente de massa específica, que por sua vez é provocado por um gradiente de temperatura.

Geralmente, $\dfrac{\partial \rho}{\partial T} < 0$





1.1 Coeficiente de expansão volumétrica térmica

Variação de ρ em resposta a uma variação de T a p constante

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \quad \Rightarrow \quad \text{propriedade termodinâmica}$$

- Para líquidos e gases não ideais, os valores estão tabelados.

- Para gases ideais: $\beta = -\dfrac{1}{\rho}\left[\dfrac{\partial}{\partial T}\left(\dfrac{p}{RT}\right)\right]_p = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{p}{RT^2} = \dfrac{1}{T}$

2 Adimensionais importantes

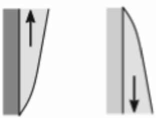
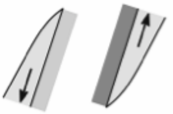
a) Número de Grashof: $$Gr_L \equiv \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} = \frac{\text{F. empuxo}}{\text{F. viscosa}}$$

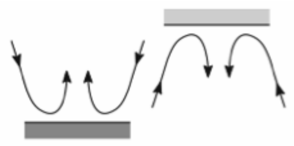
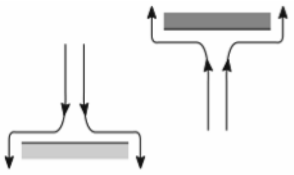
b) Número de Rayleigh: $$Ra_x = Gr_x Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha}$$

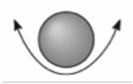
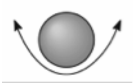
O escoamento é turbulento para $Ra \geq 10^9$.

3 Correlações

$\overline{Nu}_L = \phi(Ra, Pr)$, com propriedades estimadas à temperatura de filme, T_f.

Geometria	**Correlação**
Placas verticais 	$\overline{Nu}_L = \left\{ 0{,}825 + \dfrac{0{,}387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$
Placas inclinadas, com a superfície fria para cima ou com a superfície quente para baixo, $0 \leq \theta \leq 60°$ 	$\overline{Nu}_L = \left\{ 0{,}825 + \dfrac{0{,}387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$ $g \to g \cos\theta$

Geometria	**Correlação**
Placas horizontais, com a superfície quente para cima ou com a superfície fria para baixo 	$\overline{Nu}_L = 0{,}54 Ra_L^{1/4}, \quad 10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$ $\overline{Nu}_L = 0{,}15 Ra_L^{1/3}, \quad 10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$ $(L = A_s/P)$
Placas horizontais, com a superfície fria para cima ou com a superfície quente para baixo 	$\overline{Nu}_L = 0{,}52 Ra_L^{1/5}$ $10^4 \leq Ra_D \leq 10^9$, $Pr \geq 0{,}7$ $(L = A_s/P)$

Geometria	**Correlação**
Cilindro horizontal 	$\overline{Nu}_D = \left\{0{,}60 + \dfrac{0{,}387 Ra_D^{1/6}}{\left[1 + (0{,}559/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$ $Ra_D \leq 10^{12}$
Esfera 	$\overline{Nu}_D = 2 + \dfrac{0{,}589 Ra_D^{1/4}}{\left[1 + (0{,}469/Pr)^{9/16}\right]^{4/9}}$ $Ra_D \leq 10^{11},\ Pr \geq 0{,}7$

Exercício 1

A porta de um forno doméstico, com 0,5 m de altura e 0,7 m de largura, atinge uma temperatura superficial média de 32 °C durante a operação do forno. Estime a perda de calor para o ambiente externo a 22 °C.

Solução: Convecção natural em placa vertical, $L = 0{,}5\,\mathrm{m}$, $T_s = 32\,°\mathrm{C}$.

Ar: $T_\infty = 22\,°\mathrm{C}$.

$$q_x = \bar{h}A(T_s - T_\infty)$$

Propriedades do ar a $T_f = \frac{T_\infty + T_s}{2} = 27\,°\mathrm{C} = 300\,\mathrm{K}$:

$$\beta = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{300}\,\mathrm{K}^{-1}, \qquad \nu = 15{,}89 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}, \qquad Pr = 0{,}707$$

$$\alpha = 22{,}5 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}, \qquad k_f = 26{,}3 \times 10^{-3}\,\mathrm{W}/(\mathrm{m}\cdot\mathrm{K})$$

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} = 1{,}14 \times 10^8$$

$$\overline{Nu}_L = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 = 63{,}5$$

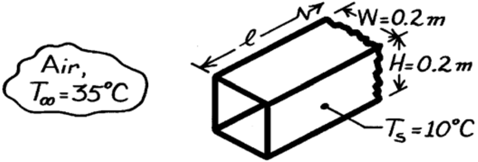
$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu}_L k_f}{L} = 3{,}34\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$$

$$q_x = 3{,}34 \times 0{,}5 \times 0{,}7 \times (32 - 22) = 11{,}7\,\mathrm{W}$$

Exercício 2

O escoamento de ar através de um longo duto de ar condicionado, com formado quadrado de 0,2 m de lado, mantém a sua superfície externa a uma temperatura de 10 °C. Se o duto, na posição horizontal, não possui isolamento térmico e está exposto ao ar a 35 °C no porão de uma casa, qual é o ganho de calor por unidade de comprimento do duto?

Solução:



Convecção natural, ar a $T_\infty = 35\,°C$ e $T_s = 10\,°C$.

$$q' = 2q'_l + q'_c + q'_b = (2\bar{h}_l H + \bar{h}_c W + \bar{h}_b W)(T_\infty - T_s)$$

Propriedades do ar a $T_f = \dfrac{T_s + T_\infty}{2} = 22{,}5\,°\mathrm{C} = 295\,\mathrm{K}$:

$$\beta = \frac{1}{T_f} = 3{,}39 \times 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}, \qquad \nu = 15{,}44 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}, \qquad Pr = 0{,}708$$

$$\alpha = 21{,}8 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}, \qquad k_f = 25{,}9 \times 10^{-3}\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$$

- Lateral: placa vertical

$$Ra_H = \frac{g\beta(T_\infty - T_s)H^3}{\nu\alpha} = 1{,}97 \times 10^7$$

$$\bar{h}_l = \frac{k_f}{H}\left\{0{,}825 + \frac{0{,}387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 = 4{,}91\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$$

- Baixo: placa horizontal, superfície fria para baixo

$$L \equiv \frac{A_s}{P} = \frac{Wx}{2(x+W)} = \frac{Wx}{2x+2W}, \quad \text{Para } x \gg W \;\Rightarrow\; L = \frac{W}{2} = 0{,}1\,\mathrm{m}$$

$$Ra_{W/2} = 2{,}47 \times 10^6, \qquad \bar{h}_b = \frac{k_f}{W/2}\left(0{,}54 Ra_{W/2}^{1/4}\right) = 5{,}54\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$$

- Cima: placa horizontal, superfície fria para cima

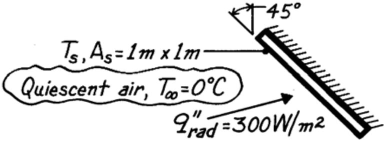
$$\bar{h}_c = \frac{k_f}{W/2}\left(0{,}52 Ra_{W/2}^{1/5}\right) = 2{,}56\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$$

$$q' = 89{,}6\,\mathrm{W/m}$$

Exercício 3

Uma placa, com dimensões de 1 m por 1 m e inclinada com um ângulo de 45°, tem a sua superfície inferior exposta a um fluxo térmico radiante líquido de 300 W/m^2. Se a superfície superior da placa for bem isolada, estime a temperatura que a placa atingirá quando o ar ambiente estiver quiescente e a uma temperatura de 0 °C.

Solução:



$$q''_{\text{conv}} = q''_{\text{rad}}$$

Para calcular q''_{conv}, é preciso estimar T_s, já que é necessário avaliar as propriedades do ar a T_f. Estimando que $\bar{h} \approx 5\,\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$,

$$300 = 5 \times (T_s - 0) \quad \Rightarrow \quad T_s = 60\,°\text{C} \quad \Rightarrow \quad T_f = 30\,°\text{C} = 303\,\text{K}$$

Usarei $T_f = 300\,\mathrm{K}$ ($T_s = 54\,°\mathrm{C}$). Propriedades do ar:

$$\beta = \frac{1}{T_f} = 3{,}33 \times 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}, \qquad \nu = 15{,}89 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}, \qquad Pr = 0{,}707$$

$$\alpha = 22{,}5 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}, \qquad k_f = 26{,}3 \times 10^{-3}\,\mathrm{W}/(\mathrm{m}\cdot\mathrm{K})$$

$$Ra_L = \frac{g\cos\theta\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} = 3{,}5 \times 10^9$$

$$\bar{h} = \frac{k_f}{L}\left\{0{,}825 + \frac{0{,}387Ra_L^{1/6}}{\left[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 = 4{,}76\,\mathrm{W}/(\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{K})$$

$$300 = 4{,}76 \times (T_s - 0) \quad \Rightarrow \quad T_s = 63\,°\mathrm{C}$$

Novo $T_f = (63+0)/2 = 31{,}5\,°\mathrm{C} = 305\,\mathrm{K}$. Propriedades do ar:

$$\beta = 3{,}28 \times 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}, \qquad \nu = 16{,}39 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}, \qquad Pr = 0{,}706$$

$$\alpha = 23{,}2 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}, \qquad k_f = 26{,}7 \times 10^{-3}\,\mathrm{W}/(\mathrm{m}\cdot\mathrm{K})$$

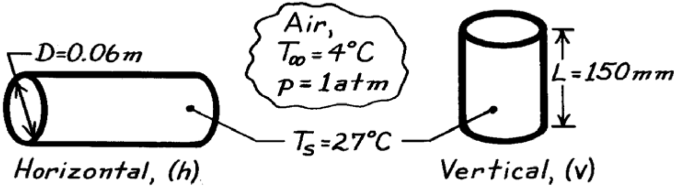
$$Ra_L = 3{,}76 \times 10^9, \quad \bar{h} = 4{,}95\,\mathrm{W}/(\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{K}), \quad T_s = 61\,°\mathrm{C}$$

Como o $\bar{h}$ variou menos de 5%, consideramos a estimativa adequada.

Exercício 4

Bebidas em lata, com 150 mm de comprimento por 60 mm de diâmetro, encontram-se inicialmente a uma temperatura de 27 °C e devem ser resfriadas pela sua colocação em uma geladeira a 4 °C. Com o objetivo de maximizar a taxa de resfriamento, as latas devem ser colocadas na geladeira na posição horizontal ou na posição vertical? Como uma primeira aproximação, despreze a transferência de calor nas extremidades da lata.

Solução:



$$\left.\begin{array}{l} q_v = \bar{h}_v \pi D L (T_s - T_\infty) \\ q_h = \bar{h}_h \pi D L (T_s - T_\infty) \end{array}\right\} \quad \text{Basta comparar } \bar{h}_v \text{ e } \bar{h}_h.$$

Propriedades do ar a $T_f = \frac{27+4}{2} = 15{,}5\,°\mathrm{C} = 289\,\mathrm{K}$:

$$\beta = \frac{1}{T_f} = 3{,}46 \times 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}, \qquad \nu = 14{,}91 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}, \qquad Pr = 0{,}710$$

$$\alpha = 21{,}0 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}, \qquad k_f = 25{,}4 \times 10^{-3}\,\mathrm{W}/(\mathrm{m}\cdot\mathrm{K})$$

- Posição vertical, placa vertical

$$L = 0{,}15\,\mathrm{m} \quad \Rightarrow \quad Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} = 8{,}41 \times 10^6$$

$$\bar{h}_v = \frac{k_f}{L}\left\{0{,}825 + \frac{0{,}387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 = 5{,}03\,\mathrm{W}/(\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{K})$$

- Posição horizontal, cilindro

$$D = 0{,}06\,\mathrm{m} \quad \Rightarrow \quad Ra_D = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D^3}{\nu\alpha} = 5{,}38 \times 10^5$$

$$\bar{h}_h = \frac{k_f}{D}\left\{0{,}60 + \frac{0{,}387 Ra_D^{1/6}}{\left[1 + (0{,}559/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 = 5{,}18\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$$

A posição horizontal é um pouco melhor.