

Aula 10. Cadeias de Markov com tempo contínuo II.

1. Escrever as equações de Kolmogorov backward e forward para o processo de Poisson homogêneo com taxa λ , e tenta resolver. Escrever as equações de Kolmogorov backward e forward para o processo de nascimento puro com taxa λ_n (nem tenta resolver).
2. Considera o processo de nascimento e morte em versão quando não há nascimentos, i.e. $\lambda_n = 0$ para qualquer n .
 - (a) Escreve equação dianteiro (*forward*) de Kolmogorov.
 - (b) Achar a solução para $P_{n,n}(t)$.
 - (c) Encontre $P_{n,n-1}(t)$.
 - (d) Mostre que, se $\mu_n = n\mu$, em que μ é um parâmetro fixo, então

$$P_{x,y}(t) = \binom{x}{y} (e^{-\mu t})^y (1 - e^{-\mu t})^{x-y}, \quad 0 \leq y \leq x.$$

3. Considere processo com três estados $S = \{0, 1, 2\}$ e com seguintes taxas de transição: $q_{0,1} = q_{1,2} = q_{2,0} = \lambda$ e $q_{1,0} = q_{2,1} = q_{0,2} = \mu$. Escreva equações de Kolmogorov dianteiro (*forward*) e retrógrado (?) (*backward*). Tenta achar $p_{0,x}(t)$, $x \in S$. Achar a distribuição invariante.