

# INSTALAÇÕES PROPULSORAS

## **PNV 3416 INSTALAÇÕES PROPULSORAS**

### **CAPÍTULO 6**

#### **VIBRAÇÕES DE NAVIO EXCITADAS POR MOTORES DIESEL**

PROF HERNANI BRINATI

MAIO 2018

# INSTALAÇÕES PROPULSORAS

## VIBRAÇÕES DE NAVIOS EXCITADAS POR MOTORES DIESEL

### 6.1 Introdução

Em capítulos anteriores a preocupação foi com o projeto da instalação propulsora, do ponto de vista de minimização da potência instalada, da análise termodinâmica dos ciclos motores, da definição de parâmetros de seu desempenho do motor e da análise da integração casco-hélice-motor em diferentes condições de operação.

Este capítulo apresenta uma abordagem do problema de vibração da estrutura do navio causada pelo emprego de motores diesel de propulsão. Uma compreensão perfeita deste problema é, contudo de considerável importância na adequada seleção do motor principal.

O problema está relacionado com o princípio de operação do motor e se refere ao balanceamento dos esforços de inércia das partes móveis de um motor. Sabe-se que, pelo próprio princípio de operação, os diversos componentes do motor são submetidos a acelerações periódicas, que como consequência, podem introduzir esforços alternados às fundações do motor. A solução deste problema é conhecida como balanceamento de inércia e consiste em procurar um arranjo geométrico para o eixo de manivelas do motor, de modo que se consiga anular os esforços alternados. Esta solução nem sempre é possível, pois a configuração do eixo depende do tipo do motor (dois ou quatro tempos) e do número de cilindros. Quando o motor selecionado para o navio não for completamente balanceado há transmissão de esforços para as fundações do motor, e daí ao duplo fundo e ao casco do navio. Em consequência pode-se excitar vibrações locais (painéis) ou vibrações generalizadas - vibração de todo o casco. A ocorrência de um processo vibratório prejudicial depende não apenas da transmissão dos esforços, mas também da frequência com que os esforços são transmitidos. Se a frequência de excitação for próxima de uma das frequências naturais do sistema (painel, viga-navio) o sistema entrará em vibração.

# INSTALAÇÕES PROPULSORAS

## 6.2 Exemplo Ilustrativo

Em 1969 o Prof. J. P. Den Hartog veio ao Brasil, a convite da USP e da Marinha, para ministrar um curso de pós-graduação sobre Vibrações Mecânicas na Escola Politécnica. O referido professor era um renomado estudioso de problemas de vibrações em sistemas mecânicos e professor emérito do Massachusetts Institute of Technology (M.I.T.).

Durante o período de sua permanência no Brasil, ele foi consultado sobre um problema de vibração em um navio da Marinha, o navio-tanque Marajó. Este navio havia sido construído pela Ishibras e recém entregue à Marinha. Embora não tivesse sido observada a vibração durante as provas de mar do navio, depois de poucos meses em serviço surgiu o problema de vibração.

O Prof. Den Hartog visitou o navio e fez uma inspeção com o navio em movimento. Constatou que, quando o navio atingia a velocidade de serviço, surgia um movimento vibratório severo ao longo de todo o navio. A vibração se reduzia à medida que a velocidade diminuía, desaparecendo completamente quando a velocidade estava a menos de 70% da velocidade de serviço.

O Prof. Den Hartog concluiu que a vibração do casco era excitada pelo sistema propulsor, podendo ter como fonte o hélice ou o motor. Solicitou informações sobre características do motor principal e do hélice para completar os estudos.

A análise complementar do problema levou à conclusão que a vibração era causada pelo motor principal, que não tinha balanceamento completo dos esforços de inércia. Aparentemente, quando da seleção do motor, não foi levado em consideração o aspecto vibração.

As seguintes questões se colocam:

- 1) Que informações sobre o motor são necessárias para saber se ele transmite esforços oscilatórios ao navio?
- 2) Existe uma alternativa melhor de motor quanto ao aspecto de balanceamento de inércia?
- 3) Os fabricantes de motores marítimos oferecem soluções para o problema de balanceamento dos esforços de inércia?

# INSTALAÇÕES PROPULSORAS

- 4) Sempre que se instalar em um navio um motor com esforços de inércia desbalanceados ocorrerá um problema sério de vibração?
- 5) E, no caso específico do navio Marajó, por que o problema de vibração não foi constatado na prova de mar?

Uma resposta a cada uma destas questões será dada mais adiante. Antes disto será apresentada uma revisão sobre conceitos de vibração. Em seguida será caracterizado o problema de balanceamento de inércia de um motor alternativo.

## 6.3 Conceitos Básicos de Vibrações - Revisão

A revisão dos conceitos é focada em sistemas de um grau de liberdade e depois estendida, sem maior preocupação de rigor, para sistemas com múltiplos graus de liberdade e sistemas contínuos.

### 6.3.1 Sistemas com um grau de liberdade

Considere-se um sistema que possa ser representado pela equação diferencial:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t \quad (6.1)$$

onde:

x representa o deslocamento (linear ou angular do sistema);

$\dot{x}$  e  $\ddot{x}$  são, respectivamente, a primeira e segunda derivadas de x em relação ao tempo (velocidade e aceleração);

m representa a inércia do sistema;

k representa a rigidez do sistema;

c representa o amortecimento do sistema;

$F_0$  é a amplitude de um esforço oscilatório aplicado ao sistema;

$\omega$  é a frequência do esforço aplicado.

A equação 6.1 representa um oscilador harmônico de um grau de liberdade, submetido a uma excitação. Embora seja possível obter diretamente a solução desta equação, considere-se a equação homogênea associada, em que se admite que o sistema tenha amortecimento nulo:

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (6.2)$$

A equação 6.2 representa a oscilação de um sistema livre sem amortecimento. A solução geral de 6.2 pode ser colocada na forma:

$$x = x_0 \text{ sen } (\omega_n t + \alpha) \quad (6.3)$$

onde:

$x_0$  é a amplitude de vibração e  $\alpha$  é o ângulo de fase ( $x_0$  e  $\alpha$  dependem das condições iniciais);

$\omega_n$  é a frequência natural do sistema, dada por:

$$\omega_n = (k/m)^{1/2} \quad (6.4)$$

que indica que a frequência natural é a raiz quadrada da razão entre a rigidez e a inércia do sistema. Embora este resultado seja deduzido para um grau de liberdade, ele pode ser generalizado para sistemas de múltiplos graus de liberdade e para sistemas contínuos.

Considere-se agora o sistema não forçado, mas com amortecimento, indicado abaixo:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (6.5)$$

Pode-se mostrar que a resposta deste sistema tende para zero com o tempo (assim, a resposta em regime permanente é nula):

$$x = x_0 e^{-\zeta \omega_n t} \text{ sen } (\omega_d t + \alpha) \quad (6.6)$$

onde

$\zeta$  é a razão de amortecimento do sistema;

$\omega_d$  é a frequência amortecida do sistema, dada por:

$$\omega_d = \omega_n (1 - \zeta^2)^{1/2} \quad (6.7)$$

Considere-se agora o sistema forçado descrito pela equação 6.1. Pode-se mostrar que sua solução é a soma da solução da equação homogênea, dada por (6.6) com uma solução particular da equação completa. Como a solução da equação homogênea é nula em regime permanente, pode-se considerar apenas a solução particular da equação completa. Esta solução é dada por:

$$x = (F_0 / m\omega_n^2) (F.M.) \text{ sen } (\omega t + \Phi) \quad (6.8)$$

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

onde:

$(F_0 / \omega_n^2)$  representa a resposta estática do sistema quando se aplica uma força  $F_0$ ;

$\Phi$  é a defasagem entre a resposta do sistema e a excitação;

F. M. é o fator de magnificação da resposta, dado por:

$$F.M. = 1 / [ ( 1 - (\omega / \omega_n)^2 )^2 - ( 2 \zeta \omega_n )^2 ]^{1/2} \quad (6.9)$$

É importante observar que a resposta do sistema tem a mesma frequência do esforço aplicado. É importante também assinalar que o fator de magnificação depende da razão de amortecimento  $\zeta$ , principalmente, da razão entre a frequência de excitação e a frequência natural do sistema.

Outra forma de descrever o efeito de uma excitação sobre o comportamento de um sistema é através da energia introduzida. Considerando a atuação do esforço oscilatório  $F_0 \sin \omega t$  sobre o sistema, pode-se mostrar que a energia introduzida por ciclo de vibração (E.I.) é dada por:

$$E. I. = \pi F_0 x_0 \sin \Phi \quad (6.10)$$

em que  $x_0$  é a amplitude da resposta do sistema.

Verifica-se, assim, que a energia introduzida é proporcional às amplitudes da excitação e do movimento e ao ângulo de fase. Em condições de ressonância a energia introduzida é máxima e, portanto,  $\sin \Phi = 1$  ( $\Phi = 90$  graus).

Pode-se mostrar também que a energia dissipada por ciclo de vibração (E.D.) no amortecedor é dada por:

$$E. D. = \pi c \omega x_0^2 \sin \Phi \quad (6.11)$$

A amplitude de resposta  $x_0$  pode ser determinada pelo balanço entre energia introduzida e energia dissipada. E, finalmente, pode-se mostrar que, em ressonância, a amplitude de resposta é dada por:

$$x_0 = F_0 / \omega c \quad (6.12)$$

que reforça aquele resultado, que diz que quanto menor o amortecimento maior é a amplitude de resposta.

O conceito de energia introduzida vai ser generalizado para o tratamento de sistemas com múltiplos graus de liberdade.

# INSTALAÇÕES PROPULSORAS

## 6.3.2 Sistemas com múltiplos graus de liberdade

A equação 6.1 pode representar um sistema de múltiplos graus de liberdade se ela for entendida como uma equação vetorial. Nestas condições,  $x$  é um vetor de dimensão  $n$  dos deslocamentos do sistema,  $m$ ,  $c$  e  $k$  são as matrizes quadradas ( $n \times n$ ) de inércia, amortecimento e rigidez do sistema;  $F_0$  é o vetor dos esforços aplicados ao sistema; as freqüências dos esforços podem ser diferentes em cada grau de liberdade do sistema.

Pelo que foi visto no estudo com sistema de um grau de liberdade, a resposta do sistema em regime permanente é determinada pela resposta forçada do sistema. Em um caso geral, a equação vetorial 6.1 recai em um conjunto de  $n$  equações diferenciais de 1ª ordem acopladas, que é de difícil solução analítica. É possível, porém, efetuar o desacoplamento do sistema, através de uma decomposição modal. A resposta é expressa como uma combinação dos modos naturais do sistema. Isto requer que se determinem previamente as freqüências e os correspondentes modos naturais do sistema.

Sistemas de  $n$  graus de liberdade têm  $n$  freqüências naturais; para alguns sistemas todas as freqüências naturais são não nulas, enquanto para outros pode haver freqüências naturais iguais a zero. Pode-se estender para esses sistemas a noção de ressonância. Sempre que um esforço aplicado ao sistema tiver freqüência próxima de uma freqüência natural do sistema, pode ocorrer um movimento vibratório severo.

No presente estudo, para a análise de vibração de sistemas com múltiplos graus de liberdade, em vez de se recorrer à determinação da resposta forçada, é utilizada a abordagem de energia introduzida. Neste caso deve-se considerar a somatória da energia introduzida em cada grau de liberdade do sistema

$$(E.I.)_T = \sum (E.I.)_j \quad (6.13)$$

onde:

$(E.I.)_T$  é a energia total introduzida pelos esforços aplicados em todos os graus do sistema;

$(E.I.)_j$  é a energia introduzida pelo esforço aplicado no grau de liberdade  $j$ .

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

Pode-se escrever (6.14) de outra forma:

$$(E.I.)_T = \sum (\pi (F_0)_j (x_0)_j \text{ sen } \Phi_j) \quad (6.14)$$

É importante perceber que a somatória indicada em (6.14) pode ser nula, dependendo de uma eventual compensação de parcelas de energia introduzida em diferentes graus de liberdade do sistema.

Convém também observar que, se o esforço é aplicado em um grau de liberdade  $j$ , que tenha amplitude nula de vibração, a correspondente energia introduzida é nula.

A avaliação da severidade da vibração será feita pela magnitude da energia introduzida na vibração. Trata-se na realidade de uma avaliação relativa. Este é o procedimento que será empregado para análise da vibração da estrutura do navio, neste capítulo, e da vibração do eixo propulsor, no próximo capítulo.

### 6.3.3 Sistemas contínuos

O casco de um navio é um sistema contínuo. Assim, para estudo de vibração do casco deveria ser empregada uma equação diferencial parcial. Mas esta equação é de difícil resolução analítica e normalmente recorre-se a métodos numéricos. Portanto, pode-se associar um sistema contínuo a um sistema discreto com um grande número de graus de liberdade.

### 6.3.4 Condições necessárias para ocorrência de vibração

Com base nas considerações acima apresentadas, podem-se estabelecer as condições necessárias para a ocorrência de vibração em sistemas discretos com múltiplos graus de liberdade ou contínuos. As condições são as seguintes:

- i) Há (pelo menos) um esforço oscilatório aplicado ao sistema;
- ii) A frequência de excitação é próxima de uma frequência natural do sistema;
- iii) A energia introduzida no sistema pelo(s) esforço(s) é significativa.



# INSTALAÇÕES PROPULSORAS

## 6.4 Balanceamento de Inércia de Motores

### 6.4.1 Considerações gerais

O problema de balanceamento é causado por uma combinação das acelerações periódicas das partes móveis (pistões, hastes de pistões, cruzetas, bielas e manivelas). Seja um motor de um único cilindro vertical. O pistão executa um movimento alternativo, isto é, sofre acelerações verticais alternadas. Enquanto o pistão estiver sendo acelerado para baixo, deve haver uma força dirigida, também para baixo, atuando sobre ele, e tal força vai ter uma reação que atua no sentido de empurrar para cima as partes estacionárias do motor. Assim, uma aceleração alternada do pistão (haste e cruzeta) está relacionada a uma força alternada na carcaça do cilindro. Esta força se manifesta sob a forma de vibrações no motor e em seus suportes. No sentido lateral, isto é em um plano perpendicular ao eixo de manivelas, há também outras partes -biela, manivela- que estão sendo aceleradas. Estas acelerações provocam o surgimento de correspondentes forças na carcaça do motor. É o que se chama de desbalanceamento horizontal. Na direção longitudinal, isto é, na direção do eixo de manivelas, não surgem forças de inércia, pois todas as forças permanecem em plano perpendicular ao eixo.

A relação matemática que descreve tais efeitos nada mais é do que a Lei de Newton, que afirma que em um sistema mecânico, a razão de variação da quantidade de movimento é igual à resultante  $F$  das forças externas:

$$d(\Sigma m V)/ dt = F \quad (6.15)$$

Esta é uma equação vetorial, que é equivalente a três equações escalares. Duas dessas equações assumem importância, enquanto que a terceira (na direção longitudinal) fica automaticamente satisfeita, porque  $V = 0$  naquela direção.

A equação (6.15) pode ser interpretada de diversas maneiras. Primeiramente, considere-se o "sistema mecânico" como sendo o motor completo, e admita-se que ele esteja montado sobre molas extremamente flexíveis, de forma a estar flutuando livremente no espaço. Não existem forças  $F$  externas atuando sobre ele, portanto, e a equação (6.15) mostra que, enquanto o pistão estiver sendo acelerado para baixo (isto é, está adquirindo quantidade de movimento nesse

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

sentido), o cilindro deve ser acelerado para cima. Se a massa do cilindro for 50 vezes maior que a massa do pistão, a aceleração imprimida ao cilindro deve ser 50 vezes menor que a aceleração do pistão.

Agora, considere-se o sistema mecânico como formado apenas pelas partes moveis do motor, ou seja, pistão, haste, cruzeta, biela e eixo de manivelas.

Durante a rotação, essas partes possuem uma aceleração perfeitamente definida  $(d/dt) V$ , na direção vertical e horizontal. A equação (6.15) permite determinar o valor da força  $F$  atuando sobre essas partes, e conseqüentemente o valor da reação  $(- F)$  sobre as partes estacionárias.

A equação (6.15) é algumas vezes escrita:

$$\Sigma(m dV/dt) = F \quad (6.16)$$

A expressão  $(- m dV /dt )$  é chamada "força de inércia", e pode-se afirmar que a força externa atuando sobre o sistema é igual à soma de todas as forças de inércia das partes moveis. Estas diferentes forças de inércia podem dar origem a momentos.

Considere-se um motor com dois cilindros verticais, e com as duas manivelas formando ângulo de  $180^\circ$ . Enquanto um pistão é acelerado para baixo o outro é acelerado para cima, e as duas forças de inércia formam um binário que tende a fazer o motor oscilar em torno de um eixo lateral. Analogamente, as forças de inércia horizontais ou laterais das duas manivelas são iguais e opostas, formando um binário que tende a fazer o motor oscilar em torno de um eixo vertical.

A equação 6.15 é suficiente para a determinação das propriedades de inércia do motor, que será examinado para a análise do balanceamento dos esforços.

Uma tendência a fazer o motor oscilar em torno do eixo de manivelas também pode existir mesmo em um motor de um único cilindro. Se o pistão se mover para baixo por um empurrão na biela é claro que este esforço vai provocar um torque em torno do eixo de manivelas. Como a aceleração do pistão é alternada, este torque de inércia também é alternado. Embora esta questão esteja mais relacionada com o problema de vibração torcional, que será tratado no próximo capítulo, um equacionamento do problema é apresentado aqui.

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

A Lei de Newton para momentos afirma que em um sistema mecânico sobre o qual esta agindo um torque externo, ou momento  $M$ , tem-se

$$d/dt (\sum m V \cdot a) = M \quad (6.17)$$

onde  $a$  é o braço de momento da quantidade de movimento  $mV$ . Em outras palavras, o torque externo é igual á razão de variação da quantidade de movimento angular (momento).

Diferenciando a equação 6.17, vem:

$$\sum a (m dV/dt) = M \quad (6.18)$$

ou seja: a soma dos momentos das forças de inércia das varias partes móveis é igual ao momento externo.

Como anteriormente, pode-se tomar como sistema mecânico tanto o motor completo, montado sobre molas bastante flexíveis, ou se pode tomar somente as partes móveis. No primeiro caso o torque é nulo e, portanto, qualquer aumento na quantidade de movimento angular de sentido horário das partes móveis deve ser neutralizado por um aumento na quantidade de movimento angular de sentido anti-horário das partes fixas do motor. No segundo caso, o aumento da quantidade de movimento angular das partes móveis (no sentido horário) deve ser provocado por um momento de sentido horário atuando sobre as referidas partes, o que vai causar um torque de reação de sentido anti-horário agindo sobre a carcaça. Se a carcaça estiver solidamente montada sobre sua fundação, este torque de reação será transmitido à fundação e poderá criar problemas. Por outro lado, se o motor estiver montado sobre molas bastante flexíveis, este torque de reação vai ser absorvido como um torque de inércia da carcaça e do bloco do cilindro.

Assim sendo, o bloco deve vibrar, mas nenhuma parcela apreciável do torque vai ser transmitida à fundação.

### 6.4.2 Dinâmica do mecanismo de manivela

Considere-se a Figura 6.1, onde está representado o conjunto pistão–biela-manivela de um motor simples. Uma representação semelhante pode ser dada

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

a um motor de tipo cruzeta, como mostrada na Figura 6.2. Considerem-se as variáveis indicadas na figura:

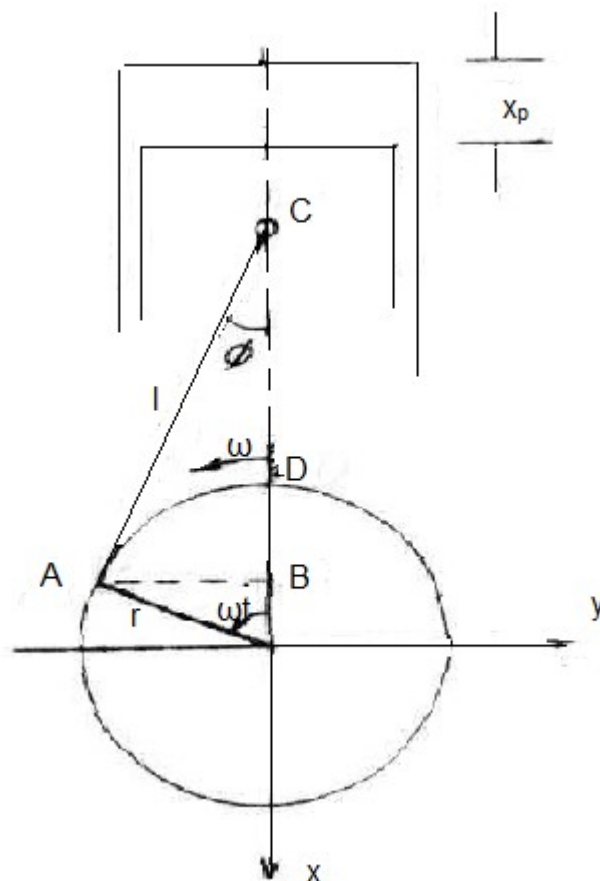
$x_p$  é o deslocamento do pistão, medido a partir do topo (ponto morto superior PMS);

$\omega$  é a velocidade angular do eixo de manivelas;

$\omega t$  é o ângulo descrito pela manivela, sendo  $\omega t = 0$  quando o pistão estiver no PMS;

$r$  é o raio de manivela;

$L$  é o comprimento da conectora (biela).



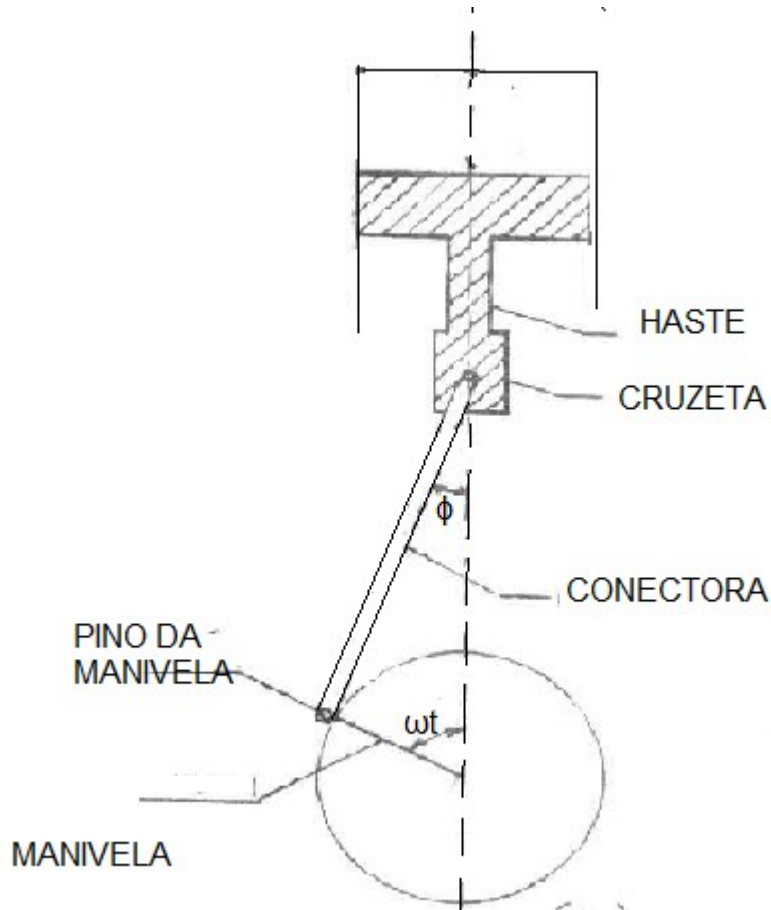
**Figura 6.1** Esquema do conjunto pistão – biela – manivela

Admita-se que o eixo de manivelas gire com velocidade constante  $\omega$ . O primeiro objetivo é o cálculo da posição do pistão em termos do engulo  $\omega t$ . A distancia  $x_p$  seria igual ao comprimento DB da figura caso a conectora não

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

tivesse se inclinado nesse intervalo de tempo. Mas essa distância DB constitui uma primeira aproximação de  $x_p$  e pode ser escrita como:

$$DB = r (1 - \cos \omega t) \quad (6.19)$$



**Figura 6.2 Esquema do conjunto pistão- haste – cruzeta- conectora – manivela**

Para calcular  $x_p$  exatamente, deve-se somar a esta expressão um termo corretivo que é a diferença entre AC e BC, ou seja:

$$AC - BC = L(1 - \cos \Phi) \quad (6.20)$$

O ângulo auxiliar  $\Phi$  pode ser expresso em termos de  $\omega t$  se for observado que:

$$AB = L \sin \Phi = r \sin \omega t$$

ou seja:

$$\sin \Phi = r/L \sin \omega t \quad (6.21)$$

e conseqüentemente:

$$\cos \phi = [1 - (r/L)^2 - \sin^2 \omega t]^{1/2} \quad (6.22)$$

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

A partir das equações 6.19, 6.20 e 6.22, pode-se obter a expressão exata para o deslocamento  $x_p$  em termos do ângulo  $\omega t$ :

$$x_p = r (1 - \cos \omega t) + L[(1 - (r/L)^2 - \sin^2 \omega t)]^{1/2} \quad (6.23)$$

Por causa da raiz quadrada, esta fórmula não é muito conveniente para prosseguir nos cálculos. Pode-se, no entanto, efetuar uma simplificação considerando que o 2º termo dentro da raiz é muito pequeno. Em motores usuais  $r/L$  é menor que  $1/4$ , de forma que o termo é o segundo termo é menor que  $1/16$ . Portanto, a raiz é da forma:  $(1 - \delta)^{1/2}$  com  $\delta \ll 1$ .

Expandindo em série de potência e considerando apenas o termo linear obtém-se:

$$(1 - \delta)^{1/2} = 1 - \delta/2 \quad (6.24)$$

Considerando  $\delta < 1/16$ , o erro cometido com esta aproximação é menor que  $1/256$ . A equação (6.7) se transforma, então, em:

$$x_p = r (1 - \cos \omega t) + r/2L \sin^2 \omega t \quad (6.25)$$

Uma simplificação ainda pode ser feita na equação 6.25, usando a identidade trigonométrica:

$$\cos 2\omega t = 1 - 2 \sin^2 \omega t \quad (6.26)$$

ou seja:

$$\sin^2 \omega t = (1 - \cos 2\omega t) / 2 \quad (6.27)$$

Portanto, o deslocamento do pistão  $x_p$  pode ser expresso por:

$$x_p = r + r^2/4L + r [\cos \omega t) + r/4L \cos 2\omega t] \quad (6.28)$$

A velocidade e a aceleração são obtidas a partir do deslocamento, derivando a equação 6.12:

$$\dot{x}_p = r \omega [\sin \omega t) + r/2L \sin 2\omega t] \quad (6.29)$$

$$\ddot{x}_p = r \omega^2 [\cos \omega t) + r/L \cos 2\omega t] \quad (6.30)$$

Depois de multiplicados pela massa do pistão, estas expressões passam

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

a representar a quantidade de movimento vertical, e a força vertical de inércia. Pode - se observar que elas são compostas por dois termos, um que varia com a mesma frequência de rotação do eixo de manivelas e é conhecida como termo “primário”; o outro varia com o dobro desta frequência e é conhecido como termo “secundário”. Se a conectora tivesse comprimento infinito, o termo secundário desapareceria e o pistão executaria movimento harmônico. Com uma conectora curta o movimento, e especialmente a aceleração, desvia - se consideravelmente de uma senoide.

Tendo determinado as propriedades dinâmicas do pistão, procede-se ao estudo do movimento rotativo da manivela. O problema é simplificado, de início, concentrando-se toda a massa da manivela em rotação em seu centro de gravidade (A força de inércia desta massa é a mesma que a resultante de todas as pequenas forças de inércia das várias seções da manivela). A seguir, a massa é transportada do centro de gravidade para o pino da manivela, ponto A. Neste processo seu valor é diminuído em proporção inversa à distância ao centro do eixo, de forma que a força de inércia (que neste caso é uma força centrípeta permanece a mesma. Desta maneira, toda a estrutura da manivela é substituída por uma única massa  $m_c$  concentrada no pino da manivela. A partir da Figura 6.4 pode-se, imediatamente, determinar o deslocamento vertical:

$$x_c = r (1 - \cos \omega t) \quad (6.31)$$

de forma que as componentes verticais de velocidade e aceleração podem ser expressas por.

$$\dot{x}_c = r \omega \sin \omega t \quad (6.32)$$

$$\ddot{x}_c = r \omega^2 \cos \omega t \quad (6.33)$$

As componentes horizontais são:

$$y_c = - r \sin \omega t \quad (6.34)$$

$$\dot{y}_c = - r \omega \cos \omega t \quad (6.35)$$

$$\ddot{y}_c = r \omega^2 \sin \omega t \quad (6.36)$$

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

A quantidade de movimento (ou força de inércia) é obtida multiplicando-se a velocidade (ou aceleração) pela massa  $m_c$  da manivela.

Retornando à Figura. 6.1, nota-se que as forças de inércia do pistão e da manivela foram equacionadas de maneira relativamente simples. Resta apenas determinar as características da conectora. Esta é a parte mais difícil e complexa do problema, porque o movimento da conectora é um tanto complicado. O ponto superior da conectora descreve uma linha reta, enquanto o ponto inferior se move em círculo. Todos os outros pontos descrevem elipses, de forma que a determinação e subsequente integração das forças de inércia de todos estes pontos resultariam em enorme trabalho algébrico. Afortunadamente, contudo, isso não é necessário. Se a conectora for substituída por outra estrutura que possua a mesma massa e o mesmo centro de gravidade, de forma que a trajetória do centro de gravidade não seja alterada, então a força total de inércia da conectora é igual àquela da nova estrutura. Tal igualdade decorre imediatamente da Lei de Newton, a qual afirma que a componente da força de inércia de um corpo em uma determinada direção é igual ao produto de sua massa pela aceleração de seu centro de gravidade naquela direção.

Com o auxílio desta relação, o problema pode ser facilmente resolvido substituindo a conectora por duas massas concentradas, uma em cada extremidade, de forma que o centro de gravidade permaneça inalterado (continua ocupando a mesma posição) e de maneira que a soma das duas massas concentradas seja igual a massa total da conectora original.

Apesar de a divisão da conectora em duas massas distintas manter o centro de gravidade inalterado e também manter constante a massa total, o momento de inércia das duas massas distintas é diferente do momento de inércia da conectora original. Portanto, a divisão procurada é um processo correto para a determinação das forças de inércia, mas não é um processo exato para determinar os momentos dessas forças, isto é, o binário de inércia.



## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

Tendo, assim, dividido a massa da conectora em uma parte que se move com o pistão (alternativa) e outra parte que se move com a manivela (rotativa), podem-se identificar as massas totais como rotativas e alternativas.

Em outras palavras  $m_{alt}$  é a soma da massa do pistão (haste e cruzeta) e de parte da massa da conectora. Com esta notação, a força total vertical da inércia  $X$  (para todas as partes moveis ) de um cilindro é dada por:

$$X = m_{alt} \ddot{x}_p + m_{rot} \ddot{x}_c \quad (6.37)$$

ou seja:

$$X = (m_{alt} + m_{rot}) r \omega^2 \cos \omega t - m_{alt} r^2/L \omega^2 \cos 2\omega t \quad (6.38)$$

e a força horizontal de inércia  $Y$  é dada por:

$$Y = m_{rot} \ddot{y}_c = m_{rot} r \omega^2 \sin \omega t \quad (6.39)$$

Em palavras, a componente vertical da força de inércia consiste de duas partes, uma "parcela primaria" igual à ação inercial das massas rotativas e alternativas combinadas como se elas estivessem se movendo para cima e para baixo harmonicamente com a frequência  $\omega$  do eixo de manivelas, e com amplitude  $r$ , e uma parcela "secundaria" igual à ação inercial de uma massa de valor  $m_{alt} r/L$  movendo-se para cima e para baixo com o dobro da frequência do eixo de manivelas e com a mesma amplitude  $r$ .

A componente horizontal ou lateral possui somente a parcela primária, ou seja, a parte devida à massa rotativa.

Finalmente, precisa-se determinar o torque das forças de inércia em torno do eixo longitudinal. Com a finalidade de determinar as forças de inércia verticais e horizontais, a conectora foi substituída por duas massas concentradas no pistão e no pino da manivela da forma já indicada, e mostrou-se que tal processo conduz a não é exato, mas estará correto dentro de uma faixa de aproximação perfeitamente aceitável. Assim, novamente o complicado sistema pistão-conectora-manivela é substituído por uma massa alternativa,  $m_{alt}$ , com movimento alternativo de acordo com a equação 6.12, e por uma massa rotativa,  $m_{rot}$ , girando uniformemente em torno do centro do eixo, de forma que

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

não produz torque em torno de O. O torque de inércia, portanto, depende apenas da massa alternativa. Embora sua expressão possa ser deduzida, ela está fora do escopo deste trabalho. Apresenta-se apenas a expressão final (aproximada) para o torque das forças de inércia,  $M_{in}$ :

$$M_{in} = \frac{1}{2} m_{alt} \omega^2 r^2 \left( \frac{r}{2L} \sin \omega t - \sin 2 \omega t - \frac{3r}{2L} \sin 3 \omega t \right) \quad (6.40)$$

A equação 6.40 mostra que o torque de inércia que atua sobre o eixo de manivelas é oscilatório e tem 3 componentes, com frequências múltiplas da frequência angular do eixo. Este resultado será utilizado no capítulo 7 para o estudo das fontes de excitação de vibração torcional.

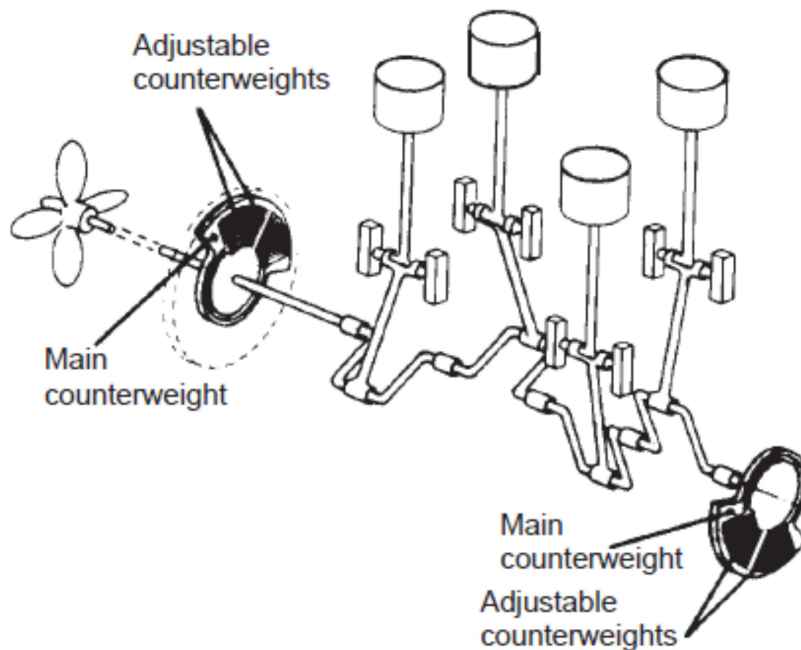
### 6.4.3 Balanceamento de inércia de motores policilíndricos

Na seção anterior foi desenvolvido um modelo para representação da dinâmica de um motor de um único cilindro. A partir deste modelo foram calculadas as forças de inércia, que estão expressas pelas equações 6.38 e 6.39. Nestas fórmulas, a massa alternativa  $m_{alt}$  é sempre positiva, mas a massa rotativa  $m_{rot}$  pode ser tornada igual a zero ou mesmo negativa por "contrabalanceamento" da manivela. A Figura 6.3 mostra o emprego de contrapesos ajustáveis em motores de propulsão marítima. Os motores Wartsila de 4 cilindros de com diâmetro de cilindro de 500mm a 980 são fabricados com estes contrapeso.

É possível, portanto, reduzir a zero a força horizontal da inércia Y, mas a força vertical X de desbalanceamento sempre existe. Pelo fato de se ter  $X \neq 0$ , então, um motor de um único cilindro está inerentemente desbalanceado.

Considere-se um motor de dois cilindros com ângulos de manivelas defasados de  $180^\circ$ . Uma vez que as duas manivelas são opostas, as duas forças horizontais de inércia estão em oposição e cancelam-se mutuamente (exceto por um momento em torno do eixo vertical). Como os dois pistões se movem em sentidos contrários, o mesmo se aplica às forças primárias verticais.

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

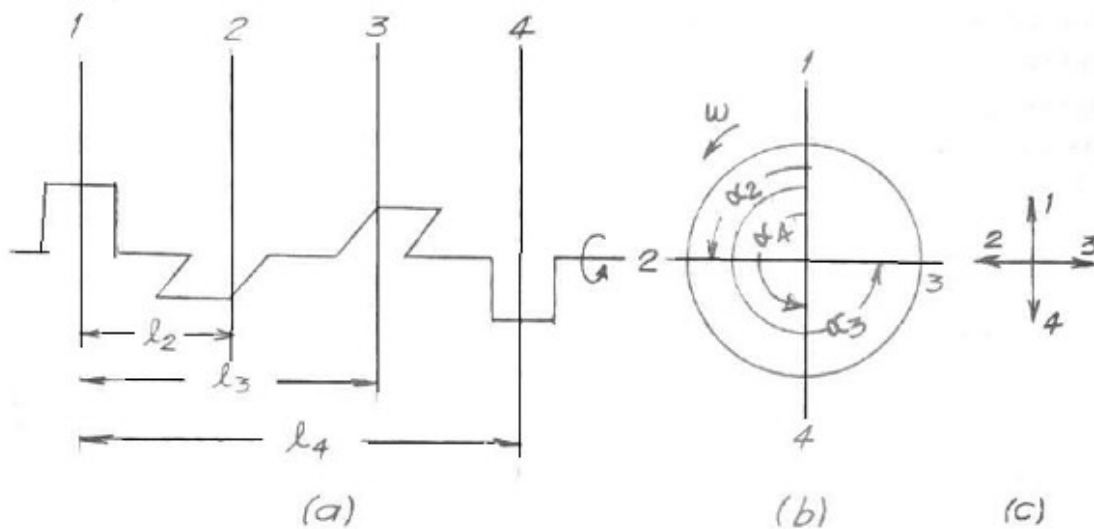


**Figura 6.3 – Esquema de manivela com contrapeso (Fonte: Pounder Marine Diesel Engines & Gas Turbines)**

Contudo, as forças secundárias verticais são de mesmo sentido e, portanto, vão se somar. Para compreender isto, é conveniente visualizar as várias forças como (as projeções horizontais de) vetores rotativos. Este procedimento vetorial será aplicado para o caso geral de um motor multicilíndrico. O esquema de aplicação do procedimento é ilustrado na Figura 6.4.

Para este motor genérico, seja  $l_n$  a distância entre a manivela do  $n$ -ésimo cilindro e a manivela do primeiro cilindro, e  $\alpha_n$  o ângulo entre a  $n$ -ésima manivela e a primeira manivela ( $\alpha_n$  -  $n$ -ésimo ângulo de manivela). Na Figura 6.7 a primeira manivela encontra-se em posição vertical, correspondendo a um valor máximo da força primária vertical de inércia. A segunda manivela está  $\alpha_2$  radianos adiantada em relação à primeira e, conseqüentemente a sua força primária vertical de inércia passou por seu valor máximo  $\alpha_2/\omega$  segundos antes. Se o vetor girante representando a força primária vertical do primeiro cilindro estiver em posição vertical, o vetor representativo do segundo cilindro estará na

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

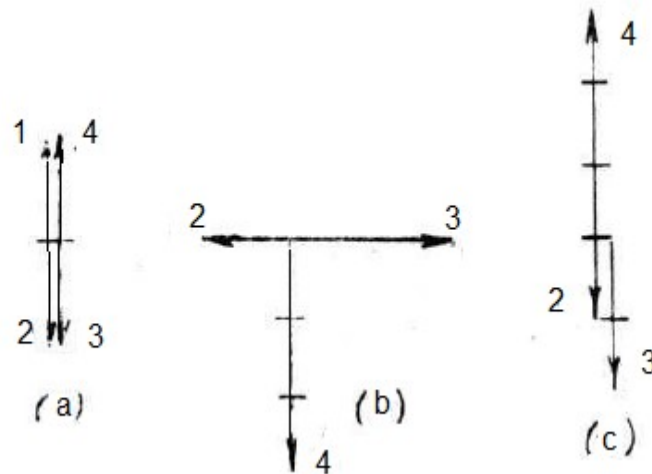


**Figura 6.4 - Forças primárias de inércia em um motor de quatro cilindros de dois tempos**

posição  $\alpha_2$  e, de uma maneira geral, o vetor representativo do  $n$ -ésimo cilindro estará na posição  $\alpha_n$ . A mesma afirmação é válida para as forças horizontais de inércia. Portanto, o diagrama de manivelas da Figura 6.7b, entendido como um diagrama vetorial (Figura 6.7c), representa as condições de forças primárias no motor. Como exemplo, um motor de quatro cilindros, de dois tempos, está com as forças primárias balanceadas.

Os vetores representativos das forças secundárias, contudo, giram duas vezes mais rápido que o eixo de manivelas. Referindo-se, novamente, à Figura 6.7a, se a força secundária do cilindro 1 for um vetor vertical, o vetor representativo do cilindro 2 estava na vertical, quando a manivela 2 também estava na vertical. A manivela 2 percorreu  $\alpha_2$  radianos desde a vertical, no entanto, e conseqüentemente o vetor representativo da força secundária da manivela 2 percorreu  $2\alpha_2$  radianos a partir da vertical. O diagrama de forças secundárias, portanto, é uma estrela com os ângulos  $2\alpha_2, 2\alpha_3, \dots, 2\alpha_n$  entre os vários vetores. A Figura 6.5a mostra este diagrama para o motor da figura 6.4.

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS



**Figura 6.5– Diagrama de esforços de inércia: (a) forças secundárias; (b) – momentos primários; e (c) momentos secundários para o motor de quatro cilindros da fig. 6.4**

Pode-se empregar raciocínio análogo para os momentos dessas forças em torno de um eixo lateral. O momento da  $n$ -ésima força de inércia em torno do centro do primeiro eixo de manivela é igual ao produto daquela força pelo braço  $l_n$ , mostrado na Figura 6.7a. O plano em que este momento atua é definido pela força e pela linha de centro longitudinal do eixo de manivelas.

O diagrama de momentos primários do motor é mostrado na Figura 6.5b, em que foram utilizados:  $l_1 = 0$ ;  $l_2 = 1$ ;  $l_3 = 2$ ;  $l_4 = 3$ . O diagrama de momentos secundários foi obtido de maneira análoga e está mostrado na Figura 6.5c.

Admitiu-se, como é usual, que as massas são iguais em todos os cilindros, bem como as distâncias entre os cilindros sejam iguais. Mas o método aplica-se igualmente a situações em que estas hipóteses não se apliquem.

É possível expressar os resultados dos diagramas vetoriais dos esforços em linguagem matemática simples. O requisito para forças primárias balanceadas é que a soma dos vetores da Figura 6.4c seja igual a zero. Se isto acontecer, a soma de suas projeções horizontais, bem como de suas projeções verticais, deve ser nula, ou:

# INSTALAÇÕES PROPULSORAS

$$\Sigma \text{sen}\alpha_n = 0 \qquad \qquad \qquad \Sigma \text{cos}\alpha_n = 0 \qquad \qquad \qquad (6.41)$$

O mesmo raciocínio pode ser empregado para determinar os requisitos de balanceamento para os outros esforços.

$$\text{Forças secundárias:} \quad \Sigma \text{sen}2\alpha_n = 0 \quad \text{e} \quad \Sigma \text{cos}2\alpha_n = 0 \qquad (6.42)$$

$$\text{Momentos primários:} \quad \Sigma I_n \text{sen}\alpha_n = 0 \quad \text{e} \quad \Sigma I_n \text{cos}\alpha_n = 0 \qquad (6.43)$$

$$\text{Momentos secundários:} \quad \Sigma I_n \text{sen}2\alpha_n = 0 \quad \text{e} \quad \Sigma I_n \text{cos}2\alpha_n = 0 \qquad (6.44)$$

## 6. 5 Análise do Exemplo Ilustrativo

Com os conceitos de vibração revistos na seção 6.3 e os de balanceamento de inércia apresentados na seção anterior, pode-se agora voltar ao exemplo ilustrativo, procurando responder às questões levantadas.

### Item 1

Para saber se o motor transmite esforços oscilatórios ao navio é necessário efetuar uma verificação de balanceamento, isto é, construir os diagramas de forças primárias e secundárias e de momentos das forças primárias e secundárias. Para isto, as informações requeridas são o tipo de ciclo do motor, o número de cilindros e a defasagem angular das manivelas, que pode ser dada pela ordem de ignição do motor.

### Item 2

Sabe-se que, dependendo do número de cilindros, o motor não tem os seus esforços de inércia completamente balanceados. Em geral, quanto maior for o número de cilindros maior é a possibilidade de balanceamento dos esforços. Algumas vezes, na escolha do motor principal, podem existir duas alternativas, uma com menor número de cilindros e maior diâmetro e outra com maior número e cilindro de menor diâmetro. Normalmente, as condições de balanceamento dos dois motores serão diferentes. Se o aspecto vibração do navio é relevante, deve-se selecionar a alternativa que seja a que tenha o melhor balanceamento.

# INSTALAÇÕES PROPULSORAS

## Item 3

A questão que, em geral, excita vibração da estrutura do navio é o desbalanceamento dos momentos de inércia. Como já mencionado, alguns motores não são completamente balanceados. Se o motor selecionado para uma dada aplicação tem um desbalanceamento que possa causar vibração severa no navio, e isto depende da proximidade entre a freqüência do esforço desbalanceado e uma dada freqüência natural do navio, existe solução para o problema. Os fabricantes de motores Diesel de propulsão marítima podem fornecer o motor equipado com compensadores de momentos, primários ou secundários. A decisão de aquisição de um motor convencional ou de um motor especial, equipado com compensador de momentos, é decisão do projetista ou do estaleiro. São eles que sabem se o motor escolhido, que apresenta desbalanceamento de momentos, pode ou não excitar vibração local ou de todo o casco. Afinal são eles que dispõem de informações sobre as freqüências naturais da estrutura do navio, bem como de seus modos de vibrar.

A Figura 6.9 mostra o esquema de compensadores de momentos primários empregado pela MAN B&W em seus motores. Consistem em massas convenientemente dimensionadas e posicionadas, que giram com a mesma velocidade angular do eixo de manivelas.

A Figura 6.10 Mostra um motor dotado de um tipo de compensador de momentos secundários utilizado pela MAN B&W.

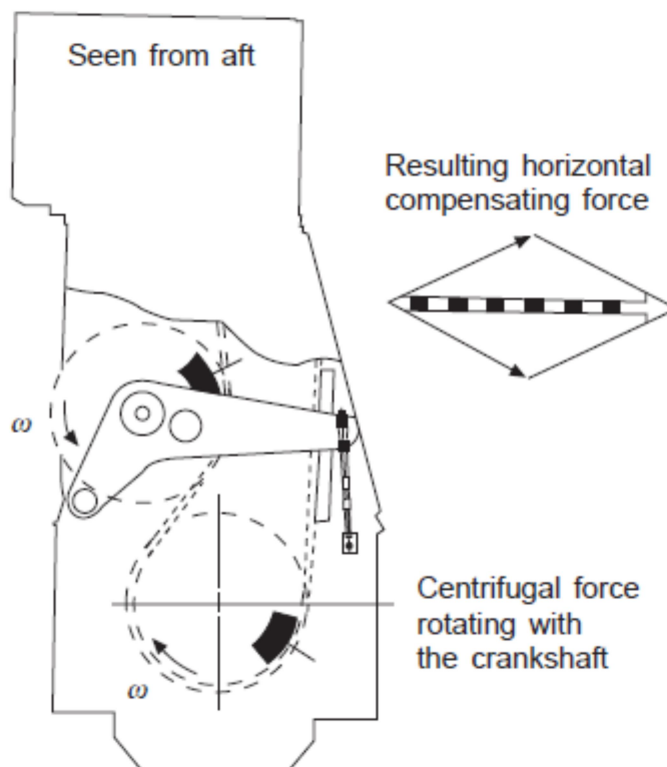
## Item 4

Em continuação ao raciocínio do item anterior, pode-se afirmar que um motor com esforços de inércia desbalanceados só causará problema sério de vibração se duas condições forem satisfeitas:

- i) A freqüência dos esforços é igual ou bem próxima de uma freqüência natural de vibração da estrutura;
- ii) O motor vai ser instalado em uma posição onde o esforço aplicado introduz uma quantidade de energia significativa no movimento vibratório.

É mais fácil efetuar uma verificação da primeira condição, pois existem diversos métodos de cálculo de freqüências naturais. É mais difícil fazer

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS



**Figura 6.6 Motor com compensador de momentos primários (Fonte: Ponder Marine Diesel Engines & Gas Turbines)**

verificação da segunda condição, pois isto requer informações mais detalhadas de projeto e métodos mais precisos de cálculo.

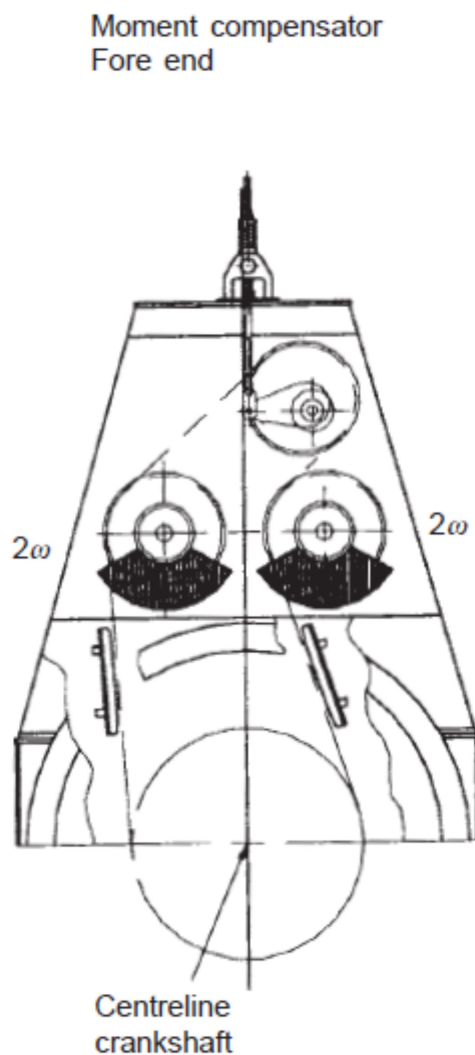
### Item 5

Admite-se que o navio Marajó não exibiu problema de vibração de vibração nas provas de mar realizadas por ocasião da entrega do navio. Caso isto tivesse ocorrido, o armador poderia não aceitar o navio.

Nestas condições, como se explica que o navio não tendo apresentado vibração em prova de mar, tenha exibido este problema pouco tempo depois. Embora não se tenha informações a respeito do motor, deve-se admitir que ele não tivesse balanceamento completo dos esforços de inércia; esta é uma condição inerente às características construtivas – distribuição de massas – do motor. O que pode ter mudado entre prova de mar e condição de serviço é a relação entre frequência de excitação e frequência natural.



## INSTALAÇÕES PROPULSORAS



**Figura 6.7 Motor com compensador de momentos secundários (Fonte: Ponder Marine Diesel Engines & Gas Turbines)**

Em prova de mar, com casco limpo e mar calmo, como a potência requerida é menor, o motor pode operar com uma rotação inferior a de projeto para que o navio se desloque com velocidade de serviço. Portanto, há uma redução da frequência de excitação, que pode fazer com que ela se distancie da frequência natural de vibração do casco do navio, fugindo assim da região de ressonância. É possível ainda que o navio tenha feito a prova de mar com deslocamento parcial. Nestas condições, a potência requerida para que o navio atinja a velocidade seria ainda menor e a rotação do motor seria mais baixa. Precisa

## INSTALAÇÕES PROPULSORAS

verificar, neste caso, se não há alteração da frequência natural do navio. Há uma alteração de massa e, eventualmente de rigidez, do navio que requer um novo cálculo de frequência natural.

### 6.6 Questão Ilustrativa

Existem duas alternativas para a escolha da máquina principal para a instalação propulsora de um navio:

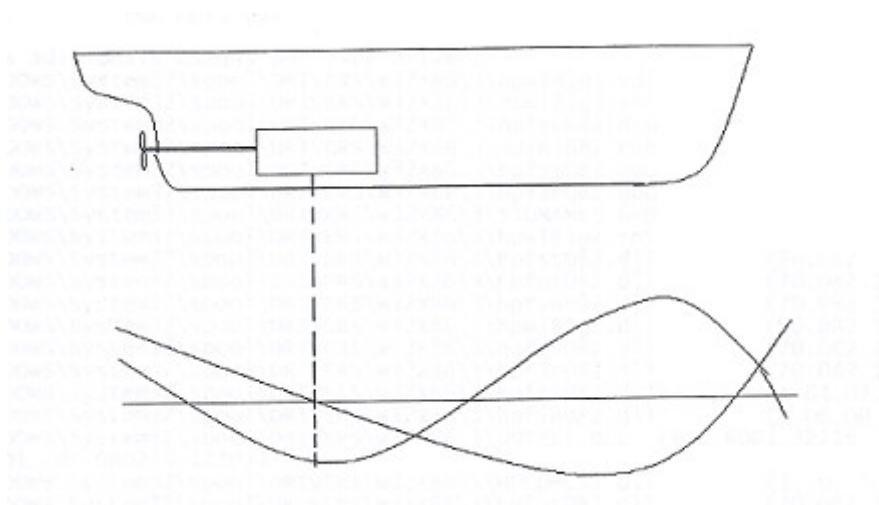
- i) Motor A de 6 cilindros com rotação de serviço 77 rpm, arranjo de manivelas:  $0^\circ, 240^\circ, 120^\circ, 300^\circ, 60^\circ, 180^\circ$  ;
- ii) Motor B de 8 cilindros com rotação de serviço de 106 rpm, arranjo de manivelas:  $0^\circ, 225^\circ, 135^\circ, 270^\circ, 45^\circ, 315^\circ, 90^\circ, 180^\circ$  .

Embora o motor A tivesse sido previamente selecionado por questão de consumo específico, a decisão final deve levar em consideração o critério de evitar a excitação de vibrações do navio.

O estudo preliminar de vibração indica que as duas primeiras frequências naturais de vibração vertical da viga-navio são de 80 e 210 c.p.m., respectivamente.

As curvas de vibrar estão indicadas na Figura 6.11.

Deseja-se saber que motor você selecionaria. Justificar a sua escolha.



**Figura 6.8** Curvas dos 2 primeiros modos de vibração vertical da viga navio

# INSTALAÇÕES PROPULSORAS

## **Referências Bibliográficas**

Den Hartog, J.P., Mechanical Vibrations, Mc GrawHill BookCompany Inc, 1956.

Pounder, C.; Pounder's Marine Diesel Engines and Gas Turbines, 6<sup>th</sup> edition.  
London, 1984.