

7600017 - Introdução à Física Computacional - 2020

Quarto Projeto

Instruções

- Crie um diretório `proj4_#usp` em `/public/IntroFisComp20/projeto4`
- Proteja seu diretório para não ser lido por `g` e `o`
- Deixe no diretório apenas 4 arquivos, de nomes `exer1.f90`, `exer2.f90`, `exer3.f90` e `decai.pdf`
- Os códigos devem seguir rigorosamente os padrões especificados abaixo para `entrada/saída`
- Use **precisão dupla em seus resultados**
- **Note: se deixar de fazer algum exercício não inclua o arquivo correspondente**

Decaimento Radioativo

- A) O **envelhecimento** a nível atômico ocorre de forma muito diferente do que esperaríamos baseado em nossa intuição **macroscópica**. Para cada átomo de um isótopo radioativo, vale a seguinte regra: independentemente de quanto tempo ele já **viveu**, sua probabilidade de decair no próximo intervalo de tempo dt será igual ao intervalo dt vezes à sua *constante de decaimento* λ . Quando aplicada a uma amostra de muitos átomos desse tipo, essa regra implica que o número de decaimentos no intervalo dt após o instante t seja dado por

$$dN(t) = -\lambda N(t)dt \quad (1)$$

Partindo de uma amostra inicial com N_0 átomos, *simule* o número de átomos restantes a cada instante de tempo t , fazendo atualizações de $N(t)$ a cada intervalo de tempo δt . Seu programa `exer1.f90` deve ler a partir do terminal, nesta sequência, os dados para o intervalo dt (pequeno), N_0 (inteiro) e a constante λ , um por linha. A saída deve ser dada no arquivo `decai_out`, em duas colunas: t , $N(t)$, para todos os valores de tempo t simulados (um por linha), desde $t = 0$ até $t = 10$. Suponha que o tempo seja dado em anos.

Para simular, crie uma matriz inteira com n posições, onde n é o número de átomos no tempo inicial e defina o valor de todos como 1. Em cada iteração use a função `rand()` para determinar se o átomo decaiu ou não, isto é, se o número aleatório decidir que ele decai, mude o valor da matriz de 1 para 0. Lembre-se que λ é a constante de decaimento e que uma vez que ele decaiu, não volta à condição anterior.

Importante: números aleatórios entre 0 e 1 podem ser gerados usando a função `rand()` do fortran. É importante notar que a sequência de tais números será sempre a mesma, a não ser que seja escolhida uma semente diferente.

Para este exercício preocupe-se em utilizar o menor número de vezes esta função.

- B) A regra descrita acima determina uma equação diferencial para o número de átomos **sobreviventes** no tempo t , que pode ser resolvida analiticamente. Obtenha essa solução analítica e compare com sua simulação numérica do item anterior para os casos $dt = 0.01$ e 0.2 , tomando $N_0 = 5000$ e $\lambda = 0.7$. Você deve elaborar um gráfico das três curvas em uma mesma figura, especificando os três casos na legenda do gráfico. Apresente a figura em um arquivo chamado [decai.pdf](#). Certifique-se de que as três curvas sejam visíveis e distinguíveis no gráfico, utilizando linhas tracejadas se necessário, etc.

A partir da expressão exata para a função $N(t)$, podemos calcular o tempo de vida médio de um átomo da amostra, se notarmos que a probabilidade de **viver** até um tempo t é dada por $N(t)/N_0$ e portanto a densidade de probabilidade $P(t)$ de viver exatamente t é dada por

$$P(t)dt = \lambda \frac{N(t)}{N_0} dt. \quad (2)$$

Calcule assim o tempo de vida médio

$$\langle t \rangle = \int_0^\infty t P(t) dt \quad (3)$$

em termos do parâmetro λ . Note: verifique que a distribuição de probabilidades esteja normalizada a 1.

Modifique agora seu programa do item anterior, chamando-o de [exer2.f90](#), de forma que ele forneça (para as mesmas entradas) no terminal, em duas colunas: 1) o valor do tempo de vida médio obtido na simulação e 2) o valor exato $\langle t \rangle$ calculado (a partir de λ) como acima. Suponha que não haja sobreviventes ao final da simulação, i.e. que $N(t = 10.0)$ seja 0.

- C) Considere novamente a equação diferencial para $N(t)$ deduzida acima, mas agora utilize a aproximação dada pela discretização da derivada

$$N(t + \delta t) \equiv N(t) + \frac{dN}{dt} \delta t \quad (4)$$

como uma maneira de integrar numericamente a equação, a partir da condição inicial $N(t = 0) = N_0$. Escreva assim um programa [exer3.f90](#) que leia, um por

linha a partir do arquivo `decai_in`, os dados para o intervalo de integração δt , o tempo total T , N_0 (inteiro) e λ , e depois imprima, no arquivo `decai_out` em duas colunas, t e $N(t)$ para os instantes considerados entre 0 e T . Considere que T seja um múltiplo do intervalo δt . Por curiosidade: compare em um gráfico o resultado obtido com os do item anterior, verificando a influência do tamanho do passo de integração nos resultados.