

Interferência e Difração

- 33-1 Diferença de Fase e Coerência
- 33-2 Interferência em Filmes Finos
- 33-3 Padrão de Interferência de Fenda Dupla
- 33-4 Padrão de Difração de Fenda Simples
- * 33-5 Usando Fasores para Somar Ondas Harmônicas
- 33-6 Difração de Fraunhofer e Fresnel
- 33-7 Difração e Resolução
- * 33-8 Redes de Difração

Interferência e difração são os fenômenos importantes que distinguem as ondas das partículas.* A interferência é a formação de um padrão de intensidade permanente por duas ou mais ondas que se superpõem no espaço. A difração é o desvio das ondas em torno de bordas que ocorre quando uma porção de uma frente de onda é bloqueada por uma barreira ou obstáculo.

Neste capítulo, veremos como o padrão da onda resultante pode ser calculado tratando cada ponto da frente de onda original como uma fonte puntiforme, de acordo com o princípio de Huygens e calculando o padrão de interferência resultante destas fontes.

LUZ BRANCA É REFLETIDA EM UMA BOLHA DE SABÃO. QUANDO A LUZ DE UM COMPRIMENTO DE ONDA INCIDE EM UM FILME FINO DE ÁGUA COM SABÃO, ELA É REFLETIDA EM AMBAS AS SUPERFÍCIES DO FILME. SE A ESPESSURA DO FILME É DA ORDEM DE GRANDEZA DO COMPRIMENTO DE ONDA DA LUZ, AS DUAS ONDAS REFLETIDAS INTERFEREM. SE AS DUAS ONDAS REFLETIDAS ESTÃO 180° FORA DE FASE, AS ONDAS REFLETIDAS INTERFEREM DESTRUTIVAMENTE E O EFEITO RESULTANTE É QUE NENHUMA LUZ É REFLETIDA. SE A LUZ BRANCA, QUE CONTÉM UM CONTÍNUO DE COMPRIMENTOS DE ONDA, INCIDE NO FILME FINO, ENTÃO AS ONDAS REFLETIDAS INTERFERIRÃO DESTRUTIVAMENTE APENAS PARA CERTOS COMPRIMENTOS DE ONDA E, PARA OUTROS COMPRIMENTOS DE ONDA, ELAS INTERFERIRÃO CONSTRUTIVAMENTE. ESTE PROCESSO PRODUZ AS FRANJAS COLORIDAS QUE VOCÊ ENXERGA NA BOLHA DE SABÃO. (© Tommason/Dreamstime.com.)

? Você já se perguntou se o fenômeno que produz as bandas que você enxerga na luz refletida pela bolha de sabão tem alguma aplicação prática? (Veja o Exemplo 33-2.)

* Antes de estudar este capítulo, você deveria revisar os Capítulos 15 e 16 (Volume 1), onde tópicos gerais sobre interferência e difração de ondas foram discutidos pela primeira vez.

33-1 DIFERENÇA DE FASE E COERÊNCIA

Quando duas ondas senoidais harmônicas de mesma frequência e comprimento de onda, mas com fases diferentes, são combinadas, a onda resultante é uma onda harmônica cuja amplitude depende da diferença de fase. Se a diferença de fase é zero, ou um múltiplo inteiro de 360° , as ondas estão em fase e interferem construtivamente. A amplitude resultante é igual à soma das duas amplitudes individuais e a intensidade (que é proporcional ao quadrado da amplitude) é máxima. (Se as amplitudes são iguais e as ondas estão em fase, a intensidade é quatro vezes a intensidade de cada onda individual.) Se a diferença de fase é 180° ou qualquer número ímpar multiplicado por 180° , as ondas estão fora de fase e interferem destrutivamente. A amplitude resultante é, então, a diferença entre as duas amplitudes individuais e a intensidade é mínima. (Se as amplitudes são iguais e as ondas estão fora de fase por 180° , a intensidade é zero.)

A diferença de fase entre duas ondas é, geralmente, resultado de uma diferença de caminho percorrido. Quando uma onda de luz incide em um filme fino transparente, tal como uma bolha de sabão, a luz refletida é a superposição da luz refletida pela superfície de cima do filme e da luz refletida pela superfície de trás. A distância adicional viajada pela luz refletida pela superfície de trás é chamada de diferença de caminho óptico entre as duas ondas refletidas. Uma diferença de caminho óptico de um comprimento de onda produz uma diferença de fase de 360° , que equivale a nenhuma diferença de fase. Uma diferença de caminho óptico de meio comprimento de onda produz uma diferença de fase de 180° . Em geral, uma diferença de caminho óptico de Δr contribui para uma diferença de fase δ dada por

$$\delta = \frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi = \frac{\Delta r}{\lambda} 360^\circ \quad 33-1$$

DIFERENÇA DE FASE DEVIDA À DIFERENÇA DE CAMINHO ÓPTICO

Exemplo 33-1 Diferença de Fase

(a) Qual é a mínima diferença de caminho óptico que produzirá uma diferença de fase de 180° para luz de comprimento de onda de 800 nm? (b) Que diferença de fase produzirá esta diferença de caminho óptico em luz de comprimento de onda de 700 nm?

SITUAÇÃO A diferença de fase está para 360° assim como a diferença de caminho óptico está para o comprimento de onda.

SOLUÇÃO

(a) A diferença de fase δ está para 360° assim como a diferença de caminho óptico Δr está para o comprimento de onda λ . Sabemos que $\lambda = 800$ nm e $\delta = 180^\circ$:

$$\frac{\delta}{360^\circ} = \frac{\Delta r}{\lambda}$$

$$\Delta r = \frac{\delta}{360^\circ} \lambda = \frac{180^\circ}{360^\circ} (800 \text{ nm}) = \boxed{400 \text{ nm}}$$

(b) Use $\lambda = 700$ nm, $\Delta r = 400$ nm e resolva para δ :

$$\delta = \frac{\Delta r}{\lambda} 360^\circ = \frac{400 \text{ nm}}{700 \text{ nm}} 360^\circ = \boxed{206^\circ = 3,59 \text{ rad}}$$

CHECAGEM O resultado da Parte (b) é um pouco maior que 180° . Este resultado é esperado porque 400 nm é maior que a metade do comprimento de onda de 700 nm.

Outra causa de diferença de fase é a variação de 180° que ocorre algumas vezes durante a reflexão em uma superfície. Esta variação de fase é análoga à inversão de um pulso em uma corda quando ele reflete em um ponto onde a massa específica aumenta repentinamente, tal como quando um barbante leve está preso a um barbante mais grosso ou a uma corda. A inversão do pulso refletido é equivalente à variação de fase de 180° para uma onda senoidal (que pode ser pensada como uma série de pulsos). Quando a luz viajando no ar atinge a superfície de um meio no qual a luz

viaja mais lentamente, como no vidro ou na água, há uma variação de fase de 180° na luz refletida. Quando a luz está viajando na parede líquida de uma bolha de sabão, não há variação de fase na luz refletida na superfície entre o líquido e o ar. Esta situação é análoga à reflexão sem inversão de um pulso em uma corda pesada em um ponto onde ela está presa a uma corda mais leve.

Se a luz viajando em um meio atinge a superfície de outro meio no qual a luz viaja mais lentamente, há uma variação de fase de 180° na luz refletida.

DIFERENÇA DE FASE DEVIDA À REFLEXÃO

Como vimos no Capítulo 16 (Volume 1), a interferência de ondas é observada quando duas ou mais ondas coerentes se superpõem. A interferência de ondas superpostas de duas fontes não é observada exceto se as fontes forem coerentes. Como a luz de cada fonte geralmente é o resultado de milhões de átomos irradiando independentemente, a diferença de fase entre as ondas de tais fontes flutua aleatoriamente muitas vezes por segundo e, portanto, elas não são, geralmente, coerentes. A coerência em óptica é usualmente obtida dividindo um feixe de luz de uma única fonte em dois ou mais feixes que podem, então, ser combinados para produzir o padrão de interferência. O feixe de luz pode ser separado por reflexão da luz nas duas superfícies de um filme fino (Seção 33-2), pela difração do feixe através de duas pequenas aberturas ou fendas em um anteparo opaco (Seção 33-3), ou usando uma única fonte puntiforme e sua imagem em um espelho plano como as duas fontes (Seção 33-3). Hoje em dia, os lasers são as fontes mais importantes de luz coerente no laboratório.

A luz de uma fonte monocromática ideal é uma onda senoidal de duração infinita e a luz de certos lasers se aproxima desta condição ideal. Entretanto, a luz de fontes *monocromáticas* convencionais, tais como tubos de descarga de gás projetados para este objetivo, consiste em pacotes de onda senoidais com comprimento de poucos milhões de comprimento de onda. A luz de tal fonte consiste em muitos pacotes deste tipo, todos com aproximadamente o mesmo comprimento. Os pacotes têm, essencialmente, o mesmo comprimento de onda, mas diferem em fase de maneira aleatória. O comprimento dos pacotes individuais é chamado de **comprimento de coerência** da luz e o tempo que leva para que um pacote passe por um ponto no espaço é o **tempo de coerência**. A luz emitida por um tubo de descarga de gás projetado para produzir luz monocromática tem um comprimento de coerência de apenas poucos milímetros. Por comparação, alguns lasers altamente estáveis produzem luz com comprimento de coerência de muitos quilômetros.

33-2 INTERFERÊNCIA EM FILMES FINOS

Você provavelmente já notou as bandas coloridas em uma bolha de sabão ou na superfície de um filme de água com óleo. Estas bandas são devidas à interferência da luz refletida nas duas superfícies do filme. As diferentes cores surgem devido à variação na espessura do filme, causando a interferência de diferentes comprimentos de onda em diferentes pontos.

Quando ondas viajando em um meio cruzam uma superfície onde a velocidade da onda varia, parte da onda é refletida e parte é transmitida. Além disso, a onda refletida sofre uma mudança de fase de 180° na reflexão se a onda transmitida viaja com uma velocidade menor que as ondas incidente e refletida. (Esta mudança de fase de 180° é estabelecida para ondas em uma corda na Seção 15-4 do Capítulo 15 — Volume 1.) A onda refletida não sofre mudança de fase na reflexão se a onda transmitida viaja mais rápido do que as ondas incidente e refletida.

Considere um filme fino de água (tal como uma pequena seção de uma bolha de sabão) de espessura uniforme visto de pequenos ângulos com a normal, como mostrado na Figura 33-1. Parte da luz é refletida na interface superior ar-água onde ela sofre uma mudança de fase de 180° . A maior parte da luz entra no filme e parte dela é refletida pela interface inferior água-ar. Não há mudança de fase nesta luz refletida. Se a incidência é aproximadamente perpendicular às superfícies, tanto a luz refletida na superfície superior quanto a luz refletida na superfície de baixo podem

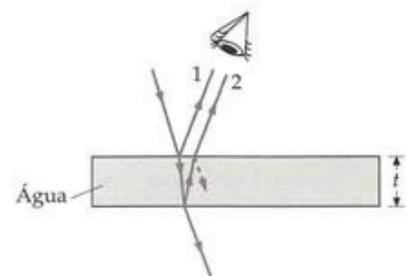
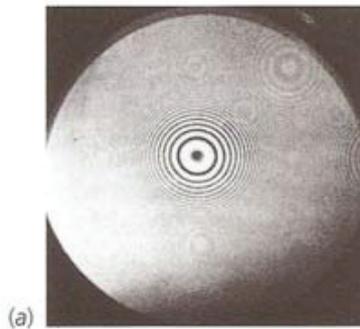


FIGURA 33-1 Raios de luz refletidos nas superfícies de cima e de baixo de um filme fino são coerentes porque ambos vêm da mesma fonte. Se a luz incide quase normalmente, os dois raios refletidos estarão muito próximos entre si e produzirão interferência.

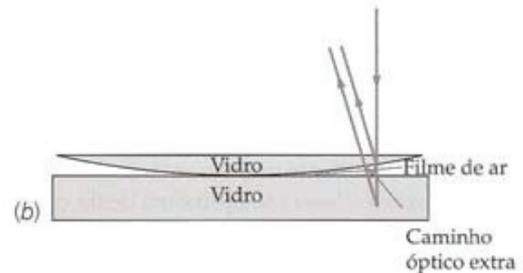
entrar no olho. A diferença de caminho óptico entre estes dois raios é $2t$, onde t é a espessura do filme. Esta diferença de caminho óptico produz uma diferença de fase de $(2t/\lambda')360^\circ$, onde $\lambda' = \lambda/n$ é o comprimento de onda da luz no filme, n é o índice de refração do filme e λ é o comprimento de onda da luz no vácuo. A diferença de fase total entre os dois raios é, então, 180° mais a diferença de fase devida à diferença de caminho óptico. Ocorrerá interferência destrutiva quando a diferença de caminho óptico $2t$ for zero ou um número inteiro de comprimentos de onda λ' (no filme). Ocorrerá interferência construtiva quando a diferença de caminho óptico for um número ímpar de meios comprimentos de onda.

Quando um filme fino de água está sobre uma superfície de vidro, como na Figura 33-2, o raio que reflete na interface inferior de água-vidro também sofre uma mudança de fase de 180° porque o índice de refração do vidro (aproximadamente 1,50) é maior que o da água (aproximadamente 1,33). Assim, ambos os raios mostrados na figura sofreram uma mudança de fase de 180° na reflexão. A diferença de fase δ entre estes raios é devida somente à diferença de caminho óptico e é dada por $\delta = (2t/\lambda')360^\circ$.

Quando um filme fino de espessura variável é visto com luz monocromática, tal como a luz amarela de uma lâmpada de sódio, bandas ou linhas alternadas, brilhantes e escuras, chamadas de **franjas de interferência**, são observadas. A distância entre uma franja brilhante e uma franja escura é aquela distância na qual a espessura do filme t varia o suficiente para que a diferença de caminho óptico $2t$ mude de $\lambda'/2$. A Figura 33-3a mostra o padrão de interferência observado quando a luz é refletida em um filme de ar entre uma superfície esférica de vidro e uma superfície plana de vidro em contato. Estas franjas de interferência circulares são conhecidas como **anéis de Newton**. Raios típicos refletidos pela parte de cima e de baixo do filme de ar são mostrados na Figura 33-3b. Próximo ao ponto de contato das superfícies, onde a diferença de caminho óptico entre o raio refletido pela interface superior vidro-ar e o raio refletido pela interface inferior ar-vidro é aproximadamente zero (é pequeno comparado ao comprimento de onda da luz), a interferência é destrutiva devido à diferença de fase de 180° do raio refletido na interface inferior ar-vidro. Esta região central na Figura 33-3a é, portanto, escura. A primeira franja brilhante ocorre no raio no qual a diferença de caminho óptico é $\lambda/2$, que contribui com uma diferença de fase de 180° . Esta se soma à diferença de fase devida à reflexão para produzir uma diferença de fase total de 360° , que é equivalente a nenhuma diferença de fase. A segunda região escura ocorre no raio no qual a diferença de caminho óptico é λ , e assim por diante.



(a)



(b)

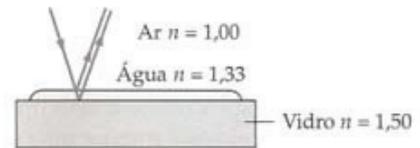


FIGURA 33-2 A interferência da luz refletida em um filme fino de água sobre uma superfície de vidro. Neste caso, ambos os raios sofrem uma mudança de fase de 180° na reflexão.

FIGURA 33-3 (a) Anéis de Newton observados quando a luz é refletida em um filme fino de ar entre uma placa plana de vidro e uma superfície esférica de vidro. No centro, a espessura do filme de ar é desprezível e a interferência é destrutiva devido à diferença de fase de 180° de um dos raios na reflexão. (b) Superfícies de vidro para a observação dos anéis de Newton mostrados na Figura 33-3a. O filme fino neste caso é o filme de ar entre as superfícies de vidro.

Exemplo 33-2 Uma Cunha de Ar

Um filme de ar na forma de uma cunha é feito colocando um pequeno pedaço de papel entre as bordas de dois pedaços planos de vidro, como mostrado na Figura 33-4. Luz de comprimento de onda de 500 nm incide normalmente no vidro e franjas de interferência são observadas por reflexão. Se o ângulo θ formado pelas placas é $3,0 \times 10^{-4}$ rad ($0,017^\circ$), quantas franjas de interferência escuras por centímetro são observadas?

SITUAÇÃO Encontramos o número de franjas por centímetro descobrindo a distância horizontal x da m -ésima franja e resolvendo para m/x . Como o raio refletido pela placa inferior sofre uma mudança de fase de 180° , o ponto de contato (onde a diferença de caminho óptico é zero) será escuro. A m -ésima franja escura depois do ponto de contato ocorre quando $2t = m\lambda'$, onde $\lambda' = \lambda$ é o comprimento de onda no filme de ar, e t é a separação entre as placas em x , como mostrado na Figura 33-4. Como o ângulo θ é pequeno, podemos usar a aproximação para ângulos pequenos $\theta = \tan \theta = t/x$.

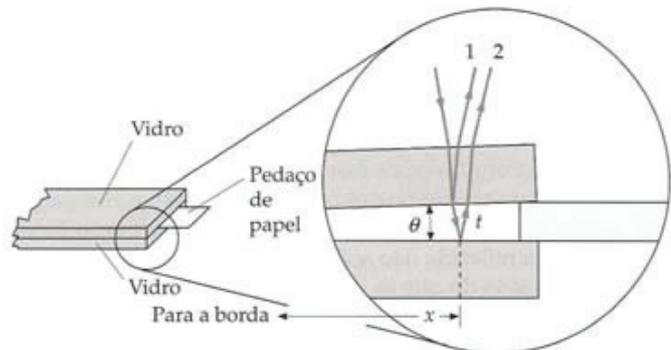


FIGURA 33-4 O ângulo θ , que é menor que $0,02^\circ$, está exagerado. Os raios que chegam e saem são virtualmente perpendiculares a todas as interfaces ar-vidro.

SOLUÇÃO

1. A m -ésima franja escura desde o ponto de contato ocorre quando a diferença de caminho óptico $2t$ é igual a m comprimentos de onda:

$$2t = m\lambda' = m\lambda$$

$$m = \frac{2t}{\lambda}$$

2. A espessura t está relacionada ao ângulo θ :

$$\theta = \frac{t}{x}$$

3. Substitua $t = x\theta$ na equação para m :

$$m = \frac{2x\theta}{\lambda}$$

4. Calcule m/x :

$$\frac{m}{x} = \frac{2\theta}{\lambda} = \frac{2(3,0 \times 10^{-4})}{5,0 \times 10^{-7} \text{ m}} = 1200 \text{ m}^{-1} = \boxed{12 \text{ cm}^{-1}}$$

CHECAGEM A expressão para o número de franjas escuras por unidade de comprimento no passo 4 mostra que o número por centímetro decresceria se fosse usada luz com comprimento de onda menor. Este resultado está de acordo com o esperado.

INDO ALÉM Observamos 12 franjas escuras por centímetro. Na prática, o número de franjas por centímetro, que é fácil de contar, pode ser usado para determinar o ângulo. Observe que, se o ângulo na borda aumentar, as franjas ficarão mais próximas entre si.

PROBLEMA PRÁTICO 33-1 Quantas franjas escuras por centímetro são observadas se for usada luz de comprimento de onda de 650 nm?

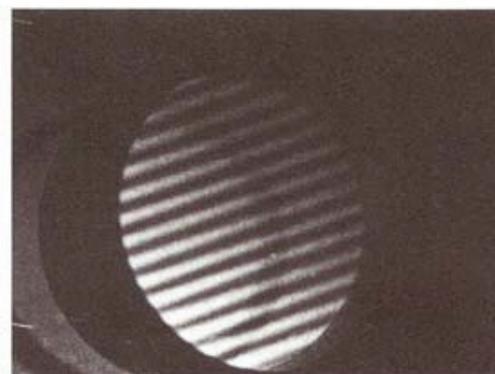
A Figura 33-5a mostra franjas de interferência produzidas por um filme de ar na forma de uma cunha entre duas placas planas de vidro, como no Exemplo 33-2. Placas que produzem franjas retilíneas, como as mostradas na Figura 33-5a, são ditas **opticamente planas**. Para ser opticamente plana, a superfície deve ser plana dentro de uma precisão de fração de um comprimento de onda. Um filme de ar semelhante, na forma de uma cunha, formado por duas placas comuns de vidro, produz um padrão irregular de franjas na Figura 33-5b, indicando que estas placas não são opticamente planas.

Uma aplicação dos efeitos de interferência em filmes finos são as lentes anti-reflexo, feitas recobrendo a superfície da lente com um filme fino de um material que tem índice de refração de aproximadamente 1,38, que está entre o índice de refração do vidro e o do ar. As intensidades da luz refletida das superfícies de cima e de baixo do filme são aproximadamente iguais e, devido à mudança de fase de 180° do raio refletido em ambas as superfícies, não há diferença de fase devida à reflexão entre os dois raios. A espessura do filme é escolhida para que $\frac{1}{2}\lambda' = \frac{1}{2}\lambda n$, onde λ é o comprimento de onda, no vácuo, que está no meio do espectro visível e, portanto, há uma variação de fase de 180° devida à diferença de caminho óptico de $\lambda'/2$ para luz com incidência normal. A reflexão pela superfície recoberta é, então, minimizada, o que significa que a transmissão através da superfície é maximizada.

33-3 PADRÃO DE INTERFERÊNCIA DE FENDA DUPLA

Padrões de interferência da luz de duas ou mais fontes podem ser observados apenas se as fontes forem coerentes. A interferência em filmes finos discutida previamente pode ser observada porque os dois feixes vêm da mesma fonte de luz, mas são separados pela reflexão. No famoso experimento de Thomas Young de 1801, no qual ele demonstrou que a natureza da luz é ondulatória, dois feixes coerentes são produzidos iluminando duas fendas paralelas muito estreitas usando uma única fonte de luz. Vimos no Capítulo 15 (Volume 1) que, quando uma onda encontra uma barreira que tem uma abertura muito pequena, a abertura atua como uma fonte puntiforme de ondas (Figura 33-6).

Durante o experimento de Young, a difração faz com que cada fenda atue como uma fonte linear (equivalente a uma fonte puntiforme em duas dimensões). O pa-



(a)



(b)

FIGURA 33-5 (a) Franjas retilíneas de um filme de ar na forma de uma cunha, como as mostradas na Figura 33-4. Franjas retilíneas indicam que as placas de vidro são opticamente planas. (b) Franjas de um filme de ar na forma de uma cunha entre placas de vidro que não são opticamente planas. (Cortesia de T. A. Wiggins.)

drão de interferência é observado em um anteparo distante das fendas (Figura 33-7a). A distâncias muito grandes das fendas, as linhas das duas fendas até algum ponto P no anteparo são aproximadamente paralelas e a diferença de caminho óptico é aproximadamente $d \sin \theta$, onde d é a separação entre as fendas, como mostrado na Figura 33-7b. Quando a diferença de caminho óptico é igual a um número inteiro de comprimentos de onda, a interferência é construtiva. Temos, então, máximos de interferência em um ângulo θ_m dado por

$$d \sin \theta_m = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad 33-2$$

MÁXIMOS DE INTERFERÊNCIA PARA FENDA DUPLA

onde m é chamado de **ordem da franja**. Os mínimos de interferência ocorrem em

$$d \sin \theta_m = \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad 33-3$$

MÍNIMOS DE INTERFERÊNCIA PARA FENDA DUPLA

A diferença de fase δ em um ponto P está relacionada à diferença de caminho óptico $d \sin \theta$ por

$$\delta = \frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi = \frac{d \sin \theta}{\lambda} 2\pi \quad 33-4$$

Podemos relacionar a distância y_m medida ao longo do anteparo a partir do ponto central até a m -ésima franja brilhante (veja a Figura 33-7b) à distância L desde as fendas até o anteparo:

$$\tan \theta_m = \frac{y_m}{L}$$

Para pequenos ângulos, $\tan \theta \approx \sin \theta$. Substituindo y_m/L por $\sin \theta_m$ na Equação 33-2 e resolvendo para y_m , temos

$$y_m = m \frac{\lambda L}{d} \quad 33-5$$

A partir deste resultado, vemos que para pequenos ângulos as franjas são igualmente espaçadas no anteparo.



FIGURA 33-6 Ondas planas na água em um tanque encontram uma barreira que tem uma pequena abertura. As ondas à direita da barreira são circulares e concêntricas em torno da abertura, como se houvesse uma fonte puntiforme na abertura.

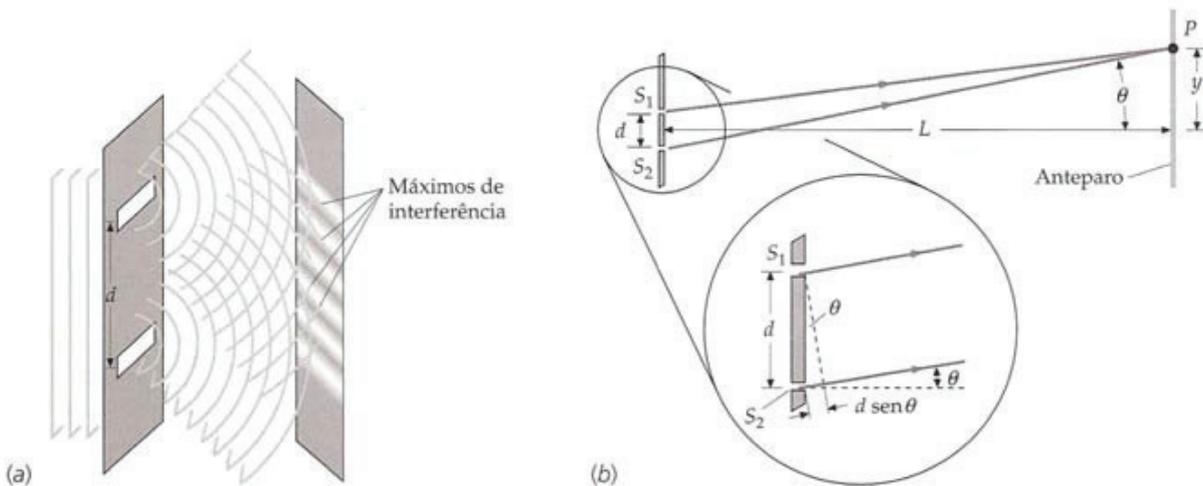


FIGURA 33-7 (a) Duas fendas atuam como fontes coerentes de luz para a observação da interferência no experimento de Young. Ondas cilíndricas das fendas se superpõem e produzem um padrão de interferência no anteparo. (b) Geometria para relacionar a distância y medida ao longo do anteparo a L e θ . Quando o anteparo está muito distante comparado à separação entre as fendas, os raios desde as fendas até o ponto no anteparo são aproximadamente paralelos e a diferença de caminho óptico entre os dois raios é $d \sin \theta$.

Exemplo 33-3

E espaçamento entre as Franjas a partir do
E espaçamento entre as Fendas

Tente Você Mesmo

Dois fendas estreitas separadas por 1,50 mm são iluminadas pela luz amarela de uma lâmpada de sódio com comprimento de onda igual a 589 nm. Determine o espaçamento entre as franjas brilhantes observadas em um anteparo a 3,00 m de distância.

SITUAÇÃO A distância y_m medida ao longo do anteparo até a m -ésima franja brilhante é dada pela Equação 33-5, onde $L = 3,00$ m, $d = 1,50$ mm e $\lambda = 589$ nm.

SOLUÇÃO

Cubra a coluna da direita e tente por si só antes de olhar as respostas.

Passos

1. Faça um desenho da situação (Figura 33-8).

2. O espaçamento entre as franjas é a distância entre a m -ésima franja brilhante e a $(m + 1)$ -ésima franja brilhante. Usando o desenho, obtenha uma expressão para o espaçamento entre as franjas.

3. Aplique a Equação 33-5 para as franjas m e $m + 1$ -ésima.

4. Substitua no resultado do passo 2 e simplifique.

5. Substitua no resultado do passo 4 e resolva para o espaçamento entre as franjas.

Respostas

$$\text{espaçamento entre as franjas} = y_{m+1} - y_m$$

$$y_m = m \frac{\lambda L}{d} \quad \text{e} \quad y_{m+1} = (m + 1) \frac{\lambda L}{d}$$

$$y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda L}{d}$$

$$\text{espaçamento entre as franjas} = \boxed{1,18 \text{ mm}}$$

INDO ALÉM As franjas estão uniformemente espaçadas apenas enquanto vale a aproximação para pequenos ângulos, isto é, enquanto $\lambda/d \ll 1$. Neste exemplo, $\lambda/d = (589 \text{ nm})/(1,50 \text{ mm}) = 0,0004$.

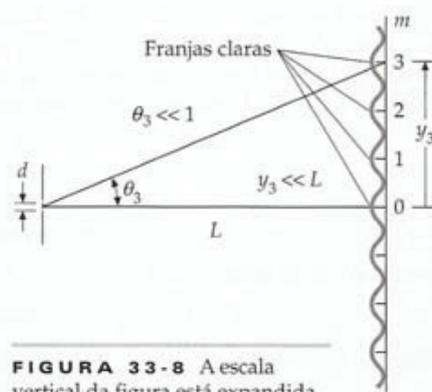


FIGURA 33-8 A escala vertical da figura está expandida.



Veja
o Tutorial Matemático para mais
informações sobre
Trigonometria

Exemplo 33-4

Quantas Franjas?

Exemplo Conceitual

Dois fendas estreitas são iluminadas por luz monocromática. Se a distância entre as fendas é igual a 2,75 comprimentos de onda, qual é o número máximo de franjas brilhantes que podem ser vistas em um anteparo? (a) 1, (b) 2, (c) 3, (d) 4, (e) 5, (f) 6 ou mais.

SITUAÇÃO Uma franja brilhante (interferência construtiva) existe nos pontos no anteparo para os quais a distância até as duas fendas difere por um múltiplo inteiro do comprimento de onda. Entretanto, a diferença máxima na distância possível é igual à distância entre as duas fendas.

SOLUÇÃO

1. Determine a diferença máxima na distância de pontos no anteparo até as duas fendas:

Em todos os pontos no anteparo, a diferença na distância até as duas fendas é 2,75 comprimentos de onda ou menos.

2. Uma franja brilhante (interferência construtiva) existe nos pontos do anteparo para os quais a distância até as duas fendas difere por um múltiplo inteiro de comprimentos de onda:

Franjas brilhantes existem no anteparo em locais onde a diferença na distância até as duas fendas é 2 comprimentos de onda, 1 comprimento de onda ou zero comprimentos de onda.

3. Conte as franjas brilhantes. Há o máximo central e duas de cada lado do máximo central.

$$\boxed{(e) 5}$$



CHECAGEM
CONCEITUAL 33-1

Qual é o número máximo de franjas escuras que podem ser vistas em um anteparo?

CÁLCULO DA INTENSIDADE

Para calcular a intensidade da luz no anteparo em um ponto qualquer P , precisamos somar duas funções de onda harmônicas que diferem em fase.* As funções de onda para ondas eletromagnéticas são vetores de campo elétrico. Seja E_1 o campo elétrico em algum ponto P no anteparo devido às ondas da fenda 1, e seja E_2 o campo elétrico naquele ponto devido às ondas da fenda 2. Como os ângulos de interesse são pequenos, podemos tratar os campos como se fossem paralelos. Ambos os campos elétricos oscilam com a mesma frequência (eles resultam de uma única fonte que ilumina ambas as fendas) e eles têm a mesma amplitude. (A diferença de caminho óptico é, no máximo, da ordem de poucos comprimentos de onda da luz). Eles têm uma diferença de fase δ dada pela Equação 33-4. Se representarmos as funções de onda por

$$E_1 = A_0 \text{sen } \omega t$$

e

$$E_2 = A_0 \text{sen}(\omega t + \delta)$$

a função de onda resultante é

$$E = E_1 + E_2 = A_0 \text{sen } \omega t + A_0 \text{sen}(\omega t + \delta) \tag{33-6}$$

Utilizando a identidade

$$\text{sen } \alpha + \text{sen } \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \text{sen} \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$$

a função de onda resultante é dada por

$$E = [2A_0 \cos \frac{1}{2}\delta] \text{sen}(\omega t + \frac{1}{2}\delta) \tag{33-7}$$

A amplitude da onda resultante é, portanto, $2A_0 \cos \frac{1}{2}\delta$. Ela tem seu valor máximo de $2A_0$ quando as ondas estão em fase e é zero quando elas têm uma diferença de fase de 180° . Como a intensidade é proporcional ao quadrado da amplitude, a intensidade em qualquer ponto P é

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{1}{2}\delta \tag{33-8}$$

INTENSIDADE EM TERMOS DA DIFERENÇA DE FASE

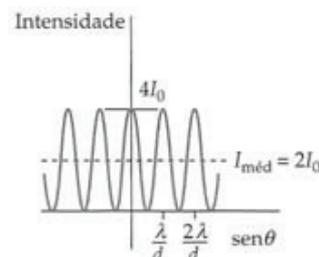
onde I_0 é a intensidade da luz que atinge o anteparo vinda de cada fenda separadamente. O ângulo de fase δ está relacionado à posição no anteparo por $\delta = (d \text{ sen } \theta / \lambda) / 2\pi$ (Equação 33-4).

A Figura 33-9a mostra o padrão de intensidade como visto no anteparo. Um gráfico da intensidade como função de $\text{sen } \theta$ é mostrado na Figura 33-9b. Para pequenos θ , este gráfico é equivalente ao gráfico da intensidade *versus* y (pois $y = L \tan \theta \approx L \text{ sen } \theta$). A intensidade I_0 é a intensidade de cada fenda separadamente. A linha tracejada na Figura 33-9b mostra a intensidade média $2I_0$, que resulta da média sobre a distância contendo muitos máximos e mínimos de interferência. Esta é a intensidade que deveria surgir de duas fontes se elas agissem independentemente sem interferência, isto é, se elas não fossem coerentes. Nesse caso, a diferença de fase entre as duas fontes deveria flutuar aleatoriamente e, portanto, apenas a intensidade média seria observada.

A Figura 33-10 mostra outro método de produzir o padrão de interferência de fenda dupla, um arranjo conhecido como **espelho de Lloyd**. Uma fonte linear horizontal



(a)



(b)

FIGURA 33-9 (a) O padrão de interferência observado em um anteparo muito distante das duas fendas mostradas na Figura 33-7. (b) Gráfico da intensidade *versus* $\text{sen } \theta$. A intensidade máxima é $4I_0$, onde I_0 é a intensidade devida à cada fenda separadamente. A intensidade média (curva tracejada) é $2I_0$. (Cortesia de Michael Cagnet.)

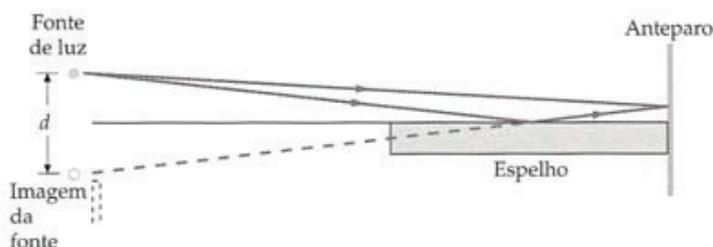


FIGURA 33-10 O espelho de Lloyd para produzir um padrão de interferência de fenda dupla. As duas fontes (a fonte e sua imagem virtual) são coerentes e estão fora de fase por 180° .

* Fizemos isso no Capítulo 16 (Volume 1) onde apresentamos, pela primeira vez, a superposição de duas ondas.

monocromática é colocada a uma distância de $\frac{1}{2}d$ acima do plano de um espelho. A luz que incide no anteparo diretamente da fonte interfere com a luz que é refletida no espelho. Pode-se considerar que a luz refletida esteja vindo de uma imagem virtual da fonte linear formada pelo espelho. Devido à mudança de fase de 180° na reflexão pelo espelho, o padrão de interferência corresponde ao de duas fontes lineares coerentes com uma diferença de fase de 180° . O padrão é o mesmo que o mostrado na Figura 33-9 para duas fendas, exceto que os máximos e mínimos trocam de posição. A interferência construtiva ocorre nos pontos para os quais a diferença de caminho óptico é metade do comprimento de onda ou qualquer número ímpar de meios comprimentos de onda. Nestes pontos, a diferença de fase de 180° devida à diferença de caminho óptico se combina com a diferença de fase de 180° das fontes para produzir interferência construtiva.

PROBLEMA PRÁTICO 33-2

Uma fonte puntiforme de luz ($\lambda = 589 \text{ nm}$) é colocada a $0,40 \text{ mm}$ acima da superfície de um espelho de vidro. Franjas de interferência são observadas em um anteparo a $6,0 \text{ m}$ de distância e a interferência ocorre entre a luz refletida pela superfície do vidro e a luz que vai diretamente ao anteparo. Determine o espaçamento das franjas no anteparo.

A física do espelho de Lloyd foi usada nos primórdios da astronomia de rádio para determinar a localização de fontes distantes de rádio na esfera celeste. Um receptor de onda de rádio era colocado em uma montanha acima do mar e a superfície do mar servia como espelho.

33-4 PADRÃO DE DIFRAÇÃO DE FENDA SIMPLES

Em nossa discussão sobre padrões de interferência produzidos por duas ou mais fendas, consideramos que cada fenda era muito estreita, permitindo que pudéssemos considerá-las como fontes lineares de ondas cilíndricas, as quais, em nossos diagramas bidimensionais, são fontes puntiformes de ondas circulares. Podemos, então, considerar que o valor da intensidade devido a uma fenda sozinha fosse o mesmo (I_0) em qualquer ponto P no anteparo, independentemente do ângulo θ entre o raio até o ponto P e a linha normal entre a fenda e o anteparo. Quando a fenda não é estreita, a intensidade em um anteparo muito distante não é independente do ângulo, mas diminui quando o ângulo aumenta. Considere uma fenda de largura a . A Figura 33-11 mostra o padrão de intensidade em um anteparo distante da fenda de largura a como função de $\sin \theta$. Podemos ver que a intensidade é máxima na direção frontal ($\sin \theta = 0$) e diminui a zero em um ângulo que depende da largura da fenda a e do comprimento de onda λ .

A maior fração da luz incidente está concentrada no largo **máximo central de difração**, apesar de haver bandas de máximos secundários menos intensos em cada lado do máximo central. Os primeiros zeros de intensidade ocorrem em ângulos especificados por

$$\sin \theta_1 = \lambda/a \quad 33-9$$

Observe que, para um dado comprimento de onda λ , a Equação 33-9 descreve como variações da largura da fenda resultam em variações na largura angular do máximo central. Se *aumentamos* a largura a , o ângulo θ_1 no qual a intensidade se torna zero pela primeira vez *diminui*, fazendo com que o máximo central seja mais estreito. Por

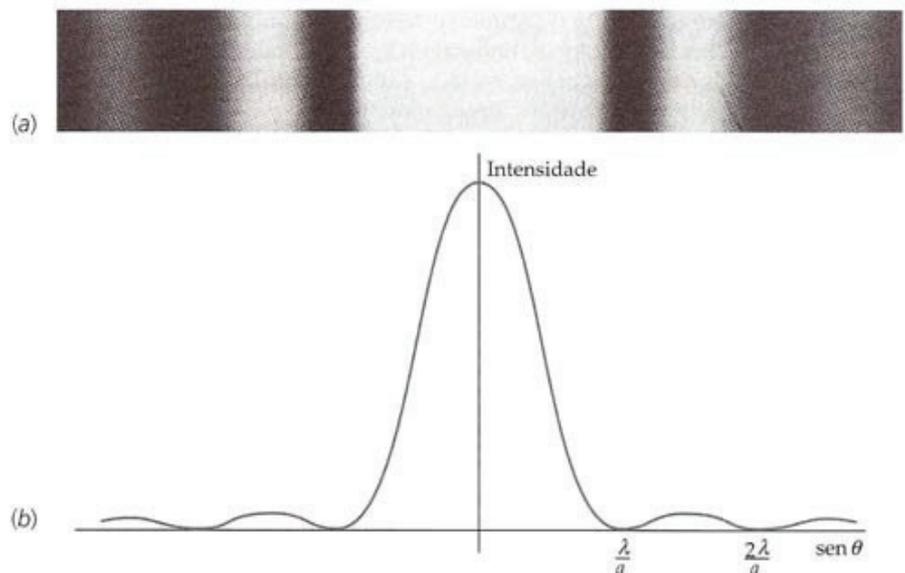


FIGURA 33-11 (a) Padrão de difração de fenda simples observado em um anteparo distante. (b) Gráfico da intensidade versus $\sin \theta$ para o padrão na Figura 33-11a. (Cortesia de Michael Cagnet.)

outro lado, se *diminuirmos* a abertura da fenda, o ângulo do primeiro zero *aumenta*, fazendo com que o máximo central seja mais largo. Quando a é menor que λ , então $\sin \theta_1$ deveria ser maior do que 1 para satisfazer a Equação 33-9. Portanto, para a menor que λ , não há pontos de intensidade zero no padrão e a fenda atua como uma fonte linear (uma fonte puntiforme em duas dimensões) irradiando energia luminosa igualmente em todas as direções, essencialmente.

Multiplicando ambos os lados da Equação 33-9 por $a/2$ obtemos

$$\frac{1}{2}a \sin \theta_1 = \frac{1}{2}\lambda \tag{33-10}$$

A quantidade $\frac{1}{2}a \sin \theta_1$ é a diferença de caminho óptico entre um raio de luz que sai do meio da parte superior da fenda e um que sai do meio da parte inferior da fenda. Vemos que o primeiro *mínimo* de difração ocorre quando estes dois raios estão defasados de 180° , isto é, quando a diferença de caminho óptico é igual a meio comprimento de onda. Podemos entender este resultado considerando que cada ponto em uma frente de onda é uma fonte puntiforme de luz, de acordo com o princípio de Huygens. Na Figura 33-12, colocamos uma linha de pontos na frente de onda na fenda para representar estas fontes puntiformes esquematicamente. Considere, por exemplo, que temos 100 pontos deste tipo e que estamos olhando em um ângulo θ_1 para o qual $a \sin \theta_1 = \lambda$. Vamos considerar que a fenda seja dividida em duas metades, com as fontes de 1 a 50 na metade superior e as fontes 51 a 100 na metade inferior. Quando a diferença de caminho óptico entre o meio da metade superior e o meio da metade inferior da fenda é igual a meio comprimento de onda, a diferença de caminho óptico entre a fonte 1 (a primeira fonte na metade superior) e a fonte 51 (a primeira fonte na metade inferior) também é $\frac{1}{2}\lambda$. As ondas destas duas fontes estarão defasadas por 180° e, portanto, se cancelarão. De maneira similar, ondas da segunda fonte em cada região (fonte 2 e fonte 52) se cancelarão. Continuando com este argumento, podemos ver que as ondas de cada par de fontes separadas por $a/2$ se cancelam. Portanto, não haverá energia luminosa naquele ângulo. Podemos estender este argumento para o segundo e terceiro mínimos no padrão de difração da Figura 33-11. Em um ângulo θ_2 onde $a \sin \theta_2 = 2\lambda$, podemos dividir a fenda em quatro regiões, duas regiões para a metade superior e duas regiões para a metade inferior. Usando este mesmo argumento, a intensidade da luz da metade superior é zero devido ao cancelamento dos pares de fontes; similarmente, a intensidade da metade inferior é zero. A expressão geral para os pontos de intensidade zero no padrão de difração de uma fenda simples é, portanto,

$$a \sin \theta_m = m\lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots \tag{33-11}$$

PONTOS DE INTENSIDADE ZERO PARA O PADRÃO DE DIFRAÇÃO DE FENDA SIMPLES

Geralmente estamos interessados na primeira ocorrência de um mínimo na intensidade da luz, pois praticamente toda a energia luminosa está contida no máximo central de difração.

Na Figura 33-13, a distância y_1 desde o máximo central até o primeiro mínimo de difração está relacionada ao ângulo θ_1 e à distância L da fenda ao anteparo por

$$\tan \theta_1 = \frac{y_1}{L}$$

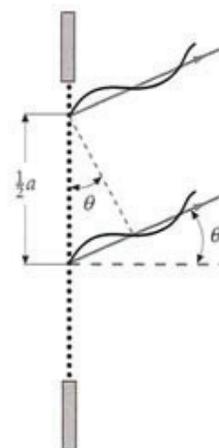


FIGURA 33-12 Uma fenda simples é representada por um grande número de fontes puntiformes de mesma amplitude. No primeiro mínimo de difração de uma fenda simples, as ondas de cada fonte puntiforme na metade superior da fenda estão defasadas de 180° em relação às ondas que estão a uma distância $a/2$ na metade inferior da fenda. Assim, a interferência entre cada um destes pares de fontes puntiformes é destrutiva.

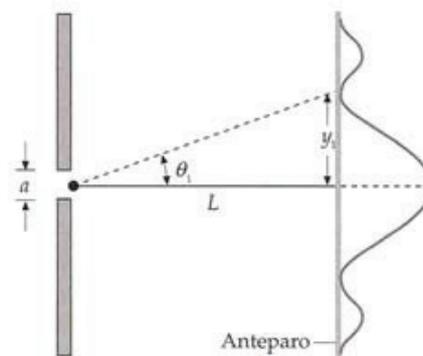


FIGURA 33-13 A distância y_1 medida ao longo do anteparo desde o máximo central até o primeiro mínimo de difração está relacionada ao ângulo θ_1 por $\tan \theta_1 = y_1/L$, onde L é a distância até o anteparo.

Exemplo 33-5 | Largura do Máximo Central de Difração

Durante uma aula de demonstração sobre difração em fenda simples, um feixe de laser com comprimento de onda de 700 nm passa através de uma fenda vertical de 0,20 mm de largura e atinge um anteparo a 6,0 m de distância. Determine a largura do máximo central de difração no anteparo; isto é, determine a distância entre o primeiro mínimo à esquerda e o primeiro mínimo à direita do máximo central.

SITUAÇÃO Referindo-se a Figura 33-13, a largura do máximo central de difração é $2y_1$.

SOLUÇÃO

1. A meia largura do máximo central y_1 está relacionada ao ângulo θ_1 por:

$$\tan \theta_1 = \frac{y_1}{L}$$

2. O ângulo θ_1 está relacionado à largura da fenda a pela Equação 33-11:

$$\sin \theta_1 = \lambda/a$$

3. Resolva o resultado do passo 2 para θ_1 , substitua no resultado do passo 1 e resolva para $2y_1$:

$$\begin{aligned} 2y_1 &= 2L \tan \theta_1 = 2L \tan \left(\sin^{-1} \frac{\lambda}{a} \right) \\ &= 2(6,0 \text{ m}) \tan \left(\sin^{-1} \frac{700 \times 10^{-9} \text{ m}}{0,00020 \text{ m}} \right) \\ &= 4,2 \times 10^{-2} \text{ m} = \boxed{4,2 \text{ cm}} \end{aligned}$$

CHECAGEM Como $\sin \theta_1 = \lambda/a = (700 \text{ nm})/(0,20 \text{ mm}) = 0,0035$, podemos usar a aproximação para pequenos ângulos para calcular $2y_1$. Nesta aproximação, $\sin \theta_1 = \tan \theta_1$, logo $\lambda/a = y_1/L$ e $2y_1 = 2L\lambda/a = 2(6,0 \text{ m})(700 \text{ nm})/(0,20 \text{ mm}) = 4,2 \text{ cm}$. (Este valor aproximado está de acordo com o valor exato dentro de um erro de 0,0006 por cento.)

PADRÃO DE INTERFERÊNCIA-DIFRAÇÃO PARA FENDA DUPLA

Quando há duas ou mais fendas, o padrão de intensidade em um anteparo distante é uma combinação do padrão de difração de fenda simples das fendas individuais com o da interferência de múltiplas fendas que estudamos. A Figura 33-14 mostra o padrão de intensidade em um anteparo distante das duas fendas cuja separação d é $10a$, onde a é a largura de cada fenda. O padrão é o mesmo que o de duas fendas muito estreitas (Figura 33-11) exceto pelo fato de ser modulado pelo padrão de difração de fenda simples; isto é, a intensidade devida a cada fenda separadamente não é, agora, constante, mas diminui com o ângulo, como mostrado na Figura 33-14b.

Observe que o máximo central de difração na Equação 33-14 tem 19 máximos de interferência — o máximo central de interferência e 9 máximos de cada lado. O décimo máximo de interferência de cada lado do central está no ângulo θ_{10} , dado por $\sin \theta_{10} = 10\lambda/d = \lambda/a$, pois $d = 10a$. Isto coincide com a posição do primeiro mínimo de difração e, portanto, este máximo de interferência não é observado. Nestes pontos, a luz das duas fendas estaria em fase e interferiria construtivamente, mas não há luz vindo de nenhuma das fendas porque os pontos estão nos mínimos de difração de cada fenda. Em geral, podemos ver que se $m = d/a$, o m -ésimo máximo de interferência cairá no primeiro mínimo de difração. Como a m -ésima franja não é vista, haverá $m - 1$ franjas de cada lado da franja central para um total de N franjas no máximo central, onde N é dado por

$$N = 2(m - 1) + 1 = 2m - 1 \quad 33-12$$

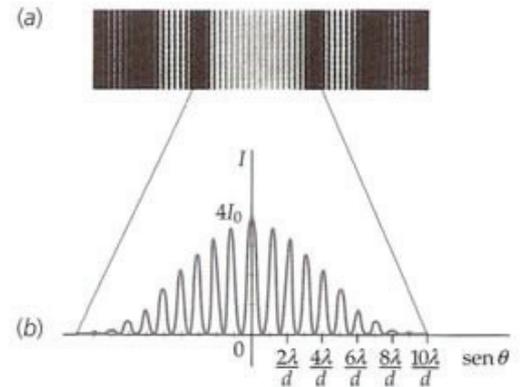


FIGURA 33-14 (a) Padrão de interferência-difração para duas fendas cuja separação d é igual a 10 vezes a largura delas, a . O décimo máximo de interferência de cada lado do máximo central de interferência está ausente porque ele coincide como o primeiro mínimo de difração. (b) Gráfico da intensidade versus $\sin \theta$ para a banda central do padrão da Figura 33-14a. (Cortesia de Michael Cagnet.)

Exemplo 33-6

Interferência e Difração

Dois fendas, cada uma com largura $a = 0,015 \text{ mm}$, estão separadas por uma distância $d = 0,060 \text{ mm}$ e são iluminadas por luz com comprimento de onda $\lambda = 650 \text{ nm}$. Quantas franjas brilhantes são vistas no máximo central de difração?

SITUAÇÃO Precisamos determinar o valor de m para o qual o m -ésimo máximo de interferência coincida com o primeiro mínimo de difração. Então haverá $N = 2m - 1$ franjas no máximo central.

SOLUÇÃO

1. Relacione o ângulo θ_1 do primeiro mínimo de difração à largura de fenda a :

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{a} \quad (\text{primeiro mínimo de difração})$$

2. Relacione o ângulo θ_m do m -ésimo máximo de interferência à separação entre as fendas d :

$$\sin \theta_m = \frac{m\lambda}{d} \quad (m\text{-ésimo máximo de interferência})$$

3. Iguale os ângulos e resolva para m :

$$\frac{m\lambda}{d} = \frac{\lambda}{a}$$

$$m = \frac{d}{a} = \frac{0,060 \text{ mm}}{0,015 \text{ mm}} = 4,0$$

4. O primeiro mínimo de difração coincide com a quarta franja brilhante. Então, há 3 franjas brilhantes visíveis de cada lado do máximo central de difração. Estes 6 máximos, mais o máximo central de interferência, formam um total de 7 franjas brilhantes no máximo central de difração:

$N =$ 7 franjas brilhantes

*33-5 USANDO FASORES PARA SOMAR ONDAS HARMÔNICAS

Para calcular o padrão de interferência produzido por três, quatro ou mais fontes de luz coerentes e para calcular o padrão de difração de uma fenda simples, precisamos combinar várias ondas harmônicas de mesma frequência que diferem em fase. Uma interpretação geométrica simples das funções de onda harmônicas conduz a um método de somar ondas harmônicas de mesma frequência através de uma construção geométrica.

Considere que as funções de onda para duas ondas em algum ponto sejam $E_1 = A_1 \sin \alpha$ e $E_2 = A_2 \sin(\alpha + \delta)$, onde $\alpha = \omega t$. Nosso problema é, então, determinar a soma:

$$E_1 + E_2 = A_1 \sin \alpha + A_2 \sin(\alpha + \delta)$$

Podemos representar cada função de onda pela componente y de um vetor bidimensional, como mostrado na Figura 33-15. O método geométrico de adição é baseado no fato que a componente y da soma de dois ou mais vetores é igual à soma das componentes y dos vetores, como ilustrado na figura. A função de onda E_1 é representada pela componente y do vetor \vec{A}_1 . Enquanto o tempo passa, este vetor gira no plano xy com frequência angular ω . O vetor \vec{A}_1 é chamado de **fasor**. (Encontramos fasores no nosso estudo sobre circuitos ac na Seção 29-5.) A função de onda E_2 é a componente y de um fasor de magnitude A_2 que faz um ângulo $\alpha + \delta$ com o eixo x . Pelas leis da adição de vetores, a soma das componentes y dos fasores individuais é igual à componente y do fasor resultante \vec{A} , como mostrado na Figura 33-15. A componente y do fasor resultante, $A \sin(\alpha + \delta')$ é uma função de onda harmônica que é a soma das funções de onda originais. Isto é,

$$A_1 \sin \alpha + A_2 \sin(\alpha + \delta) = A \sin(\alpha + \delta') \tag{33-13}$$

onde A (a amplitude da onda resultante) e δ' (a fase da onda resultante relativa à fase da primeira onda) são encontrados somando os fasores representando as ondas. Enquanto o tempo varia, α varia. Os fasores representando as duas funções de onda e o fasor resultante representando a função de onda resultante giram no espaço, mas suas posições relativas não variam porque todos giram com a mesma velocidade angular ω .

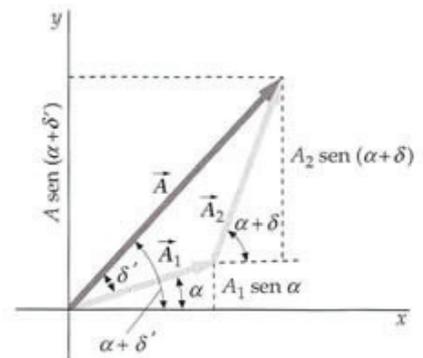


FIGURA 33-15 Representação das funções de onda por fasores.

Exemplo 33-7 Superposição de Ondas Usando Fasores

Tente Você Mesmo

Use o método dos fasores de adição para deduzir $E = [2A_0 \cos \frac{1}{2}\delta] \sin(\omega t + \frac{1}{2}\delta)$ (Equação 33-7) para a superposição de duas ondas de mesma amplitude.

SITUAÇÃO Represente as ondas $y_1 = A_0 \sin \alpha$ e $y_2 = A_0 \sin(\alpha + \delta)$ por vetores (fasores) de comprimento A_0 formando um ângulo δ entre eles. A onda resultante $y_r = A \sin(\alpha + \delta')$ é representada pela soma destes vetores, que formam um triângulo isósceles, como mostrado na Figura 33-16.

SOLUÇÃO

Cubra a coluna da direita e tente por si só antes de olhar as respostas.

Passos

1. Relacione δ e δ' usando o teorema: "Um ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos ângulos internos não-adjacentes."
2. Resolva para δ' .
3. Escreva $\cos \delta'$ em termos de A e A_0 .
4. Resolva para A em termos de δ .
5. Use seus resultados para A e δ' para escrever a função de onda resultante.

Respostas

$$\delta' + \delta' = \delta$$

$$\delta' = \frac{1}{2}\delta$$

$$\cos \delta' = \frac{\frac{1}{2}A}{A_0}$$

$$A = 2A_0 \cos \delta' = 2A_0 \cos \frac{1}{2}\delta$$

$$y_r = A \sin(\alpha + \delta')$$

$$= \left[2A_0 \cos \frac{1}{2}\delta \right] \sin\left(\alpha + \frac{1}{2}\delta\right)$$

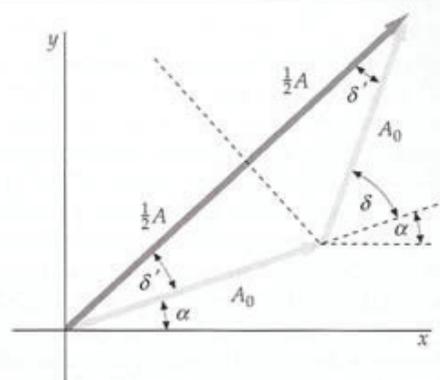


FIGURA 33-16

CHECAGEM O resultado do passo 5 é idêntico à Equação 33-7 (veja o enunciado do Problema).

PROBLEMA PRÁTICO 33-3 Determine a amplitude e a fase constante da função de onda resultante produzida pela superposição de duas ondas $E_1 = (4,0 \text{ V/m}) \sin(\omega t)$ e $E_2 = (3,0 \text{ V/m}) \sin(\omega t + 90^\circ)$.

***PADRÃO DE INTERFERÊNCIA PARA TRÊS OU MAIS FONTES IGUALMENTE ESPAÇADAS**

Podemos aplicar o método de fasores de adição para calcular o padrão de interferência de três ou mais fontes coerentes que estão igualmente espaçadas e em fase. Estamos mais interessados na posição dos máximos e mínimos de interferência. A Figura 33-17 ilustra o caso para três destas fontes. A geometria é a mesma que para duas fontes. A uma grande distância das fontes, os raios em um ponto P no anteparo são aproximadamente paralelos. A diferença de caminho óptico entre a primeira e a segunda fonte é $d \sin \theta$, como antes, e a diferença de caminho óptico entre a primeira e a terceira fonte é $2d \sin \theta$. A onda no ponto P é a soma das três ondas. Seja $\alpha = \omega t$ a fase da primeira onda no ponto P . Temos, então, o problema de somar três ondas da forma

$$E_1 = A_0 \sin \alpha$$

$$E_2 = A_0 \sin(\alpha + \delta)$$

$$E_3 = A_0 \sin(\alpha + 2\delta)$$

(a) 33-14

onde

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{y d}{L}$$

33-15

como no problema de duas fendas.

Em $\theta = 0$, $\delta = 0$, logo todas as ondas estão em fase. A amplitude da onda resultante é 3 vezes a de cada onda individual e a intensidade é 9 vezes a de cada onda atuando separadamente. À medida que o ângulo θ aumenta desde $\theta = 0$, o ângulo de fase δ aumenta e a intensidade diminui. A posição $\theta = 0$ é, portanto, uma posição de intensidade máxima.

A Figura 33-18 mostra a adição de fasores para três ondas para um ângulo de fase $\delta = 30^\circ = \pi/6$ rad. Isto corresponde a um ponto P no anteparo para o qual θ é dado por $\sin \theta = \lambda \delta / (2\pi d) = \lambda / (12d)$. A amplitude resultante A é consideravelmente menor que 3 vezes a amplitude A_0 de

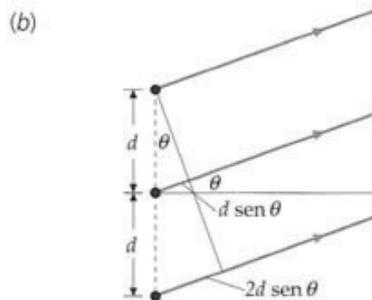
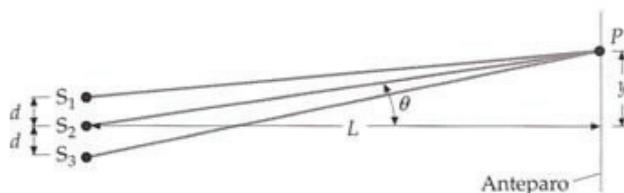


FIGURA 33-17 Geometria para calcular o padrão de intensidade distante de três fontes coerentes igualmente espaçadas que estão em fase.

cada fonte. Quando δ aumenta, a amplitude resultante diminui até que a amplitude é zero em $\delta = 120^\circ$. Para este valor de δ , os três fasores formam um triângulo equilátero (Figura 33-19). Este primeiro mínimo de interferência para três fontes ocorre em um valor menor de δ (e, portanto, em um menor ângulo θ) que para apenas duas fontes (onde o primeiro mínimo de interferência ocorre em $\delta = 180^\circ$). Quando δ aumenta a partir de 120° , a amplitude resultante aumenta, atingindo um máximo secundário em $\delta = 180^\circ$. No ângulo de fase $\delta = 180^\circ$, a amplitude é a mesma que a de uma fonte única, porque as ondas das duas primeiras fontes se cancelam deixando apenas a terceira. A intensidade do máximo secundário é um nono da intensidade do máximo em $\theta = 0$. Quando δ aumenta além de 180° , a amplitude decresce novamente e é zero em $\delta = 180^\circ + 60^\circ = 240^\circ$. Para δ maior que 240° , a amplitude aumenta e é, novamente, 3 vezes o valor de cada fonte quando $\delta = 360^\circ$. Este ângulo de fase corresponde à diferença de caminho óptico de 1 comprimento de onda para as ondas das duas primeiras fontes e 2 comprimentos de onda para as ondas da primeira e terceira fontes. Conseqüentemente, as três ondas estão em fase neste ponto. Os máximos mais intensos, chamados de máximos principais, estão nas mesmas posições que no caso de duas fontes, que são os pontos correspondentes aos ângulos θ dados por

$$d \sin \theta_m = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad 33-16$$

Estes máximos são mais intensos e estreitos que para duas fontes. Eles ocorrem em pontos para os quais a diferença de caminho óptico entre fontes adjacentes é zero ou um número inteiro de comprimentos de onda.

Estes resultados podem ser generalizados para mais de três fontes. Para quatro fontes coerentes igualmente espaçadas e em fase, os máximos principais de interferência são, novamente, dados pela Equação 33-16, mas os máximos são ainda mais intensos, são mais estreitos e há dois máximos secundários menores entre cada par de máximos principais. Em $\theta = 0$, a intensidade é 16 vezes a de uma única fonte. O primeiro mínimo de interferência ocorre quando $\delta = 90^\circ$, como pode ser visto do diagrama de fasores da Figura 33-20. O primeiro máximo secundário está próximo a $\delta = 132^\circ$. A intensidade do máximo secundário é aproximadamente um quatorze avos da intensidade do máximo central. Há outro mínimo em $\delta = 180^\circ$, outro máximo secundário próximo a $\delta = 228^\circ$, e outro mínimo em $\delta = 270^\circ$ antes do próximo máximo principal em $\delta = 360^\circ$.

A Figura 33-21 mostra os padrões de intensidade para duas, três e quatro fontes coerentes igualmente espaçadas. A Figura 33-22 mostra um gráfico de I/I_0 , onde I_0 é a intensidade devida a cada fonte atuando separadamente. Para três fontes, há um máximo secundário muito pequeno entre cada par de máximos principais e os máximos principais são mais finos e mais intensos que os de apenas duas fontes. Para quatro fontes, há dois máximos secundários pequenos entre cada par de máximos principais, e o máximo principal é ainda mais estreito e intenso.

A partir desta discussão, podemos ver que, quando aumentamos o número de fontes, a intensidade se torna mais e mais concentrada nos máximos principais dados pela Equação 33-16 e estes máximos se tornam cada vez mais estreitos. Para N fontes, a intensidade dos máximos principais é N^2 vezes a de uma única fonte. O primeiro mínimo ocorre em um ângulo de fase de $\delta = 360^\circ/N$, para o qual os N fasores formam um polígono fechado de N lados. Há $N - 2$ máximos secundários entre cada par de máximos principais. Estes máximos secundários são muito fracos comparados aos máximos principais.

Quando o número de fontes aumenta, os máximos principais se tornam mais finos e mais intensos e as intensidades dos máximos secundários se tornam desprezíveis comparadas às dos máximos principais.

*CALCULANDO O PADRÃO DE DIFRAÇÃO DE FENDA SIMPLES

Vamos agora usar o método dos fasores para somar ondas harmônicas para calcular o padrão de intensidade mostrado na Figura 33-11. Consideramos que

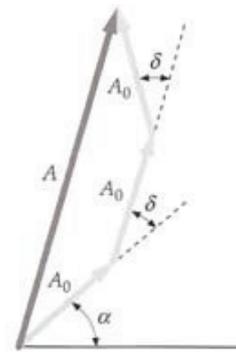


FIGURA 33-18 Diagrama de fasores para determinar a amplitude resultante A devida a três ondas, cada uma com amplitude A_0 , com diferenças de fase δ e 2δ devidas às diferenças de caminho óptico de $d \sin \theta$ e $2d \sin \theta$. O ângulo $\alpha = \omega t$ varia com o tempo, mas isto não afeta o cálculo de A .

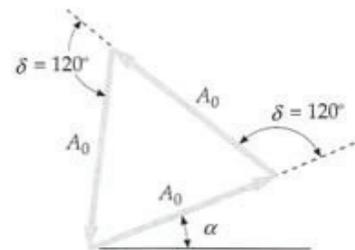


FIGURA 33-19 A amplitude resultante para as ondas das três fontes é zero quando $\delta = 120^\circ$. Este mínimo de interferência ocorre em um ângulo menor θ que o primeiro mínimo para duas fontes, que ocorre quando $\delta = 180^\circ$.

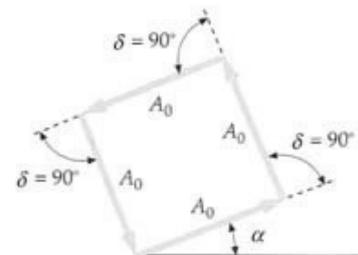


FIGURA 33-20 Diagrama de fasores para o primeiro mínimo para quatro fontes coerentes que estão igualmente espaçadas e em fase. A amplitude é zero quando a diferença de fase entre as ondas de fontes adjacentes é 90° .

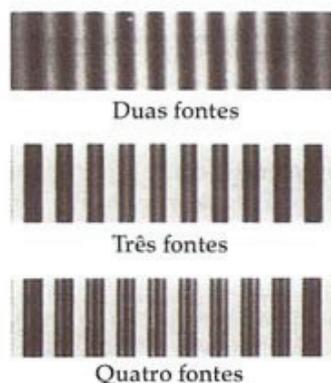


FIGURA 33-21 Padrões de intensidade para duas, três e quatro fontes coerentes igualmente espaçadas e em fase. Há um máximo secundário entre cada par de máximos principais para três fontes e dois máximos secundários entre cada par de máximos principais para quatro fontes. (Cortesia de Michael Cagnet.)

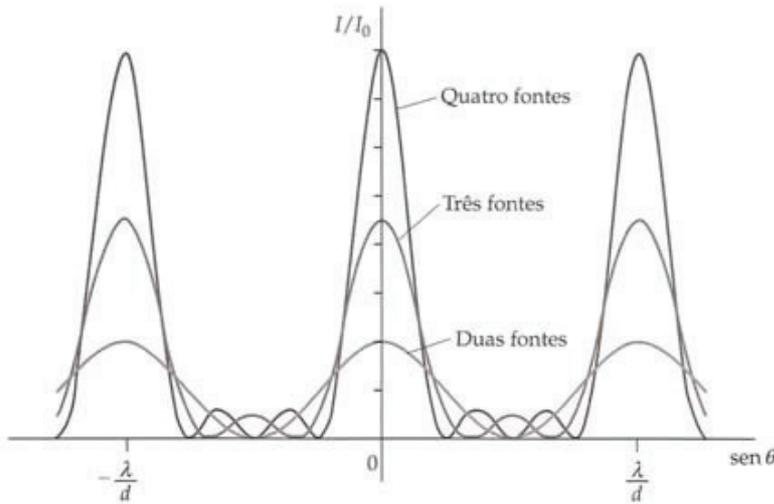


FIGURA 33-22 Gráfico da intensidade relativa *versus* $\text{sen } \theta$ para duas, três e quatro fontes coerentes, igualmente espaçadas e em fase.

a fenda de largura a é dividida em N intervalos iguais e que há uma fonte puntiforme de ondas no ponto médio de cada intervalo (Figura 33-23). Se d é a distância entre duas fontes adjacentes e a é a largura da abertura, temos $d = a/N$. Como o anteparo no qual estamos calculando a intensidade está distante das fontes, os raios das fontes até o ponto P no anteparo são aproximadamente paralelos. A diferença de caminho óptico entre quaisquer duas fontes adjacentes é $\delta \text{ sen } \theta$ e a diferença de fase δ está relacionada à diferença de caminho óptico por

$$\delta = \frac{d \text{ sen } \theta}{\lambda} 2\pi$$

Se A_0 é a amplitude devida a uma fenda simples, a amplitude no máximo central, onde $\theta = 0$ e todas as ondas estão em fase, é $A_{\text{máx}} = NA_0$ (Figura 33-24).

Podemos determinar a amplitude em algum ponto em um ângulo θ usando o método de fasores para a soma de ondas harmônicas. Como na soma de duas, três e quatro ondas, a intensidade é zero em qualquer ponto onde os fasores representando as ondas formam um polígono fechado. Neste caso, o polígono tem N lados (Figura 33-25). No primeiro mínimo, a onda da primeira fonte logo abaixo do topo da abertura e a onda da fonte logo abaixo da metade da abertura estão defasadas por 180° . Neste caso, a onda da fonte próxima ao topo da abertura difere daquela na base da abertura por aproximadamente 360° . [A diferença de fase é, de fato, $360^\circ - (360^\circ/N)$.] Então, se o número de fontes é muito grande, $360^\circ/N$ é desprezível e obtemos o cancelamento completo se as ondas da primeira e última fontes estão fora de fase por 360° , correspondendo a uma diferença de fase de um comprimento de onda, de acordo com a Equação 33-11.

Calcularemos agora a amplitude em um ponto geral no qual as ondas de duas fontes adjacentes diferem em fase por δ . A Figura 33-26 mostra o diagrama de fasores para a soma de N ondas, onde as ondas subsequentes diferem em fase a partir da primeira onda por $\delta, 2\delta, \dots, (N-1)\delta$. Quando N é muito grande e δ é muito pequeno, o diagrama de fasores se aproxima de um arco de círculo. A amplitude resultante A é o comprimento da corda deste arco. Calcularemos esta amplitude resultante em termos

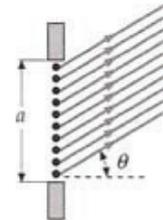


FIGURA 33-23 Diagrama para calcular o padrão de difração à grande distância de uma fenda estreita. Consideramos que a largura da fenda a contenha um grande número de fontes puntiformes igualmente espaçadas e em fase, separadas por uma distância d . Os raios das fontes até um ponto distante são aproximadamente paralelos. A diferença de caminho óptico para as ondas das fontes adjacentes é $d \text{ sen } \theta$.

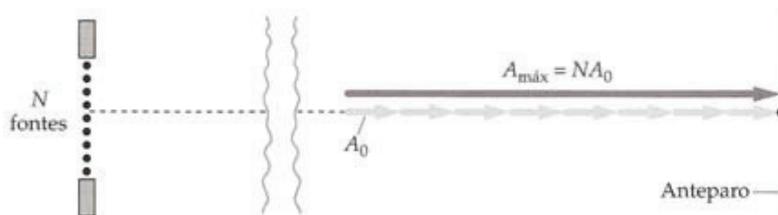


FIGURA 33-24 Uma fenda simples é representada por N fontes, cada uma com amplitude A_0 . No ponto do máximo central, onde $\theta = 0$, as ondas das fontes estão em fase, dando uma amplitude resultante $A_{\text{máx}} = NA_0$.



FIGURA 33-25 Diagrama de fasores para calcular o primeiro mínimo em um padrão de difração de fenda simples. Quando as ondas de N fasores se cancelam completamente, os N fasores formam um polígono fechado. A diferença de fase entre as ondas de fontes adjacentes é, então, $\delta = 180^\circ/N$. Quando N é muito grande, as ondas da primeira e última fontes estão aproximadamente em fase.

da diferença de fase ϕ entre a primeira e a última ondas. Da Figura 33-26, temos

$$\text{sen } \frac{1}{2}\phi = \frac{A/2}{r}$$

ou

$$A = 2r \text{sen } \frac{1}{2}\phi \tag{33-17}$$

onde r é o raio do arco. Como o comprimento do arco é $A_{\text{máx}} = NA_0$ e o ângulo subtendido é ϕ , temos

$$\phi = \frac{A_{\text{máx}}}{r} \tag{33-18}$$

ou

$$r = \frac{A_{\text{máx}}}{\phi}$$

Substituindo isto na Equação 33-17, temos

$$A = \frac{2A_{\text{máx}}}{\phi} \text{sen } \frac{1}{2}\phi = A_{\text{máx}} \frac{\text{sen } \frac{1}{2}\phi}{\frac{1}{2}\phi}$$

Como a amplitude no centro do máximo central ($\theta = 0$) é $A_{\text{máx}}$, a razão da intensidade em outro ponto qualquer em relação ao centro do máximo central é

$$\frac{I}{I_0} = \frac{A^2}{A_{\text{máx}}^2} = \left(\frac{\text{sen } \frac{1}{2}\phi}{\frac{1}{2}\phi} \right)^2$$

ou

$$I = I_0 \left(\frac{\text{sen } \frac{1}{2}\phi}{\frac{1}{2}\phi} \right)^2 \tag{33-19}$$

INTENSIDADE PARA UM PADRÃO DE DIFRAÇÃO DE FENDA SIMPLES

A diferença de fase ϕ entre a primeira e a última ondas está relacionada à diferença de caminho óptico $a \text{ sen } \theta$ entre o topo e a base da abertura por

$$\phi = \frac{a \text{ sen } \theta}{\lambda} 2\pi \tag{33-20}$$

A Equação 33-19 e a Equação 33-20 descrevem o padrão de intensidade mostrado na Figura 33-11. O primeiro mínimo ocorre em $a \text{ sen } \theta = \lambda$, o qual está no ponto onde as ondas do meio da metade superior e do meio da metade inferior da fenda têm uma diferença de caminho óptico de $\lambda/2$ e estão fora de fase por 180° . O segundo mínimo ocorre em $a \text{ sen } \theta = 2\lambda$, onde as ondas da metade superior da metade superior da fenda e aquelas da metade inferior da metade superior da fenda têm uma diferença de caminho óptico de $\lambda/2$ e estão fora de fase de 180° .

Há um máximo secundário aproximadamente na metade da distância entre o primeiro e o segundo mínimos, em $a \text{ sen } \theta \approx \frac{3}{2}\lambda$. A Figura 33-27 mostra o diagrama de fasores para determinar a intensidade aproximada deste máximo secundário. A diferença de fase ϕ entre a primeira e a última ondas é aproximadamente $2\pi + \pi$. Os fasores completam, então, $1\frac{1}{2}$ ciclos. A amplitude resultante é o diâmetro de um círculo cuja circunferência é dois terços do comprimento total $A_{\text{máx}}$. Se $C = \frac{2}{3}A_{\text{máx}}$ é a circunferência, o diâmetro A é

$$A = \frac{C}{\pi} = \frac{\frac{2}{3}A_{\text{máx}}}{\pi} = \frac{2}{3\pi}A_{\text{máx}}$$

e

$$A^2 = \frac{4}{9\pi^2}A_{\text{máx}}^2$$

A intensidade neste ponto é

$$I = \frac{4}{9\pi^2}I_0 = \frac{1}{22,2}I_0 \tag{33-21}$$

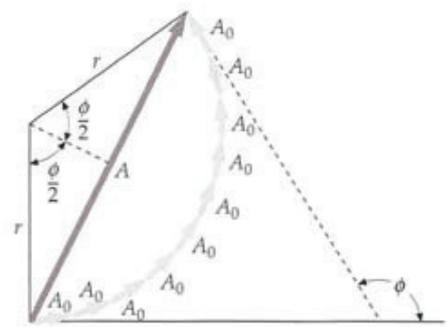


FIGURA 33-26 Diagrama de fasores para calcular a amplitude resultante devida a ondas de N fontes em termos da diferença de fase ϕ entre a onda da primeira fonte logo abaixo do topo da fenda e a onda da última fonte logo acima da base da fenda. Quando N é muito grande, a amplitude resultante A é a corda de um arco circular de comprimento $NA_0 = A_{\text{máx}}$.

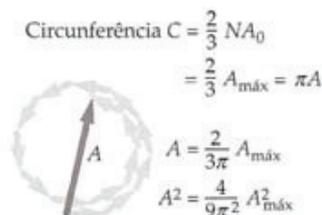


FIGURA 33-27 Diagrama de fasores para calcular a amplitude aproximada do primeiro máximo secundário do padrão de difração de uma fenda simples. O máximo secundário ocorre próximo ao ponto médio entre o primeiro e o segundo mínimos quando os N fasores completam $1\frac{1}{2}$ ciclos.

*CALCULANDO O PADRÃO DE INTERFERÊNCIA-DIFRAÇÃO DE FENDAS MÚLTIPLAS

A intensidade do padrão de interferência-difração de duas fendas pode ser calculada a partir do padrão para duas fendas (Equação 33-8) onde a intensidade de cada fenda (I_0 naquela equação) é substituída pela intensidade do padrão de difração devido a cada fenda, I , dado pela Equação 33-19. A intensidade para o padrão de interferência-difração para duas fendas é, portanto,

$$I = 4I_0 \left(\frac{\sin \frac{1}{2}\phi}{\frac{1}{2}\phi} \right)^2 \cos^2 \frac{1}{2}\delta \quad 33-22$$

INTENSIDADE DE INTERFERÊNCIA-DIFRAÇÃO PARA DUAS FENDAS

onde ϕ é a diferença de fase entre os raios do topo e da base de cada fenda, que está relacionada com a largura de cada fenda por

$$\phi = \frac{a \sin \theta}{\lambda} 2\pi$$

e δ é a diferença de fase entre raios desde o centro de duas fendas adjacentes, que está relacionada à separação entre as fendas por

$$\delta = \frac{d \sin \theta}{\lambda} 2\pi$$

Na Equação 33-22, a intensidade I_0 é a intensidade em $\theta = 0$ devida a uma fenda única.

Exemplo 33-8 Padrão de Interferência-Difração para Cinco Fendas

Determine o padrão de intensidade-difração para cinco fendas igualmente espaçadas, onde a é a largura de cada fenda e d é a distância entre fendas adjacentes.

SITUAÇÃO Primeiro determine o padrão de intensidade de interferência para as cinco fendas, considerando que não há variações angulares na intensidade devido à difração. Para fazer isso, primeiro construa um diagrama de fasores para determinar a amplitude da onda resultante em uma direção arbitrária θ . A intensidade é proporcional ao quadrado da amplitude. Depois, corrija para a variação da intensidade com θ usando a relação para o padrão de intensidade de difração de fenda simples (Equação 33-19 e Equação 33-20).

SOLUÇÃO

1. A intensidade do padrão de difração I' devida a uma fenda de largura a é dada pela Equação 33-19 e pela Equação 33-20:

$$I' = I_0 \left(\frac{\sin \frac{1}{2}\phi}{\frac{1}{2}\phi} \right)^2$$

onde

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

2. A intensidade do padrão de interferência I é proporcional ao quadrado da amplitude A da superposição das funções de onda para a luz das cinco fendas:

$$I \propto A^2$$

onde

$$A \sin(\alpha + \delta') = A_0 \sin \alpha + A_0 \sin(\alpha + \delta) + A_0 \sin(\alpha + 2\delta) + A_0 \sin(\alpha + 3\delta) + A_0 \sin(\alpha + 4\delta)$$

$$\text{e onde } \alpha = \omega t \quad \text{e} \quad \delta = \frac{d \sin \theta}{\lambda} 2\pi$$

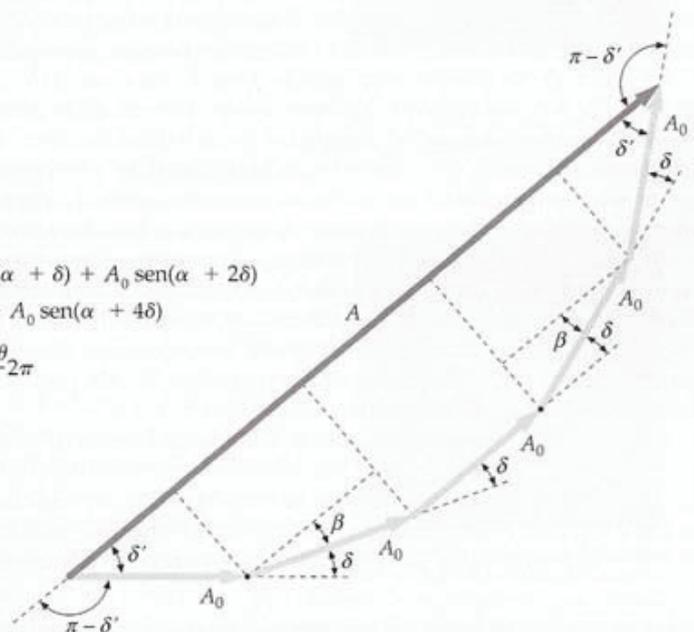
3. Para determinar A , construímos um diagrama de fasores (Figura 33-28). A amplitude A é igual à soma das projeções dos fasores individuais no fasor resultante:

$$\delta' = \beta + \delta$$

então

$$\beta = \delta' - \delta = 2\delta - \delta = \delta$$

FIGURA 33-28



4. Para determinar δ' , somamos os ângulos exteriores. A soma dos ângulos exteriores é igual a 2π (se você andar pelo perímetro de qualquer polígono você gira através da soma dos ângulos exteriores e você gira por 2π radianos):
5. Resolva para A a partir da figura:
6. Substitua para δ' usando o resultado do passo 4 e substitua para β usando a relação $\beta = \delta$. (A igualdade entre β e δ segue do teorema "Se duas linhas paralelas são cortadas na transversal, os ângulos interior e exterior no mesmo lado da transversal são iguais."):
7. Eleve ambos os lados ao quadrado para relacionar as intensidades. Lembre-se de que I' é a intensidade de uma única fenda e A_0 é a amplitude de uma única fenda:
8. Substitua para I' usando o resultado do passo 1:

$$2(\pi - \delta') + 4\delta = 2\pi \quad \Rightarrow \quad \delta' = 2\delta$$

$$A = 2A_0 \cos \delta' + 2A_0 \cos \beta + A_0$$

$$A = A_0(2 \cos 2\delta + 2 \cos \delta + 1)$$

$$A^2 = A_0^2(2 \cos 2\delta + 2 \cos \delta + 1)^2$$

então

$$I = I'(2 \cos 2\delta + 2 \cos \delta + 1)^2$$

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \frac{1}{2}\phi}{\frac{1}{2}\phi} \right)^2 (2 \cos 2\delta + 2 \cos \delta + 1)^2$$

$$\text{onde } \phi = \frac{a \sin \theta}{\lambda} 2\pi \quad \text{e} \quad \delta = \frac{d \sin \theta}{\lambda} 2\pi$$

CHECAGEM Se $\theta = 0$, então $\phi = 0$ e $\delta = 0$. Logo, para $\theta = 0$, o passo 5 torna-se $A = 5A_0$ e o passo 8 torna-se $I = 5^2 I_0 = 25I_0$, como esperado.

33-6 DIFRAÇÃO DE FRAUNHOFER E FRESNEL

Padrões de difração como o padrão de fenda simples mostrado na Figura 33-11, que são observados em pontos para os quais os raios de uma abertura ou um obstáculo são aproximadamente paralelos, são chamados de **padrões de difração de Fraunhofer**. Padrões de Fraunhofer podem ser observados a grandes distâncias do obstáculo ou abertura, pois os raios que atingem qualquer ponto são aproximadamente paralelos, ou eles podem ser observados usando uma lente para focalizar raios paralelos em um anteparo colocado no plano focal da lente.

O padrão de difração observado próximo de uma abertura ou de um obstáculo é chamado de **padrão de difração de Fresnel**. Como os raios de uma abertura ou obstáculo próximos a um anteparo não podem ser considerados paralelos, a difração de Fresnel é muito mais difícil de analisar. A Figura 33-29 ilustra a diferença entre os padrões de Fresnel e Fraunhofer para uma fenda simples.*

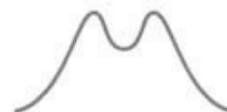
A Figura 33-30a mostra o padrão de difração de Fresnel de um disco opaco. Observe o ponto brilhante no centro do padrão causado pela interferência construtiva das ondas de luz difratadas pelas bordas do disco. Este padrão é de interesse histórico. Em uma tentativa de depreciar a teoria ondulatória da luz de Augustin Fresnel, Siméon Poisson chamou a atenção para o fato que ela previa um ponto brilhante no centro da sombra, o que ele assumiu como uma contradição ridícula da teoria. Entretanto, Fresnel imediatamente demonstrou experimentalmente que tal ponto, de fato, existe. Esta demonstração convenceu muitos duvidosos da validade da teoria ondulatória da luz. O padrão de difração de Fresnel de uma abertura circular é mostrado na Figura 33-30b. Comparando com o padrão do disco opaco da Figura 33-30a, podemos ver que os dois padrões são complementos um do outro.

A Figura 33-31a mostra o padrão de difração de Fresnel de uma borda linear iluminada pela luz de uma fonte puntiforme. Um gráfico da intensidade *versus* distância (medida ao longo de uma linha perpendicular à borda) é mostrado na Figura 33-31b. A intensidade da luz não cai abruptamente a zero na sombra geométrica, mas diminui rapidamente e é desprezível a poucos comprimentos

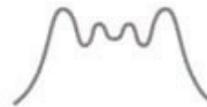
À medida que o anteparo se aproxima,



o padrão de Fraunhofer observado distante da fenda ...



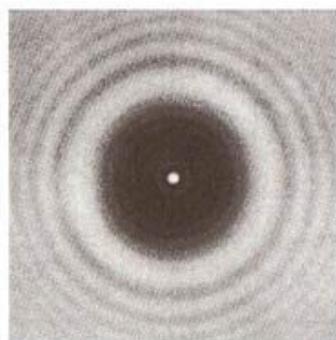
gradualmente se transforma no ...



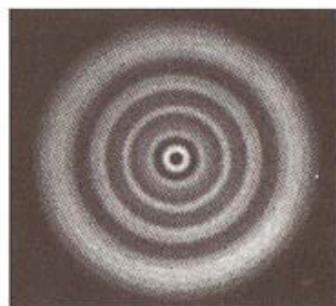
padrão de Fresnel observado próximo à fenda.

FIGURA 33-29 Padrões de difração para uma fenda única a várias distâncias do anteparo.

* Veja Richard E. Haskel, "A Simple Experiment on Fresnel Diffraction," *American Journal of Physics* 38 (1970): 1039.



(a)



(b)

FIGURA 33-30 (a) O padrão de difração de Fresnel de um disco opaco. No centro da sombra, as ondas de luz difratadas pela borda do disco estão em fase e produzem um ponto brilhante chamado de *ponto de Poisson*. (b) O padrão de difração de Fresnel de uma abertura circular. Compare com a Figura 33-30a. ((a) e (b) M. Cagnet, M. Fraçon, J. C. Thierr, *Atlas of Optical Phenomena*.)

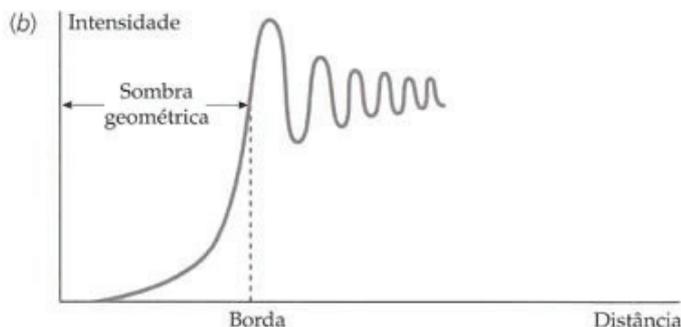


FIGURA 33-31 (a) A difração de Fresnel de uma borda linear. (b) Um gráfico da intensidade versus distância ao longo de uma linha perpendicular à borda. (Cortesia de Battelle-Northwest Laboratories.)

de onda da borda. O padrão de difração de Fresnel de uma abertura retangular é mostrado na Figura 33-32. Estes padrões não podem ser vistos usando fontes de luz estendidas como uma lâmpada de filamento, porque as franjas escuras do padrão produzido pela luz de um ponto na fonte se superpõem às franjas brilhantes do padrão produzido pela luz de outro ponto.

33-7 DIFRAÇÃO E RESOLUÇÃO

A difração devida a uma abertura circular tem implicações importantes para a resolução de muitos instrumentos ópticos. A Figura 33-33 mostra o padrão de difração de Fraunhofer de uma abertura circular. O ângulo θ subtendido pelo primeiro mínimo de difração está relacionado ao comprimento de onda e ao diâmetro da abertura por

$$\sin \theta = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad 33-23$$

A Equação 33-23 é similar à Equação 33-9 exceto pelo fator 1,22, o qual surge da análise matemática e é similar à equação para uma fenda simples, porém mais complicada devido à geometria circular. Em muitas aplicações, o ângulo θ é pequeno e $\sin \theta$ pode ser substituído por θ . O primeiro mínimo de difração está, então, em um ângulo θ dado por:

$$\theta \approx 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad 33-24$$

A Figura 33-34 mostra duas fontes puntiformes que subtendem um ângulo α em uma abertura circular distante das fontes. As intensidades do padrão de difração de Fraunhofer também são indicadas nesta figura. Se α é muito maior que $1,22\lambda/D$, as fontes seriam vistas como duas fontes. Entretanto, quando α diminui, a superposição dos padrões de difração aumenta, tornando difícil distinguir as duas fontes de uma única fonte. Na separação angular crítica, α_c , dada por

$$\alpha_c = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad 33-25$$

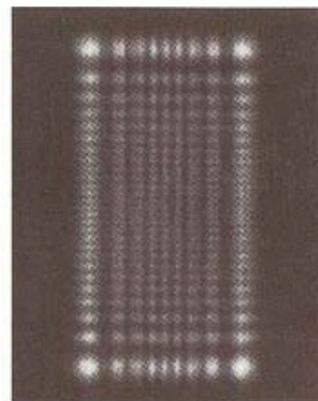


FIGURA 33-32 O padrão de difração de Fresnel de uma abertura retangular. (Cortesia de Michael Cagnet.)

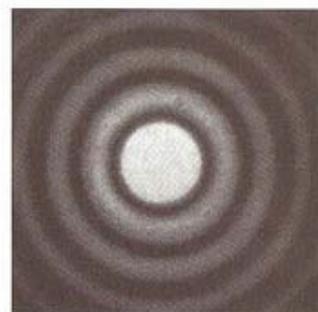


FIGURA 33-33 O padrão de difração de Fraunhofer de uma abertura circular. (Cortesia de Michael Cagnet.)

o primeiro mínimo do padrão de difração de uma fonte coincide com o máximo central da outra fonte. Dizemos que estes objetos estão no limite de resolução pelo **critério de resolução de Rayleigh**. A Figura 33-35 mostra os padrões de difração para duas fontes quando α é maior que o ângulo crítico para a resolução e quando α é igual ao ângulo crítico para resolução.

A Equação 33-25 tem muitas aplicações. O *poder de resolução* de um instrumento óptico, tal como um microscópio ou telescópio, é a habilidade de o instrumento resolver dois objetos que estão próximos entre si. As imagens dos objetos tendem a se sobrepor devido à difração na entrada da abertura do instrumento. Podemos ver, da Equação 33-25, que o poder de resolução pode ser aumentado aumentando o diâmetro D da lente (ou espelho) ou diminuindo o comprimento de onda λ . Telescópios astronômicos usam lentes objetivas ou espelhos grandes para aumentar sua resolução, bem como para aumentar o poder de coleta de luz. Um arranjo de 27 antenas de rádio (Figura 33-36) montado sobre trilhos, pode ser configurado para formar um único telescópio com uma distância de resolução D de 36 km. Em um microscópio, um filme de óleo transparente que tem um índice de refração de aproximadamente 1,55 é, algumas vezes, usado abaixo da objetiva para diminuir o comprimento de onda da luz ($\lambda' = \lambda/n$). O comprimento de onda pode ser reduzido ainda mais usando luz ultravioleta e filme fotográfico; entretanto, o vidro comum é opaco à luz ultravioleta e, portanto, as lentes em um microscópio no ultravioleta devem ser feitas de quartzo ou fluorita. Para obter resoluções muito altas, são usados microscópios eletrônicos — microscópios que usam elétrons no lugar da luz. Os comprimentos de onda dos elétrons variam inversamente proporcionais à raiz quadrada da sua energia cinética e podem ser tão pequenos quanto se queira.*

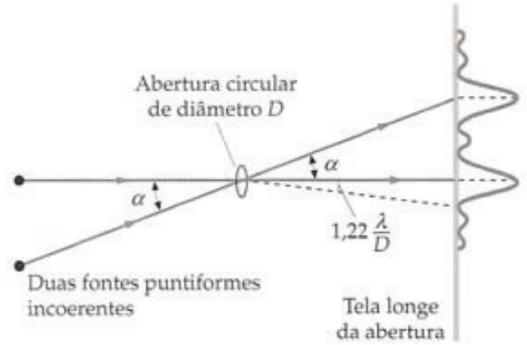


FIGURA 33-34 Duas fontes distantes que subtendem um ângulo α . Se α é muito maior que $1,22\lambda/D$, onde λ é o comprimento de onda da luz e D é o diâmetro da abertura, os padrões de difração têm pequena superposição e as fontes são facilmente identificadas como duas fontes distintas. Se α não for muito maior que $1,22\lambda/D$, a superposição dos padrões de difração dificulta a distinção das duas fontes, pois elas parecem uma só.

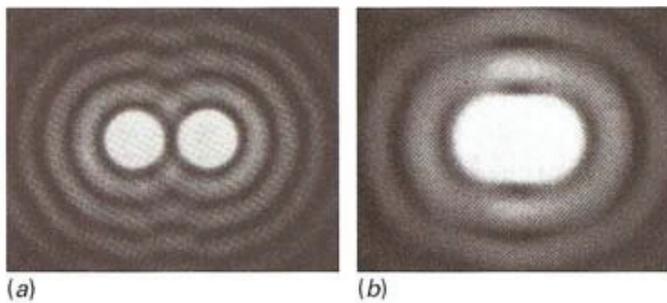


FIGURA 33-35 Padrões de difração para uma abertura circular e duas fontes pontiformes incoerentes quando (a) α é um fator 2 ou mais, maior que $\alpha_c = 1,22\lambda/D$ e (b) quando α é igual ao limite de resolução, $\alpha_c = 1,22\lambda/D$. ((a) e (b) Cortesia de Michael Cagnett.)



FIGURA 33-36 O enorme arranjo de antenas de rádio está localizado próximo a Socorro, Novo México. As antenas de 25 m de diâmetro estão montadas sobre trilhos, os quais podem ser dispostos em várias configurações e podem ser estendidos em um diâmetro de 36 km. Os dados das antenas são combinados eletronicamente e, portanto, o arranjo realmente é um único telescópio de alta resolução. (Cortesia de National Radio Astronomy Observatory/Associated Universities, Inc./National Science Foundation. Fotografia de Kelly Gatlin e Patricia Smiley.)

Exemplo 33-9 Física na Biblioteca

Rico em Contexto

Enquanto você está estudando na biblioteca, você reclina sua cadeira e considera os pequenos orifícios que você percebeu no teto. Você nota que os orifícios estão separados por aproximadamente 5,0 mm. Você pode ver claramente os orifícios diretamente acima de você, a cerca de 2 m acima, mas a parte do teto que está distante parece não conter orifícios. Você se pergunta se a razão para você não conseguir ver os orifícios distantes é devido ao fato de eles não obedecerem ao critério de resolução estabelecido por Rayleigh. Esta é uma explicação aceitável para o desaparecimento dos orifícios? Você nota que eles desaparecem a aproximadamente 20 m de você.

SITUAÇÃO Vamos ter que fazer algumas hipóteses sobre esta situação. Se usarmos a Equação 33-25, precisaremos saber o comprimento de onda da luz e o diâmetro da abertura. Considere-

* As propriedades ondulatórias dos elétrons são discutidas no Capítulo 34 (Volume 3).

rando que nossa pupila seja a abertura, podemos tomar o diâmetro como aproximadamente 5,0 mm. (Este é o valor usado neste livro-texto.) O comprimento de onda da luz é provavelmente cerca de 500 nm ou próximo a este.

SOLUÇÃO

1. O limite angular para a resolução pelo olho depende da razão entre o comprimento de onda e o diâmetro da pupila:
2. O ângulo subtendido pelos dois orifícios depende da distância de separação d entre eles e da distância deles até seus olhos:
3. Equacionando os dois ângulos e colocando os números, obtemos:
4. Resolvendo para L :
5. Por um fator 2, 41 m é muito grande. Entretanto, você suspeita do valor dado para o diâmetro da pupila no seu livro-texto de física. Você sabe que a pupila é menor quando a luz é brilhante e o teto da biblioteca é muito brilhante e pintado de branco. Uma busca na Internet pelo diâmetro da pupila do olho fornece rapidamente a informação que você precisa. O diâmetro da pupila varia de 2 a 3 mm até 7 mm.

$$\theta_c \approx 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

$$\theta \approx \frac{d}{L}$$

$$\frac{d}{L} \approx 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

$$\frac{5,0 \text{ mm}}{L} \approx 1,22 \frac{500 \text{ nm}}{5,0 \text{ mm}}$$

$$L = 41 \text{ m}$$

Sucesso. Se o diâmetro da pupila é 2,5 mm, o valor de L é 20 m.

É instrutivo comparar o limite de resolução do olho devido à difração, como visto no Exemplo 33-9, com o limite de resolução devido à separação dos receptores (cones) na retina. Para serem vistos como dois objetos distintos, as imagens dos objetos devem chegar à retina em dois cones não-adjacentes. (Veja o Problema 65 no Capítulo 32.) Como a retina está a aproximadamente 2,5 cm da córnea, a distância y na retina correspondente a uma separação angular de $1,5 \times 10^{-4}$ rad é determinada de

$$\alpha_c = 1,5 \times 10^{-4} \text{ rad} = \frac{y}{2,5 \text{ cm}}$$

ou

$$y = 3,8 \times 10^{-4} \text{ cm} = 3,8 \times 10^{-6} \text{ m} = 3,8 \mu\text{m}$$

A separação real dos cones na fóvea central, onde os cones estão dispostos com o maior grau de empacotamento, é aproximadamente $1 \mu\text{m}$. Fora desta região, eles estão separados por aproximadamente $3 \mu\text{m}$ a $5 \mu\text{m}$.



CHECAGEM CONCEITUAL 33-2

Verdadeiro ou Falso:
A difração de Fraunhofer é um caso limite da difração de Fresnel.

*33-8 REDES DE DIFRAÇÃO

Uma ferramenta amplamente usada para medida de comprimentos de onda da luz é a **rede de difração**, que consiste em um grande número de linhas ou fendas igualmente espaçadas em uma superfície plana. Uma rede como esta pode ser feita através de ranhuras paralelas e igualmente espaçadas em uma placa de vidro ou metálica com uma máquina de precisão. Com uma rede de reflexão, a luz é refletida pelas saliências entre as linhas ou ranhuras. Discos fonográficos e CDs exibem algumas das propriedades das redes de reflexão. Em uma rede de transmissão, a luz passa através de espaçamentos entre as ranhuras. Redes plásticas de baixo custo, produzidas opticamente, com 10 000 fendas ou mais por centímetro, são itens comuns em laboratórios de ensino. O espaçamento entre as fendas em uma rede que tem 10 000 fendas por centímetro é $d = (1 \text{ cm})/10\,000 \text{ fendas} = 10^{-4} \text{ cm}$.

Considere uma onda plana de luz monocromática incidindo normalmente em uma rede de transmissão (Figura 33-37). Considere que a largura de cada fenda seja muito pequena e, portanto, ela produz um feixe amplamente difratado. O padrão de interferência produzido em um anteparo a uma grande distância da rede é devido a um grande número de fontes de luz igualmente espaçadas e coerentes. Suponha que temos N fendas com separação d entre fendas adjacentes. Em $\theta = 0$, a luz de cada fenda está em fase com a de todas as outras fendas, logo a amplitude da onda é NA_0 , onde A_0 é a amplitude de cada fenda e a intensidade é $N^2 I_0$, onde I_0 é a intensidade

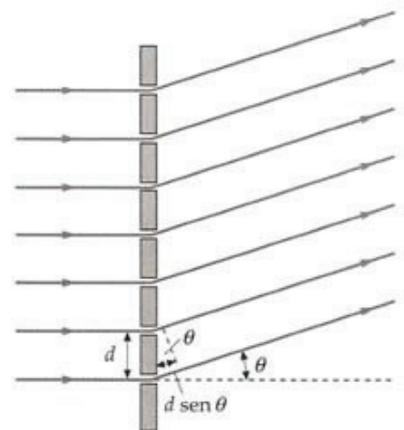


FIGURA 33-37 Luz incidindo normalmente em uma rede de difração. A um ângulo θ , a diferença de caminho óptico entre os raios das fendas adjacentes é $d \sin \theta$.

devida a cada fenda individualmente. Em um ângulo θ_1 , onde $d \sin \theta_1 = \lambda_1$, a diferença de caminho óptico entre quaisquer duas fendas sucessivas é λ_1 e, novamente, a luz de cada fenda está em fase com a de todas as outras fendas e a intensidade é $N^2 I_0$. Os máximos de interferência estão, portanto, nos ângulos θ dados por

$$d \sin \theta_m = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad 33-26$$

As posições dos máximos de interferência independem do número de fontes, mas, quanto maior o número de fontes, mais estreitos e mais intensos os máximos serão.

Para ver que os máximos de interferência serão mais finos quando houver muitas fendas, considere o caso de N fendas iluminadas, onde N é grande ($N \gg 1$). A distância da primeira fenda até a N -ésima fenda é $(N-1)d \approx Nd$. Quando a diferença de caminho óptico para a luz da primeira e da N -ésima fenda é λ , a intensidade resultante será zero porque a luz de quaisquer duas fendas separadas por $\frac{1}{2}Nd$ interfere destrutivamente. (Vimos isso em nossa discussão sobre a difração em fenda simples na Seção 33-4.) Como a primeira e a N -ésima fenda estão separadas por aproximadamente Nd , a intensidade será zero no ângulo θ_{\min} dado por

$$Nd \sin \theta_{\min} = \lambda$$

logo

$$\theta_{\min} \approx \sin \theta_{\min} = \frac{\lambda}{Nd}$$

A largura angular do máximo de interferência, que é igual a $2\theta_{\min}$, é, portanto, inversamente proporcional a N . Assim, quanto maior o número de fendas iluminadas N , mais estreito será o máximo. Como a intensidade no máximo é proporcional a $N^2 I_0$, a intensidade no máximo multiplicada pela largura do máximo é proporcional a $N I_0$. A intensidade multiplicada pela largura é uma medida da energia por unidade de comprimento no máximo.

A Figura 33-38a mostra um espectroscópio para estudantes que usa uma rede de difração para analisar a luz. Em laboratórios de ensino, a fonte de luz é tipicamente um tubo de vidro contendo átomos de um gás (por exemplo, hélio ou vapor de sódio) que são excitados pelo bombardeamento de elétrons acelerados pela alta tensão no tubo. A luz emitida por fontes como esta contém apenas certos comprimentos de onda que são característicos dos átomos na fonte. A luz da fonte passa através de uma fenda colimadora estreita e se transforma em um feixe paralelo através de uma lente. A luz paralela da lente incide na rede. Em vez de ir até um anteparo distante, a luz paralela da rede é focalizada por um telescópio e observada pelo olho. O telescópio é montado em uma plataforma giratória calibrada para que o ângulo θ possa ser medido. Na direção frontal ($\theta = 0$), o máximo central para todos os comprimentos de onda é visto. Se luz de um particular comprimento de onda λ é emitida pela fonte, o primeiro máximo de interferência é visto em um ângulo θ dado por $d \sin \theta_m = m\lambda$ (Equação 33-26) com $m = 1$. Cada comprimento de onda emitido pela fonte produz uma imagem separada da fenda colimadora no espectroscópio, chamada de **linha espectral**. O conjunto de linhas correspondentes a $m = 1$ é chamado de **espectro de primeira ordem**. O **espectro de segunda ordem** corresponde a $m = 2$ para cada comprimento de onda. Ordens mais elevadas podem ser vistas, desde que o ângulo θ dado por $d \sin \theta_m = m\lambda$ seja menor que 90° . Dependendo dos comprimentos de

FIGURA 33-38 (a) Um espectroscópio típico para estudantes. A luz de uma fenda colimadora próxima à fonte se transforma em um feixe paralelo através de uma lente e incide em uma rede. A luz difratada é vista com um telescópio em um ângulo que pode ser medido com precisão. (b) Vista aérea de um arranjo muito grande de radiotelescópios no Novo México. Os sinais de rádio de galáxias distantes se somam construtivamente quando a Equação 33-26 é satisfeita, onde d é a distância entre dois telescópios adjacentes. ((a) Clarence Bennett/Oakland University, Rochester, Michigan. (b) NRAO/AUI/Science Photo Library/Photo Researchers.)



(a)



(b)

onda, as ordens podem estar misturadas; isto é, a linha de terceira ordem para um comprimento de onda pode ocorrer em um valor menor de θ do que a linha de segunda ordem para outro comprimento de onda. Se o espaçamento entre as fendas na rede é conhecido, os comprimentos de onda emitidos podem ser determinados através das medidas dos ângulos.

Exemplo 33-10 Linhas D do Sódio

A luz do sódio incide em uma rede de difração com 12 000 linhas por centímetro. Em que ângulo as duas linhas amarelas (chamadas de linhas D do sódio) de comprimentos de onda 589,00 nm e 589,59 nm são vistas em primeira ordem?

SITUAÇÃO Aplique $d \sin \theta_m = m\lambda$ para cada comprimento de onda, com $m = 1$ e $d = (1/12\,000)\text{cm}$.

SOLUÇÃO

1. O ângulo θ_m é dado por $d \sin \theta_m = m\lambda$ com $m = 1$:

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{d}$$

2. Calcule θ_1 para $\lambda = 589,00$ nm:

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left[\frac{589,00 \times 10^{-9} \text{ m}}{(1/12\,000) \text{ cm}} \times \left(\frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right) \right] = \boxed{44,98^\circ}$$

3. Repita o cálculo para $\lambda = 589,59$ nm:

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left[\frac{589,59 \times 10^{-9} \text{ m}}{(1/12\,000) \text{ cm}} \times \left(\frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right) \right] = \boxed{45,03^\circ}$$

CHEGAGEM O máximo de primeira ordem para o maior comprimento de onda aparece em um ângulo maior, como esperado.

PROBLEMA PRÁTICO 33-4 Determine os ângulos para os máximos de intensidade de primeira ordem para as duas linhas amarelas se a rede tem 15 000 linhas por centímetro.

Uma característica importante de um espectroscópio é sua habilidade para resolver linhas espectrais com comprimentos de onda aproximadamente iguais, λ_1 e λ_2 . Por exemplo, as duas linhas amarelas proeminentes no espectro do sódio têm comprimentos de onda de 589,00 nm e 589,59 nm. Elas podem ser vistas como dois comprimentos de onda separados se os seus máximos de interferência não se superpuserem. De acordo com o critério de resolução de Rayleigh, estes comprimentos de onda são resolvidos se a separação angular dos seus máximos de interferência for maior que a separação angular entre um máximo de interferência e o primeiro mínimo de interferência de cada lado. O **poder de resolução** de uma rede de difração é definido como $\lambda/|\Delta\lambda|$, onde $|\Delta\lambda|$ é a menor diferença observável entre os dois comprimentos de onda, cada um aproximadamente igual a λ que pode ser resolvido. O poder de resolução é proporcional ao número de fendas iluminadas, pois, quanto maior o número de fendas iluminadas, mais estreitos serão os máximos de interferência. Pode-se mostrar que o poder de resolução R é dado por

$$R = \frac{\lambda}{|\Delta\lambda|} = mN \quad 33-27$$

onde N é o número de fendas iluminadas e m é a ordem de interferência (veja o Problema 78). Podemos ver da Equação 33-27 que, para resolver as duas linhas amarelas em primeira ordem ($m = 1$) do espectro do sódio, o poder de resolução precisa ser

$$R = 1 \times \frac{589,00 \text{ nm}}{589,59 \text{ nm} - 589,00 \text{ nm}} = 998$$

Portanto, para resolver as duas linhas amarelas do sódio em primeira ordem, precisamos de uma rede contendo 998 ou mais fendas na área iluminada pela luz.

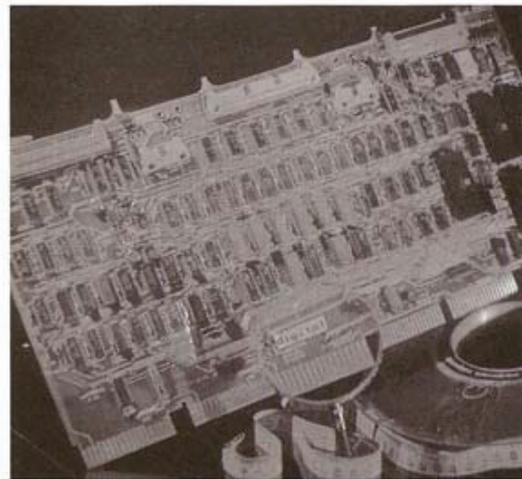
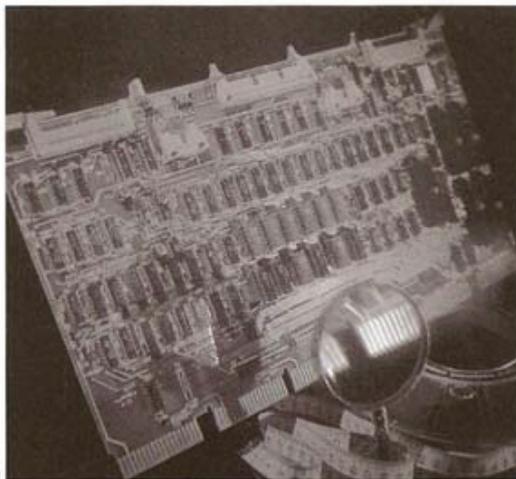
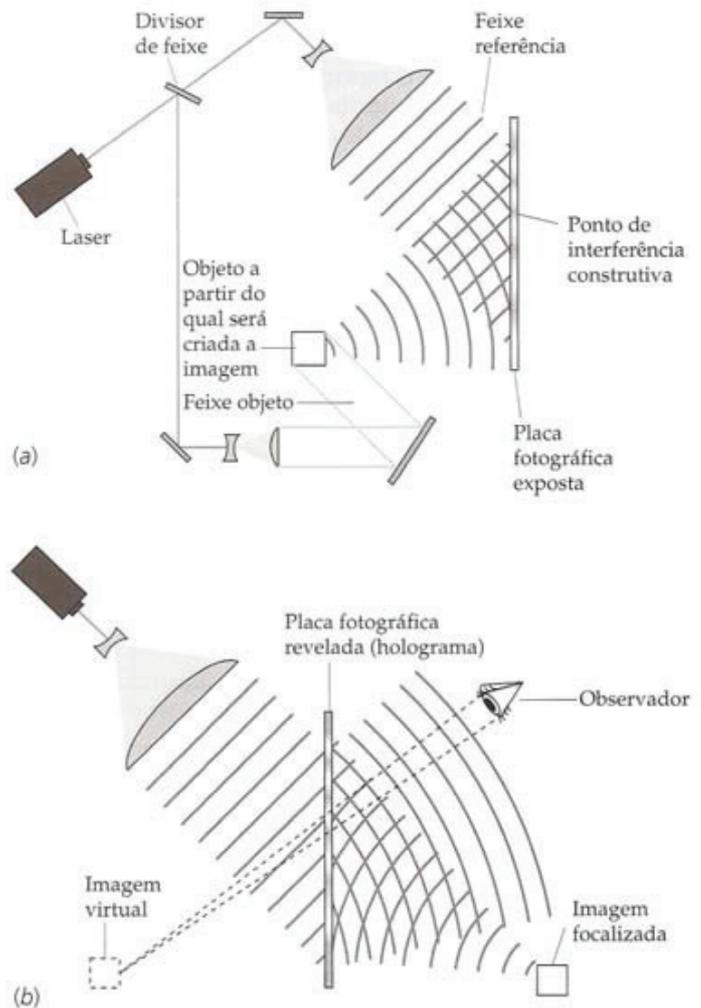
*HOLOGRAMAS

Uma aplicação interessante para as redes de difração é a produção de fotografias tridimensionais chamadas de **hologramas** (Figura 33-39). Em uma fotografia comum,

a intensidade da luz refletida de um objeto é focalizada em uma superfície sensível à luz. Como resultado, uma imagem bidimensional é registrada. Em um holograma, um feixe de laser é dividido em dois, um feixe de referência e um feixe objeto. O feixe objeto reflete do objeto a ser fotografado e o padrão de interferência entre ele e o feixe referência é registrado em um filme transparente coberto com uma emulsão fotossensível. Isso pode ser feito porque o feixe laser é coerente e a diferença de fase relativa entre o feixe referência e o feixe objeto pode ser mantida constante durante a exposição. O filme pode ser usado para produzir uma imagem holográfica depois que a emulsão é revelada (processada quimicamente). As franjas de interferência no filme atuam como uma rede de difração. Quando o filme revelado é iluminado com um laser, uma imagem holográfica tridimensional do objeto é produzida.

Os hologramas que você vê em cartões de crédito ou selos, chamados de hologramas arco-íris, são mais complicados. Uma faixa horizontal do holograma original é usada para fazer um segundo holograma. A imagem tridimensional pode ser vista enquanto o observador se move de lado a lado, mas, se observada usando luz monocromática, a imagem desaparece quando os olhos do observador se movem acima ou abaixo da faixa de imagem. Quando observada com luz branca, a imagem é vista em diferentes cores enquanto o observador se move na direção vertical.

FIGURA 33-39 (a) A produção de um holograma. O padrão de interferência produzido por um feixe de referência e feixe objeto é registrado em um filme fotográfico. (b) Quando o filme é revelado e iluminado por luz coerente de laser, uma imagem tridimensional é vista.



Um holograma visto de dois ângulos diferentes. Observe que partes diferentes da placa do circuito aparecem atrás da lupa. (© 1981 por Ronald R. Erickson, *Holograma de Nicklaus Phillips*, 1978, para Digital Equipment Corporation.) (Veja Encarte em cores.)

Hologramas: Interferência Guiada

A holografia foi inventada por Dennis Gabor em 1948 quando ele tentou melhorar a resolução da microscopia eletrônica.* Ele reconstruiu frentes de onda usando interferência na placa fotográfica para fazer uma imagem que continha informação de fase, bem como informação sobre intensidade. Ele nomeou este tipo de imagem de holografia, devido às palavras gregas para “tudo” e “escrever”, pois ele achou que a inclusão da informação sobre a fase daria uma imagem completa.†

Era extremamente difícil criar aqueles primeiros hologramas e ele não conseguiu a resolução desejada. Ele usou lâmpadas de vapor de mercúrio como fonte de luz. A luz era altamente monocromática, porém incoerente. (A fase da luz flutuava aleatoriamente.) Depois de pouco mais de uma década, após o laser ser inventado, o uso da luz coerente do laser tornou a holografia prática para muitos propósitos.

Hologramas em relevo são usados freqüentemente, pois têm baixo custo. Estes hologramas são feitos por estamparia a quente em um filme plástico metalizado‡ com uma matriz que é uma cópia negativa das linhas de interferência extremamente rasas (aproximadamente 0,3–0,5 micrometro de profundidade) presentes em um holograma.§ O filme plástico é, então, uma duplicata das franjas de interferência muito pequenas do holograma original. Quando a luz brilha através do filme e reflete no fundo metálico, a imagem holográfica é reconstruída. Praticamente todos os hologramas em relevo são hologramas arco-íris — possíveis de serem vistos sem o uso de um laser. A criação do original de um holograma arco-íris é um processo complexo envolvendo múltiplas exposições em ângulos precisos.¶

Hologramas em relevo são visíveis e reconhecidos com facilidade, e difíceis de falsificar.‡ Como eles podem substituir etiquetas de papel ou serem adicionados ao papel ou plástico, eles são usados em cartões de crédito, embalagens farmacêuticas, dinheiro e cheques de viagem como um método rápido para autenticação.†**

Em janeiro de 1999, a Ford Motor usou uma série de hologramas digitais para criar um holograma de 3 metros por 1,20 metros de um carro conceitual. Os hologramas foram impressos diretamente a partir de dados projetados no computador.†† A holografia digital é atualmente usada para auxiliar os médicos a visualizarem os resultados de tomografia computadorizada ou de ressonância magnética.†† A saída de uma série de varreduras de tomografia ou ressonância é coletada, processada digitalmente e, então, impressa em um único holograma, que pode ser observado em um dispositivo portátil. O holograma resultante permite aos cirurgiões prepararem cirurgias difíceis††† e podem, também, ter aplicações biomédicas e de engenharia industrial.‡‡ A holografia digital está começando a ser usada em aplicações de vídeo holográficas.‡‡‡

Os hologramas também têm sido usados como substitutos para lentes tradicionais. Os elementos ópticos holográficos permitem a construção de telas menores e mais compactas. Telas para pilotos de aeronaves são criadas usando elementos ópticos holográficos.†† Um sistema extremamente compacto que usa hologramas calculados digitalmente como elemento óptico tem sido testado para uso como projetor para telefone celular.†††† O uso de hologramas como elementos ópticos e para armazenamento de dados ópticos depende de avanços em materiais que sejam mais leves, resistentes e que apresentem as propriedades ópticas desejadas.†††††

Recentemente, os hologramas têm sido usados para medida do potencial eletrostático††††† e de campos magnéticos††††† de objetos muito pequenos. Eles também têm sido usados para aumentar a resolução óptica para lentes de raios X.‡‡‡‡ Mais de cinquenta anos depois de os hologramas terem sido inventados, eles são usados para melhorar a resolução de imagens microscópicas.

* Gabor, D., “Nobel Lecture.” *Nobel Prize Lectures*, 1971, Dec. 11, 1971, at http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1971/gabor-lecture.pdf As of Nov. 2006.

† Scanlon, L., “The Whole Picture.” *Technology Review*, Dec. 2002/Jan. 2003, Vol. 105, No. 10, p. 88.

‡ Ruschmann, H. W., “Apparatus for Embossing Holograms on Metallized Thermoplastic Films.” *United States Patent 4,547,141*, Oct. 15, 1985.

§ Abraham, N. C., “Optical Data Storage Disc.” *United States Patent 5,452,282*, Sept. 19, 1995.

¶ Benton, S., Houde-Walter, W., and Mingace, Jr., H., “Methods of Making Holographic Images.” *United States Patent 4,415,225*, Nov. 15, 1983.

‡ Cross, L., “Brand Security.” *Graphic Arts Monthly*, Jan. 2006, Vol. 78, No. 1, pp. 32–33.

† “MasterCard Renews Hologram Contract.” *American Banker*, Mar. 3, 2003, Vol. 168, No. 44, p. 18.

** Miller, H. L., “Fear and Pharmaceutical Failure.” *The Washington Times*, Oct. 5, 2006, p. A16.

†† Mahoney, D. P., “Ford Drives Holography Development.” *Computer Graphics World*, Feb. 1999, Vol. 22, No. 2, pp. 12–13.

††† Samudhram, A., “Digital Holography Opens New Frontiers.” *New Straits Times (Malaysia)*, Nov. 23, 2000, p. 2W.

†††† Penrod, S., “3D Imaging Assisting Surgeons in Separation Surgery.” *Local News, KSL*, Salt Lake City, Aug. 7, 2006. At <http://www.ksl.com/?nid=148&sid=408002> As of Dec. 2006.

‡‡ Liu, C., Yan, C., and Gao, S., “Digital Holographic Method for Tomography Reconstruction.” *Applied Physics Letters*, Feb. 9, 2004, Vol. 84, No. 6, pp. 1010–1012.

‡‡‡ Freedman, D. H., “Holograms in Motion.” *Technology Review*, Nov. 2002, Vol. 105, No. 9, pp. 48–55.

‡‡‡† Stevens, T., “Holograms: More than Pretty Pictures.” *Industry Week*, Oct. 4, 1993, Vol. 242, No. 19, pp. 34–46.

‡‡‡†† Buckley, E., “Miniature Projectors Based on LBO Technology.” *SID Mobile Displays Conference*, San Diego: Oct. 3–5, 2006. At http://www.lightblueoptics.com/images/news/SID_Mobile_Displays_2006.pdf As of Nov. 2006.

†††† Huang, G. T., “Holographic Memory.” *Technology Review*, Sept. 2005, Vol. 108, No. 9, pp. 64–67.

††††† Chou, L.-J., Chang, M.-T., and Chueh, Y.-L., “Electron Holography for Improved Measurement of Microfields in Nanoelectrode Assemblies.” *Applied Physics Letters*, Jul. 10, 2006, Vol. 89, No. 2, Letter 023112, 3 pp.

†††††† Nepijko, S., and Wiesendanger, R., “Studies of Magnetic Properties of Small Particles by Electron Holography.” *Applied Physics A, Materials Science and Processing*, 1997, Vol. 65, No. 4/5, pp. 361–366.

‡‡‡‡†† Solak, H. H., David, C., and Gobrecht, J., “Fabrication of High-Resolution Zone Plates with Wideband Extreme-Ultraviolet Holography.” *Applied Physics Letters*, Oct. 4, 2004, Vol. 85, No. 14, pp. 2700–2702.

TÓPICO	EQUAÇÕES RELEVANTES E OBSERVAÇÕES
1. Interferência	Duas ondas de luz superpostas interferem se a diferença de fase entre elas permanece constante por um tempo longo o suficiente para observar a interferência. Elas interferem construtivamente se a diferença de fase é zero ou um número inteiro multiplicado por 360° . Elas interferem destrutivamente se a diferença de fase entre elas é 180° ou um número ímpar multiplicado por 180° .
Diferença de fase devida à diferença de caminho óptico	$\delta = \frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi$ 33-1
Diferença de fase devida à reflexão	Uma diferença de fase de 180° é introduzida quando a luz é refletida em uma interface entre dois meios onde a velocidade da luz é maior no lado da onda incidente na interface.
Filmes finos	A interferência de ondas luminosas refletidas nas duas superfícies de um filme fino produz franjas de interferência, normalmente observadas em bolhas de sabão ou filmes de óleo. A diferença de fase entre as duas ondas refletidas resulta da diferença de caminho óptico do dobro da espessura do filme mais qualquer mudança de fase devida à reflexão de um ou de ambos os raios.
Fenda dupla	A diferença de caminho óptico em um ângulo θ em um anteparo distante de duas fendas estreitas separadas por uma distância d é $d \sin \theta$. Se a intensidade devida a cada fenda separadamente é I_0 , a intensidade em pontos de interferência construtiva é $4I_0$, e a intensidade em pontos de interferência destrutiva é zero.
Máximos de interferência em fenda dupla (fontes em fase)	$d \sin \theta_m = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$ 33-2
Máximos de interferência em fenda dupla (fontes fora de fase por 180°)	$d \sin \theta_m = (m - \frac{1}{2})\lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots$ 33-3
2. Difração	A difração ocorre sempre que uma porção de uma frente de onda é limitada por um obstáculo ou por uma abertura. A intensidade da luz de qualquer ponto no espaço pode ser calculada usando a construção de Huygens tomando cada ponto da frente de onda como uma fonte puntiforme e calculando o padrão de interferência resultante.
Padrões de Fraunhofer	Os padrões de Fraunhofer são observados a grandes distâncias do obstáculo ou abertura e, portanto, os raios atingindo qualquer ponto são aproximadamente paralelos ou eles podem ser observados usando uma lente para focalizar os raios paralelos em um anteparo colocado no plano focal da lente.
Padrões de Fresnel	Os padrões de Fresnel são observados em pontos não necessariamente distantes da fonte.
Fenda simples	Quando a luz incide em uma fenda simples de largura a , o padrão de intensidade em um anteparo distante mostra um máximo central de difração largo que diminui a zero em um ângulo θ_1 , dado por $\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{a}$ 33-9 A largura do máximo central é inversamente proporcional à largura da fenda. Os zeros no padrão de difração de fenda simples ocorrem em ângulos dados por $a \sin \theta_m = m\lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots$ 33-11 Os máximos de cada lado do máximo central têm intensidades muito menores que a intensidade do máximo central.
Fenda dupla	O padrão de interferência-difração de duas fendas é o padrão de interferência de fenda dupla modulado pelo padrão de difração de fenda simples.
Resolução de duas fontes	Quando a luz de duas fontes puntiformes próximas entre si passa através de uma abertura, os padrões de difração das fontes podem se superpor. Se a superposição é muito grande, as duas fontes não podem ser resolvidas como duas fontes separadas. Quando o máximo central de difração de uma fonte coincide com o mínimo de difração da outra fonte, dizemos que as fontes estão no limite de resolução de acordo com o critério de Rayleigh. Para uma abertura circular de diâmetro D , a separação angular crítica entre as duas fontes para o critério de resolução de Rayleigh é dado por
Critério de Rayleigh	$\alpha_c = 1,22 \frac{\lambda}{D}$ 33-25

TÓPICO

EQUAÇÕES RELEVANTES E OBSERVAÇÕES

*Redes

Uma rede de difração que consiste em um grande número de linhas ou fendas igualmente espaçadas é usada para medir o comprimento de onda da luz emitida por uma fonte. As posições dos máximos de interferência de ordem m para uma rede estão em ângulos dados por

$$d \sin \theta_m = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad 33-26$$

O poder de resolução de uma rede é

$$R = \frac{\lambda}{|\Delta\lambda|} = mN \quad 33-27$$

onde N é o número de fendas da rede que estão iluminadas e m é o número de ordem.

3. *Fasores

Duas ou mais ondas harmônicas podem ser somadas representando cada onda pela componente y de um vetor bidimensional chamado de fasor. A diferença de fase entre as duas ondas harmônicas é representada pelo ângulo entre os fasores.

Respostas das Checagens Conceituais

- 33-1 6
- 33-2 Verdadeiro. A difração de Fresnel é o nome que descreve as observações quando o anteparo está a qualquer distância da fonte de difração. A difração de Fraunhofer é o nome que descreve as observações no limite que o anteparo está distante da fonte de difração.

Respostas dos Problemas Práticos

- 33-1 9,2 cm⁻¹
- 33-2 4,4 mm
- 33-3 $A = 5,0 \text{ V/m}$, $\delta = 37^\circ$
- 33-4 62,07° e 62,18°

Problemas

Em alguns problemas, você recebe mais dados do que necessita; em alguns outros, você deve acrescentar dados de seus conhecimentos gerais, fontes externas ou estimativas bem fundamentadas.

Interprete como significativos todos os algarismos de valores numéricos que possuem zeros em seqüência sem vírgulas decimais.

- Um só conceito, um só passo, relativamente simples
 - Nível intermediário, pode requerer síntese de conceitos
 - Desafiante, para estudantes avançados
- Problemas consecutivos sombreados são problemas pareados.

PROBLEMAS CONCEITUAIS

- 1 • Uma diferença de fase devida a uma diferença de caminho óptico é observada para luz visível monocromática. Qual diferença de fase requer a menor (mínima) diferença de caminho óptico? (a) 90°, (b) 180°, (c) 270°, (d) a resposta depende do comprimento de onda da luz.
- 2 • Qual dos seguintes pares de fontes de luz são coerentes: (a) duas velas, (b) uma fonte puntiforme e sua imagem em um espelho plano, (c) dois orifícios uniformemente iluminados pela mesma fonte puntiforme, (d) os dois faróis de um carro, (e) duas imagens de uma fonte puntiforme devidas à reflexão nas duas superfícies de uma bolha de sabão?
- 3 • O espaçamento entre os anéis de Newton diminui rapidamente à medida que o diâmetro dos anéis aumenta. Explique por que ocorre este resultado.
- 4 • Se o ângulo de um filme de ar no formato de uma cunha tal como o ângulo no Exemplo 33-2 é muito grande, as franjas não são observadas. Por quê?
- 5 • Por que um filme usado para observar cores de interferência deve ser fino?
- 6 • Um anel feito de fio é mergulhado em água com sabão e segurado para que o filme de água com sabão fique na vertical. (a)

Observado por reflexão e usando luz branca, o topo do filme aparece preto. Explique por quê. (b) Abaixo da região preta há bandas coloridas. A primeira banda é vermelha ou violeta?

- 7 • Um padrão de interferência de fenda dupla é formado usando luz de laser monocromática com comprimento de onda de 640 nm. No segundo máximo a partir do máximo central, qual é a diferença de caminho óptico entre a luz vinda de cada uma das fendas? (a) 640 nm, (b) 320 nm, (c) 960 nm, (d) 1280 nm.
- 8 • Um padrão de interferência de fenda dupla é formado usando luz de laser monocromática com comprimento de onda de 640 nm. No primeiro mínimo do máximo central, qual é a diferença de caminho óptico entre a luz vinda de cada uma das fendas? (a) 640 nm, (b) 320 nm, (c) 960 nm, (d) 1280 nm.
- 9 • Um padrão de interferência de fenda dupla é formado usando luz de laser monocromática com comprimento de onda de 450 nm. O que acontece com a distância entre o primeiro máximo e o máximo central quando as duas fendas se aproximam? (a) A distância aumenta. (b) A distância diminui. (c) A distância permanece a mesma.
- 10 • Um padrão de interferência de fenda dupla é formado usando dois lasers monocromáticos diferentes, um verde e um vermelho. Qual cor tem seu primeiro máximo mais próximo do máximo central? (a) verde, (b) vermelho, (c) ambos os máximos estão na mesma posição.

11 • Um padrão de difração de fenda simples é formado usando luz de laser monocromático com comprimento de onda de 450 nm. O que acontece com a distância entre o primeiro máximo e o máximo central quando a largura da fenda diminui? (a) A distância aumenta. (b) A distância diminui. (c) A distância permanece a mesma.

12 • A Equação 33-2, que é $d \sin \theta_m = m\lambda$, e a Equação 33-11, que é $a \sin \theta_m = m\lambda$, algumas vezes são confundidas. Para cada equação, defina os símbolos e explique a aplicação de cada equação.

13 • Quando uma rede de difração é iluminada com luz branca, o máximo de primeira ordem da luz verde (a) está mais próximo do máximo central que o máximo de primeira ordem da luz vermelha, (b) está mais próximo do máximo central que o máximo de primeira ordem da luz azul, (c) se superpõe ao máximo de segunda ordem da luz vermelha, (d) se superpõe ao máximo de segunda ordem da luz azul.

14 • Um experimento de interferência de fenda dupla é montado em uma câmara na qual é possível fazer vácuo. Usando luz de um laser de hélio-neônio, um padrão de interferência é observado quando a câmara está aberta ao ar. Quando é feito vácuo na câmara, observaremos que (a) as franjas de interferência permanecem fixas, (b) as franjas de interferência se aproximam, (c) as franjas de interferência se afastam, (d) as franjas de interferência desaparecem completamente.

15 • Verdadeiro ou falso:

(a) Quando ondas interferem destrutivamente, a energia é convertida em calor.

(b) Padrões de interferência são observados apenas se as fases relativas das ondas que se superpõem permanecem constantes.

(c) No padrão de difração de Fraunhofer para uma fenda simples, quanto mais estreita a fenda, mais largo é o máximo central do padrão de difração.

(d) Uma abertura circular pode produzir um padrão de difração de Fraunhofer e um padrão de difração de Fresnel.

(e) A capacidade de resolver duas fontes puntiformes depende do comprimento de onda da luz.

16 • Você observa duas fontes muito próximas de luz branca através de uma abertura circular usando vários filtros. Que cor de filtro é mais provável que evite que você consiga resolver as imagens na sua retina como duas fontes distintas? (a) vermelha, (b) amarela, (c) verde, (d) azul, (e) a escolha do filtro é irrelevante.

17 •• Explique por que a habilidade para distinguir os dois faróis de um carro vindo a certa distância é maior para o olho humano à noite do que durante o dia. Considere que os faróis do carro que se aproxima estejam ligados tanto durante o dia como durante a noite.

ESTIMATIVA E APROXIMAÇÃO

18 • Diz-se que a Grande Muralha da China é a única construção humana que pode ser vista do espaço sem auxílio de equipamento. Verifique se esta afirmativa é verdadeira, baseando-se no poder de resolução do olho humano. Considere que os observadores estejam em uma órbita baixa da Terra a uma altitude de aproximadamente 250 km.

19 •• (a) Estime quão próximo um carro se aproximando à noite em uma rodovia plana e retilínea de uma auto-estrada pode estar antes que seus faróis sejam distinguidos de um único farol de uma motocicleta. (b) Estime quão longe de você um carro está se suas duas luzes traseiras vermelhas se superpõem como se fossem uma só.

20 •• Um pequeno alto-falante está localizado a uma grande distância a leste de você. O alto-falante é acionado por uma corrente senoidal cuja frequência pode ser variada. Estime a menor frequência para a qual seus ouvidos receberiam as ondas de som exatamente fora de fase quando você está olhando para o norte.

21 •• Estime a distância máxima na qual um sistema binário de estrelas pode ser resolvido pelo olho humano. Considere que as

duas estrelas estejam aproximadamente cinquenta vezes mais afastadas que a Terra e o Sol estão. Despreze qualquer efeito da atmosfera. (Um teste similar a este “teste de olho” foi usado na Roma antiga para testar a acuidade de visão antes de entrar no exército. Uma pessoa com visão normal poderia resolver, no limite, duas estrelas bem conhecidas que aparecem próximas no céu. Qualquer um que não dissesse onde as duas estrelas estavam falhava no teste.)

DIFERENÇA DE FASE E COERÊNCIA

22 • Luz com comprimento de onda de 500 nm incide normalmente em um filme de água de $1,00 \mu\text{m}$ de espessura. (a) Qual é o comprimento de onda da luz na água? (b) Quantos comprimentos de onda estão contidos na distância $2t$, onde t é a espessura do filme? (c) O filme tem ar em ambos os lados. Qual é a diferença de fase entre a onda refletida pela superfície da frente e a onda refletida pela superfície de trás na região onde as duas ondas refletidas se superpõem?

23 •• Duas fontes coerentes de microondas produzem ondas com um comprimento de onda igual a 1,50 cm. As fontes estão localizadas no plano $z = 0$, uma em $x = 0$, $y = 15,0$ cm e a outra em $x = 3,00$ cm, $y = 14,0$ cm. Se as fontes estão em fase, determine a diferença de fase entre as duas ondas para um receptor localizado na origem.

INTERFERÊNCIA EM FILMES FINOS

24 • Um filme de ar no formato de uma cunha é feito colocando um pequeno pedaço de papel entre as bordas de duas placas planas de vidro. Luz com comprimento de onda de 700 nm incide normalmente nas placas de vidro e são observadas franjas de interferência por reflexão. (a) A primeira franja próxima ao ponto de contato entre as placas é preta ou brilhante? Por quê? (b) Se há cinco franjas escuras por centímetro, qual é o ângulo da cunha?

25 •• Os diâmetros de fibras finas podem ser medidos com precisão usando padrões de interferência. Duas placas opticamente planas de vidro, cada uma com comprimento L , são dispostas com a fibra entre elas, como mostra a Figura 33-40. O arranjo é iluminado com luz monocromática e as franjas de interferência resultantes são observadas. Considere que L é 20,0 cm e que luz amarela de sódio (590 nm) é usada para iluminação. Se 19 franjas brilhantes são vistas ao longo desta distância de 20,0 cm, quais são os limites para o diâmetro da fibra? *Dica: A décima-nona franja pode não estar bem no final, mas você não enxerga nada da vigésima franja.*

26 •• Luz com comprimento de onda de 600 nm é usada para iluminar duas placas de vidro com incidência normal. As placas têm 22 cm de comprimento, se encostam em uma extremidade e estão separadas na outra extremidade por um fio que tem raio igual a 0,025 mm. Quantas franjas brilhantes aparecem ao longo do comprimento total das placas?



FIGURA 33-40 Problema 25

27 •• Um filme fino com índice de refração de 1,50 é envolto por ar. Ele é iluminado com incidência normal por luz branca. A análise da luz refletida mostra que os comprimentos de onda de 360, 450 e 602 nm são os únicos faltando na porção visível, ou próxima dela, do espectro. Isto é, para estes comprimentos de onda, há interferência destrutiva. (a) Qual é a espessura do filme? (b) Quais comprimentos de onda visíveis são mais brilhantes no padrão de interferência refletido? (c) Se este filme estivesse sobre vidro com índice de refração

de 1,60, quais comprimentos de onda no espectro visível estariam faltando na luz refletida?

28 •• Uma gota de óleo (índice de refração de 1,22) flutua na água (índice de refração de 1,33). Quando a luz refletida é observada de cima, como mostrado na Figura 33-41, qual é a espessura da gota no ponto onde a segunda franja vermelha, contando da borda da gota, é observada? Considere que a luz vermelha tem comprimento de onda de 650 nm.



FIGURA 33-41 Problema 28

29 •• Um filme de óleo com índice de refração de 1,45 repousa sobre uma superfície de vidro opticamente plana que tem índice de refração de 1,60. Quando iluminado com luz branca em incidência normal, luz com comprimento de onda de 690 nm e 460 nm predomina na reflexão. Determine a espessura do filme de óleo.

30 •• Um filme de óleo com índice de refração de 1,45 flutua na água. Quando iluminado por luz branca em incidência normal, luz com comprimentos de onda de 700 nm e 500 nm predomina na reflexão. Determine a espessura do filme de óleo.

ANÉIS DE NEWTON

31 •• Um dispositivo para obtenção de anéis de Newton consiste em uma lente plano-convexa de vidro com raio de curvatura R que repousa sobre uma placa plana de vidro, como mostrado na Figura 33-42. O filme fino é de ar com espessura variável. O dispositivo é iluminado de cima pela luz de uma lâmpada de sódio com comprimento de onda de 590 nm. O padrão é observado na luz refletida. (a) Mostre que para uma espessura t a condição para um anel de interferência brilhante (construtiva) é $2t = (m + \frac{1}{2})\lambda$, onde $m = 0, 1, 2, \dots$ (b) Mostre que, para $t \ll R$, o raio r de uma franja está relacionado a t por $r = \sqrt{2tR}$. (c) Para um raio de curvatura de 10,0 m e uma lente de 4,00 cm de diâmetro, quantas franjas brilhantes você veria na luz refletida? (d) Qual seria o diâmetro da sexta franja brilhante? (e) Se o vidro usado no dispositivo tem índice de refração $n = 1,50$ e o ar for substituído por água entre as duas partes de vidro, explique qualitativamente as variações que ocorrerão no padrão de franjas brilhantes.

32 •• Uma lente de vidro plano-convexa de raio de curvatura 2,00 m repousa sobre uma placa de vidro opticamente plana. O arranjo é iluminado de cima usando luz monocromática com comprimento de onda de 520 nm. Os índices de refração da lente e da placa são 1,60. Determine os raios da primeira e da segunda franjas desde o centro da luz refletida.

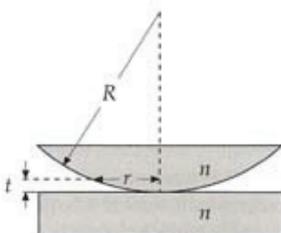


FIGURA 33-42 Problema 31

33 ••• Considere que, antes que a lente do Problema 32 seja colocada sobre a placa, um filme de óleo com índice de refração igual a 1,82 seja depositado sobre a placa. Quais seriam, então, os raios das primeira e segunda franjas brilhantes?

PADRÕES DE INTERFERÊNCIA DE FENDA DUPLA

34 • Duas fendas estreitas separadas por 1,00 mm são iluminadas por luz com comprimento de onda de 600 nm e o padrão de interferência é observado em um anteparo a 2,00 m de distância. Calcule o número de franjas brilhantes por centímetro no anteparo na região próxima à franja central.

35 • Usando um dispositivo convencional de fenda dupla e luz com comprimento de onda de 589 nm, 28 franjas brilhantes por centímetro são observadas próximo ao centro de um anteparo a 3,00 m de distância. Qual é a separação entre as fendas?

36 • Luz com comprimento de onda de 633 nm de um laser de hélio-neônio incide normalmente em um plano contendo duas fendas. O primeiro máximo de interferência está a 82 cm do máximo central no anteparo que está a 12 m de distância. (a) Determine a separação entre as fendas. (b) Quantos máximos de interferência é possível, em princípio, observar?

37 •• Duas fendas estreitas estão separadas por uma distância d . Seu padrão de interferência deve ser observado em um anteparo a uma grande distância L . (a) Calcule o espaçamento entre máximos sucessivos próximos à franja central para luz com comprimento de onda de 500 nm quando L é 1,00 m e d é 1,00 cm. (b) Você esperaria ser capaz de observar a interferência da luz no anteparo para esta situação? (c) Quão próximas as fendas deveriam ser colocadas para que os máximos estivessem separados por 1,00 mm para este comprimento de onda e distância do anteparo?

38 •• Luz incide formando um ângulo ϕ com a normal em um plano vertical que contém duas fendas de separação d (Figura 33-43). Mostre que os máximos de interferência estão localizados em ângulos θ_m dados por $\sin \theta_m + \sin \phi = m\lambda/d$.

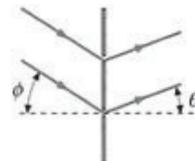


FIGURA 33-43 Problemas 38 e 39

39 •• Luz branca incide em um ângulo de 30° com a normal a um plano que tem um par de fendas separadas por 2,50 μm. Quais comprimentos de onda na região do visível dão máximos de interferência na luz transmitida na direção normal ao plano? (Veja o Problema 38.)

40 •• Dois pequenos alto-falantes estão separados por uma distância de 5,0 cm, como mostrado na Figura 33-44. Os alto-falantes são acionados em fase com um sinal de onda senoidal de frequência 10 kHz. Um pequeno microfone é colocado a uma distância de 1,00 m dos alto-falantes no eixo que passa pelo meio dos dois e o microfone é, então, movido perpendicularmente ao eixo. Onde o microfone registra o primeiro mínimo e o primeiro máximo do padrão de interferência dos alto-falantes? A velocidade do som no ar é 343 m/s.

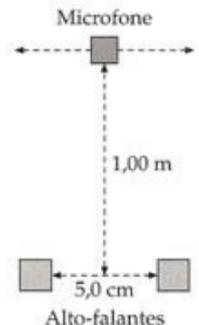


FIGURA 33-44 Problema 40

PADRÃO DE DIFRAÇÃO DE FENDA SIMPLES

- 41 • Luz com comprimento de onda de 600 nm incide em uma fenda longa e estreita. Determine o ângulo do primeiro mínimo de difração se a largura da fenda é (a) 1,0 mm, (b) 0,10 mm e (c) 0,010 mm.
- 42 • Microondas planas incidem em uma fina placa metálica que tem uma fenda longa e estreita de largura 5,0 cm. A radiação de microondas incide na lâmina com incidência normal. O primeiro mínimo de difração é observado em $\theta = 37^\circ$. Qual é o comprimento de onda das microondas?
- 43 ••• A medida da distância até a Lua (distância lunar) é rotineiramente feita através de pulsos curtos de laser e da medida do tempo que eles levam para refletir na Lua. Um pulso é disparado da Terra. Para enviá-lo, o pulso é expandido para que preencha a abertura de um telescópio com 15 cm de diâmetro. Considerando que a única causa da abertura do feixe é a difração e que o comprimento de onda da luz é 500 nm, qual será a largura do feixe quando ele atingir a Lua, a $3,82 \times 10^8$ km de distância.

PADRÕES DE INTERFERÊNCIA-DIFRAÇÃO DE FENDA DUPLA

- 44 • Quantos máximos de interferência estarão contidos no máximo central de difração no padrão de interferência-difração de fenda dupla se a separação entre as fendas for exatamente 5 vezes o valor da largura de cada uma? Quantas existirão se a separação entre as fendas é um múltiplo inteiro da largura da fenda (isto é, $d = na$ para qualquer valor de n)?
- 45 •• Um padrão de interferência-difração de fenda dupla do tipo Fraunhofer é observado usando luz com comprimento de onda de 500 nm. As fendas estão separadas por 0,100 mm e têm largura desconhecida. (a) Determine a largura se o quinto máximo de interferência está no mesmo ângulo que o primeiro mínimo de difração. (b) Para este caso, quantas franjas brilhantes de interferência serão vistas no máximo central de difração?
- 46 •• Um padrão de interferência-difração de fenda dupla do tipo Fraunhofer é observado usando luz com comprimento de onda de 700 nm. As fendas têm larguras de 0,010 mm e estão separadas por 0,20 mm. Quantas franjas brilhantes serão vistas no máximo central de difração?
- 47 •• Considere que o máximo *central* de difração para duas fendas tenha 17 franjas de interferência para algum comprimento de onda da luz. Quantas franjas de interferência seriam esperadas no máximo de difração adjacente ao lado do máximo central de difração?
- 48 •• Luz com comprimento de onda igual a 550 nm ilumina duas fendas cujas larguras são iguais a 0,030 mm e a separação entre elas é 0,15 mm. (a) Quantos máximos de interferência estão inseridos na largura completa do máximo central de difração? (b) Qual é a razão entre a intensidade do terceiro máximo de interferência de um lado do máximo central de interferência e a intensidade do máximo central de interferência?

*USANDO FASORES PARA SOMAR ONDAS HARMÔNICAS

- 49 • Determine a resultante de duas ondas cujos campos elétricos em uma dada posição variam com o tempo como se segue: $2A_0 = \vec{E}_1 = 2,0 \sin \omega t \hat{i}$ e $3A_0 = \vec{E}_2 = 3,0 \sin(\omega t + \frac{3}{2}\pi) \hat{i}$.
- 50 • Determine a resultante de duas ondas cujos campos elétricos em uma dada posição variam com o tempo como se segue: $4A_0 = \vec{E}_1 = 4,0 \sin \omega t \hat{i}$ e $3A_0 = \vec{E}_2 = 3,0 \sin(\omega t + \frac{1}{6}\pi) \hat{i}$.

- 51 •• Luz monocromática incide em uma lâmina que contém uma fenda longa e estreita (Figura 33-45). Seja I_0 a intensidade no máximo central do padrão de difração em um anteparo distante, e seja I a intensidade no segundo máximo desde o máximo central. A distância deste segundo máximo até a borda mais distante da fenda é aproximadamente 2,5 comprimentos de onda maior que a distância do segundo máximo até a borda mais próxima da fenda. Qual é a razão entre I e I_0 ?

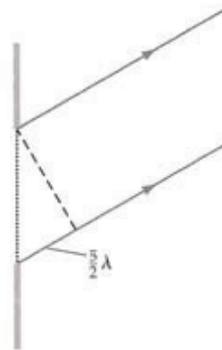


FIGURA 33-45 Problema 51

- 52 •• Luz monocromática incide em uma lâmina que tem três fendas longas, estreitas e igualmente espaçadas por uma distância d . (a) Mostre que as posições dos mínimos de interferência em um anteparo a uma grande distância L da lâmina com as fendas (com $d \ll \lambda$) são dadas aproximadamente por $y_m = m\lambda L/3d$, onde $m = 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, \dots$, isto é, m não é um múltiplo de 3. (b) Para um anteparo a uma distância de 1,00 m, luz de comprimento de onda de 500 nm e um espaçamento entre as fontes de 0,100 mm, calcule a largura do máximo principal de interferência (a distância entre mínimos sucessivos) para as três fontes.
- 53 •• Luz monocromática incide em uma lâmina que tem quatro fendas longas, estreitas e igualmente espaçadas por uma distância d . (a) Mostre que as posições dos mínimos de interferência em um anteparo a uma grande distância L da lâmina com as fendas (com $d \ll \lambda$) são dadas aproximadamente por $y_m = m\lambda L/4d$, onde $m = 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, \dots$, isto é, m não é um múltiplo de 4. (b) Para um anteparo a uma distância de 2,00 m, luz de comprimento de onda de 600 nm e um espaçamento entre as fontes de 0,100 mm, calcule a largura do máximo principal de interferência (a distância entre mínimos sucessivos) para as quatro fontes. Compare a largura com a de duas fontes com o mesmo espaçamento.
- 54 •• Luz com comprimento de onda de 480 nm incide normalmente em quatro fendas. Cada fenda tem $2,00 \mu\text{m}$ de largura e a separação centro a centro entre ela e a próxima fenda é $6,00 \mu\text{m}$. (a) Determine a largura angular do máximo central de intensidade do padrão de difração de fenda simples em um anteparo distante. (b) Determine a posição angular de todos os máximos de interferência que estão no interior do máximo central de difração. (c) Determine a largura angular do máximo central de interferência. Isto é, determine o ângulo entre os primeiros mínimos de interferência de cada lado do máximo central de interferência. (d) Faça um esboço da intensidade relativa como função do seno do ângulo.
- 55 ••• Três fendas, cada uma separada da fenda ao lado por $60,0 \mu\text{m}$, são iluminadas no máximo central de intensidade por uma fonte de luz coerente com comprimento de onda igual a 550 nm. As fendas são extremamente estreitas. Um anteparo é colocado a 2,50 m das fendas. A intensidade é $50,0 \text{ mW/m}^2$. Considere a posição a 1,72 cm do máximo central. (a) Desenhe um diagrama de fasores adequado para a adição das três ondas harmônicas naquela posição. (b) Do diagrama de fasores, calcule a intensidade da luz naquela posição.
- 56 ••• Na difração de fenda simples de Fraunhofer, o padrão de intensidade (Figura 33-11) consiste em um máximo central largo com uma seqüência de máximos secundários de cada lado do máximo

central. A intensidade é dada por $I = I_0 \left(\frac{\sin \frac{1}{2} \phi}{\frac{1}{2} \phi} \right)^2$, onde ϕ é a dife-

rença de fase entre as ondas secundárias chegando das extremidades opostas das fendas. Calcule os valores de ϕ para os primeiros três máximos secundários de um lado do máximo central determinando os valores de ϕ para os quais $dI/d\phi$ é igual a zero. Confira seus resultados comparando suas respostas com valores aproximados para ϕ igual a 3π , 5π e 7π . (Na discussão sobre a Figura 33-27 será mostrado que estes valores de ϕ são aproximadamente corretos nos máximos de intensidade secundários.)

DIFRAÇÃO E RESOLUÇÃO

57 • Luz com comprimento de onda igual a 700 nm incide em um orifício com diâmetro de 0,100 mm. (a) Qual é o ângulo entre o máximo central e o primeiro mínimo de difração para o padrão de difração de Fraunhofer? (b) Qual é a distância entre o máximo central e o primeiro mínimo de difração em um anteparo a 8,00 m de distância?

58 • Duas fontes de luz com comprimentos de onda iguais a 700 nm estão a 10,0 m de distância do orifício do Problema 57. Qual deve ser a separação entre as fontes para que seus padrões de difração sejam resolvidos pelo critério de Rayleigh?

59 • Duas fontes de luz com comprimentos de onda iguais a 700 nm estão separadas por uma distância horizontal x . Elas estão a 5,00 m de uma fenda vertical de largura 0,500 mm. Qual é o menor valor de x para o qual o padrão de difração das fontes possa ser resolvido pelo critério de Rayleigh?

60 •• O teto de seu quarto de leitura provavelmente seja coberto com telha acústica, que tem pequenos orifícios separados por aproximadamente 6,0 mm. (a) Usando luz com comprimento de onda de 500 nm, a que distância da cobertura você pode estar e ainda resolver os orifícios? Considere que o diâmetro da pupila dos seus olhos seja de aproximadamente 5,0 mm. (b) Você poderia resolver os orifícios melhor usando luz vermelha ou luz violeta? Explique sua resposta.

61 •• O telescópio do Monte Palomar tem diâmetro de 500 cm. Considere que uma estrela dupla esteja a 4,00 anos-luz de distância. Em condições ideais, qual deve ser a mínima separação entre as duas estrelas para que suas imagens sejam resolvidas usando luz com comprimento de onda de 550 nm?

62 •• A estrela Mizar na Ursa Maior é um sistema binário de estrelas que têm magnitudes aproximadamente iguais. A separação angular entre as duas estrelas é 14 segundos de arco. Qual é o diâmetro mínimo da pupila que permite a resolução das duas estrelas usando luz com comprimento de onda de 550 nm?

*REDES DE DIFRAÇÃO

63 • Uma rede de difração com 2000 fendas por centímetro é usada para medir comprimentos de onda emitidos por gás hidrogênio. (a) Em que ângulos no espectro de primeira ordem você esperaria encontrar as duas linhas violetas com comprimentos de onda de 434 nm e 410 nm? (b) Quais são os ângulos se a rede tem 15 000 fendas por centímetro?

64 • Usando uma rede de difração com 2000 fendas por centímetro, duas linhas no espectro de primeira ordem do hidrogênio são encontradas nos ângulos de $9,72 \times 10^{-2}$ rad e $1,32 \times 10^{-1}$ rad. Quais são os comprimentos de onda das linhas?

65 • As cores de muitas asas de borboletas e carapaças de besouros são devidas a efeitos de difração. A borboleta *Morfo* tem elementos estruturais nas suas asas que efetivamente atuam como uma rede de difração com espaçamento de 880 nm. Em que ângulo ocorrerá o primeiro máximo de difração para luz com incidência normal

difratada pelas asas da borboleta? Considere que a luz seja azul e tenha comprimento de onda de 440 nm.

66 •• Uma rede de difração tem 2000 fendas por centímetro e é usada para analisar o espectro do mercúrio. (a) Determine a separação angular no espectro de primeira ordem das duas linhas com comprimentos de onda de 579 nm e 577 nm. (b) Qual deve ser a largura do feixe na rede para que as linhas sejam resolvidas?

67 •• Uma rede de difração tem 4800 linhas por centímetro e é iluminada com incidência normal usando luz branca (intervalo de comprimento de onda de 400 nm a 700 nm). Quantas ordens do espectro completo podem ser observadas na luz transmitida? Algumas destas ordens se superpõem? Se a resposta for positiva, descreva as regiões de superposição.

68 •• Uma rede de difração quadrada com área de 25,0 cm² tem resolução de 22 000 na quarta ordem. Em que ângulo devemos olhar para ver um comprimento de onda de 510 nm na quarta ordem?

69 •• Luz de sódio com comprimento de onda igual a 589 nm incide normalmente em uma rede de difração quadrada de 2,00 cm com 4000 linhas por centímetro. O padrão de difração de Fraunhofer é projetado em um anteparo a uma distância de 1,50 m da rede por uma lente com 1,50 m de distância focal colocada imediatamente em frente à rede. Determine (a) as distâncias entre os máximos de intensidade de primeira e segunda ordem do máximo central, (b) a largura do máximo central e (c) a resolução na primeira ordem. (Considere que a rede inteira esteja iluminada.)

70 •• O espectro do neon é excepcionalmente rico na região do visível. Entre as muitas linhas há duas com comprimentos de onda de 519,313 nm e 519,322 nm. Se a luz de um tubo de descarga de neônio incide normalmente em uma rede de transmissão com 8400 linhas por centímetro e o espectro é observado em segunda ordem, qual a largura da rede que deve ser iluminada para que as duas linhas possam ser resolvidas?

71 •• O mercúrio tem vários isótopos estáveis, dentre os quais estão o ¹⁹⁸Hg e o ²⁰²Hg. O intenso espectro de linhas do mercúrio em aproximadamente 546,07 nm é uma composição de linhas espectrais dos vários isótopos do mercúrio. Os comprimentos de onda da linha para o ¹⁹⁸Hg e para o ²⁰²Hg são 546,07532 nm e 546,07355 nm, respectivamente. Qual deve ser o poder de resolução de uma rede capaz de resolver as duas linhas dos isótopos na terceira ordem do espectro? Se a rede é iluminada em uma região de 2,00 cm de largura, qual deve ser o número de linhas por centímetro da rede?

72 ••• Uma rede de difração tem n linhas por unidade de comprimento. Mostre que a separação angular ($\Delta\theta$) entre duas linhas de comprimentos de onda λ e $\lambda + \Delta\lambda$ é aproximadamente $\Delta\theta = \Delta\lambda \sqrt{\frac{1}{n^2 m^2} - \lambda^2}$, onde m é o número de ordem.

73 ••• Para uma rede de difração na qual todas as superfícies são normais à radiação incidente, a maior parte da energia está na ordem zero, a qual é inútil do ponto de vista espectroscópico, pois todos os comprimentos de onda estão em 0°. Assim, redes modernas de reflexão têm sulcos inclinados como mostrado na Figura 33-46. Este sulco desvia a reflexão especular, que contém a maior parte da energia, da ordem zero para alguma ordem mais elevada. (a) Calcule o ângulo de inclinação (em inglês, *blaze*) ϕ_m em termos da separação entre os sulcos d , do comprimento de onda λ e do número de ordem m no qual deve ocorrer a reflexão especular para $m = 1, 2, \dots$ (b) Calcule o ângulo de inclinação apropriado para que ocorra reflexão especular em segunda ordem para luz com comprimento de onda de 450 nm incidente em uma rede com 10 000 linhas por centímetro.

74 ••• Neste problema, você deduzirá a relação $R = \lambda / |\Delta\lambda| = mN$ (Equação 33-27) para o poder de resolução de uma rede de difração tendo N fendas separadas por uma distância d . Para fazer isso, você calculará a separação angular entre o máximo de intensidade e o mínimo de intensidade para algum comprimento de onda λ e igualará à separação angular do máximo de ordem m para dois comprimen-

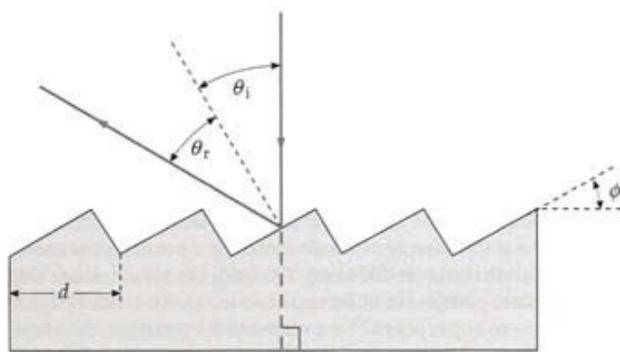


FIGURA 33-46 Problema 73

tos de onda próximos. (a) Primeiro mostre que a diferença de fase ϕ entre as ondas de duas fendas adjacentes é dada por $\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$. (b) Depois, diferencie esta expressão para mostrar que uma pequena variação no ângulo $d\theta$ resulta em uma variação na fase $d\phi$ dada por $d\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \theta d\theta$. (c) Então, para N fendas, a separação angular entre um máximo de interferência e um mínimo de interferência corresponde a uma variação de fase de $d\phi = 2\pi/N$. Use isso para mostrar que a separação angular $d\theta$ entre o máximo de intensidade e o mínimo de intensidade para algum comprimento de onda λ é dado por $d\theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta}$. (d) Depois, use o fato que o ângulo entre o m -ésimo máximo de interferência para o comprimento de onda λ é especificado por $d \sin \theta = m\lambda$ (Equação 33-26). Calcule a diferencial de cada lado da equação para mostrar que a separação angular entre o m -ésimo máximo para dois comprimentos de onda aproximadamente iguais diferindo por $d\lambda$ é dado por $d\theta = \frac{m d\lambda}{d \cos \theta}$. (e) De acordo com o critério de Rayleigh, dois comprimentos de onda serão resolvidos na ordem m se a separação angular entre os comprimentos de onda, dados pelo resultado da Parte (d), é igual à separação angular do máximo de interferência e do mínimo de interferência dada pelo resultado da Parte (c). Use isto para chegar a $R = \lambda/|\Delta\lambda| = mN$ (Equação 33-27) para o poder de resolução de uma rede.

PROBLEMAS GERAIS

75 • Coronas que ocorrem naturalmente (anéis brilhantes coloridos) são algumas vezes vistas em volta da Lua ou do Sol quando observados através de uma nuvem fina. (Cuidado: Ao observar uma corona no Sol, se assegure que todo o Sol seja bloqueado pela borda de um edifício, de uma árvore ou de um poste para proteger seus olhos.) Estas coronas são devidas à difração da luz por pequenas gotas de água na nuvem. Um diâmetro angular típico para um anel corona é aproximadamente 10° . A partir disso, estime o tamanho das gotículas de água na nuvem. Considere que as gotículas possam ser modeladas como discos opacos com o mesmo raio das gotas e que o padrão de difração de Fraunhofer de um disco opaco seja o mesmo que o de uma abertura de mesmo diâmetro. (Esta última afirmação é conhecida como *princípio de Babinet*.)

76 • Uma corona artificial (veja o Problema 75) pode ser produzida colocando uma suspensão de microesferas de poliestireno na água. As microesferas de poliestireno são pequenas e uniformes, feitas de plástico com índice de refração de 1,59. Considerando que a água tenha um índice de refração de 1,33, qual é o diâmetro angular de tal corona artificial se as partículas de $5,00 \mu\text{m}$ de diâmetro são iluminadas por luz de um laser de hélio-nônio com comprimento de onda de $632,8 \text{ nm}$ no ar?

77 • O efeito corona (veja o Problema 75) pode ser causado por grãos de pólen, tipicamente de vidoeiro ou pinheiro. Tais grãos têm formato irregular, mas podemos considerar que tenham um diâmetro médio de aproximadamente $25 \mu\text{m}$. Qual é o diâmetro angular (em graus) da corona para a luz azul? Qual é o diâmetro angular (em graus) da corona para a luz vermelha?

78 • Luz de um laser de He-Ne ($632,8 \text{ nm}$) incide em um cabelo humano em uma tentativa de medir seu diâmetro através do exame do padrão de difração. O cabelo é montado em uma armação a $7,5 \text{ m}$ de uma parede e a largura medida para o máximo central de difração é $14,6 \text{ cm}$. Qual é o diâmetro do cabelo? (O padrão de difração de um cabelo com diâmetro d é o mesmo que o de uma fenda simples com largura $a = d$. Veja o princípio de Babinet discutido no Problema 75.)

79 • Uma fenda horizontal longa e estreita está $1,00 \mu\text{m}$ acima de um espelho plano, que está no plano horizontal. O padrão de interferência produzido pela fenda e sua imagem é observado em um anteparo a $1,00 \text{ m}$ da fenda. O comprimento de onda da luz é 600 nm . (a) Determine a distância do espelho até o primeiro máximo. (b) Quantas franjas escuras por centímetro são vistas no anteparo?

80 • Um radiotelescópio está situado na beira de um lago. O telescópio está observando a luz de uma radiogaláxia que está surgindo no horizonte. Se a altura da antena está a 20 m acima da superfície do lago, em que ângulo acima do horizonte a radiogaláxia estará quando o telescópio está centrado no primeiro máximo de intensidade das ondas de rádio? Considere que o comprimento de onda das ondas de rádio é 20 cm . *Dica: A interferência é causada pela luz refletida no lago e lembre que esta reflexão resultará em uma mudança de fase de 180° .*

81 • O diâmetro do radiotelescópio em Arecibo, Porto Rico, é 300 m . Qual é a menor separação angular entre dois objetos que este telescópio pode detectar quando está ajustado para detectar microondas de $3,2 \text{ cm}$ de comprimento de onda?

82 •• Uma fina camada de um material transparente com índice de refração de $1,30$ é usada como camada anti-refletora em uma superfície de vidro com índice de refração de $1,50$. Qual deveria ser a mínima espessura do material para que ele não refletisse luz com comprimento de onda de 600 nm ?

83 •• Um *interferômetro Fabry-Perot* (Figura 33-47) consiste em dois espelhos paralelos, semitransparentes que estão de frente um para o outro, separados por uma pequena distância a . Um espelho semitransparente é tal que transmite 50 por cento e reflete 50 por cento da intensidade incidente. Mostre que, quando luz incide no interferômetro em um ângulo de incidência θ , a luz transmitida terá um máximo de intensidade quando $2a = m\lambda \cos \theta$.

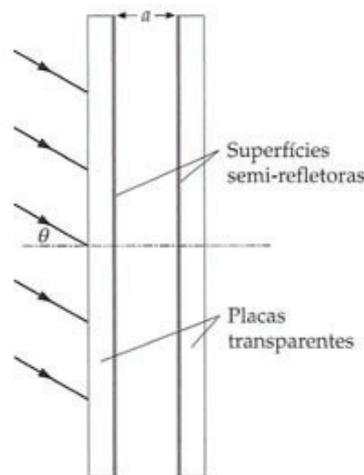


FIGURA 33-47 Problema 83

- 84 •• Uma lâmina de mica com $1,20 \mu\text{m}$ de espessura está suspensa no ar. Na luz refletida, há intervalos escuros no espectro visível em 421, 474, 542 e 633 nm. Determine o índice de refração da lâmina de mica.
- 85 •• A lente de uma câmera é feita de vidro com índice de refração de 1,60. Esta lente é coberta com um filme de fluoreto de magnésio (índice de refração igual a 1,38) para aumentar a transmissão da luz. O propósito deste filme é produzir uma reflexão nula para luz com comprimento de onda de 540 nm. Considere que a superfície da lente seja plana e que o filme tenha uma espessura uniforme e plana. (a) Qual é a espessura mínima deste filme para esta objetiva? (b) Haveria interferência destrutiva para qualquer outro comprimento de onda na faixa do visível? (c) Por qual fator a reflexão da luz com comprimento de onda de 400 nm seria reduzida pela presença deste filme? Despreze a variação da amplitude da luz refletida pelas duas superfícies.
- 86 •• Em uma câmera de orifício, a imagem não é clara devido à geometria (raios chegam ao filme depois de passarem através de diferentes partes do orifício) e devido à difração. Quando o tamanho do orifício é diminuído, o efeito da geometria é reduzido, mas o efeito devido à difração aumenta. O tamanho ótimo do orifício para a imagem mais clara possível ocorre quando o alargamento devido à difração se iguala ao alargamento devido aos efeitos geométricos do orifício. Estime o tamanho ótimo do orifício se a distância entre o orifício e o filme é 10,0 cm e o comprimento de onda da luz é 550 nm.
- 87 •• O pintor impressionista Georges Seurat usou uma técnica chamada de *pontilhismo*, na qual suas pinturas são compostas por pequenos pontos muito próximos entre si de uma única cor, cada um com aproximadamente 2,0 mm de diâmetro. A ilusão da mistura das cores de maneira suave é produzida nos olhos do observador devido aos efeitos da difração. Calcule a mínima distância de observação para que este efeito funcione adequadamente. Use o comprimento de onda da luz visível que requer a distância *máxima* entre os pontos e, portanto, você terá certeza que o efeito funcionará para *todos* os comprimentos de onda do visível. Considere que a pupila do olho tenha um diâmetro de 3,0 mm.